History of Science Department
University of Aarhus

MERETE H. O. LEMKE

Platon og matematikken
Platons matematiske kunnen, hans matematiksyn og dets betydning for udviklingen af idélæren

Hosta, No. 13, 2003
Work-in-Progress

Hosta (**H**istory **O**f **S**cience and **T**echnology, **A**arhus) is a series of publications initiated in 2000 at the History of Science Department at the University of Aarhus in order to provide opportunity for historians of science and technology outside the Department to get a glimpse of some of the ongoing or recent works at the Department by researchers and advanced students. As most issues contain work in progress, comments to the authors are greatly valued.

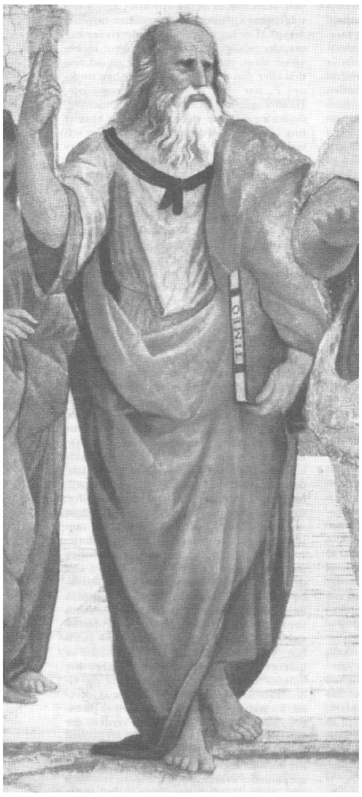
Publication is only made electronically on the web site of the Department (www.ivh.au.dk/hosta). The issues can freely be printed as pdf-documents. The web site also contains a full list of issues.

ISSN: 1600-7433

History of Science Department
University of Aarhus
Ny Munkegade, building 521
DK-8000 Aarhus C
Denmark

PLATON
og matematikken

PLATONS matematiske kunnen, hans matematiksyn og dets betydning for udviklingen af idélæren



Speciale ved Institut for Videnskabshistorie, Aarhus Universitet
Merete Henriette Overgaard Lemke, 1995 02 81
Juni 2003.

Forsidebilledet forestiller PLATON, og er et udsnit fra RAPHAELS *Skolen i Athen*. At PLATON peger opad er en hentydning til hans forestilling om ideerne, de ideelle genstande, der ikke hører til den sanselige verden.

Taksigelser.

Jeg har i arbejdet med dette speciale været så heldig at kunne få hjælp fra mange kanter. Der skal således lyde en meget stor tak i særdeleshed til min vejleder KIRSTI ANDERSEN, men også en stor tak til RANDI R. NIELSEN, HANS FINK, HENNING HØEG LAURSEN, HENRIK KRAGH SØRENSEN, JAN A. NIELSEN, JESPER THOMSEN og ANNI LEMKE.

Indhold


PYTHAGORAS ca. 560-480 f.Kr.
PLATON 427-347 f.Kr.
PROKLOS 410-487 e.Kr.
GORGIAS ca. 480-380 f.Kr.
SOKRATES 470-399 f.Kr.
THEODOROS ca. 430 f.Kr.
MENON ca. år 410 f.Kr.
ARCHYTAS 430-365 f.Kr.
THEAITETOS 415-369 f.Kr.
EUDOXOS ca. 395-342 f.Kr.
ARISTOTELES 384-322 f.Kr.
MENAECHUS ca. 350 f.Kr.
EUDEMOS ca. år 320 f.Kr.
EUKLID ca. år 300 f.Kr.
NIKOMEDES ca. år 225 f.Kr.

Værkernes gruppering.

Der er uenighed om, hvornår PLATON skrev sine dialoger. Man opdeler dem sædvanligvis i tre eller fire grupper afhængigt af om de er skrevet tidligt, midt eller sent i PLATONS karriere. Om inddelingerne mere er en tematisk end en kronologisk inddeling, er der også delte meninger om [Friis 1994:190], men det er alment accepteret og udbredt at operere med disse inddelinger.

Tre grupper.

Følgende tredeling er hentet hos FRIIS [1994:190].

Ungdomsdialoger:
Apologien, Kriton, Euthyphron, Laches, Charmides, Lysis, Hippias Major, 1. bog af *Staten*, *Protagoras, Gorgias, Menon, Hippias Minor, Ion, Euthydemos, Menexenos*.

Manddomsdialoger:
Phaidon, Symposion, Staten, Phaidros, Kratylos.

Alderdomsdialoger:
Parmenides, Theaitetos, Sofisten, Statsmanden, Timaios, Kritias, Philebos, Lovene.

Fire grupper.

Inddelingen i fire grupper er hentet fra VLASTOS [1991:46*f*] (også COPLESTON [1962: 138*ff*] og FINE [1992:215, n.1] inddeler værkerne i fire).

De tidlige, sokratiske dialoger:
Apologien, Charmides, Kriton, Euthyphron, Gorgias, Hippias Minor, Ion, Laches, Protagoras, 1. bog af *Staten*.

Overgangsdialogerne:
Euthydemos, Hippias Major, Lysis, Menexenos, Menon.

De midterste dialoger:
Kratylos, Phaidon, Symposion, Staten, Phaidros, Parmenides, Theaitetos (både COPLESTON og FINE regner *Theaitetos* for en sendialog).

De sene dialoger:
Timaios, Kritias, Sofisten, Statsmanden, Philebos. Lovene.

Indledning.

PLATON & Matematik er emnet for dette speciale - og hvorfor nu det? Fordi jeg tiltrækkes af PLATONS tilbagevendende inddragelse af matematik i sine dialoger for at parallelisere og forklare, og jeg sympatiserer med hans høje prioritering af matematik og den store vægt, han lægger på matematik i uddannelsen, og for i det hele taget at blive et dannet menneske. Tanken om, at det er nødvendigt at kunne matematik for overhovedet at have en chance for at begribe det vigtige og egentlige i livet, kan jeg rigtig godt lide. Det hænger nok sammen med, at jeg hele min skolegang har haft en kærlighed til matematik og efter endt uddannelse her på stedet skal ud at undervise i faget.

Desuden giver emnet PLATON & Matematik mig mulighed for at kombinere mit hovedfag på videnskabshistorie med mit sidefag filosofi.

1.1 Speciale-indledning.

Problemformulering og afgrænsning.

PLATON & Matematik er et stort emne, der kræver en afgrænsning. Mit udgangspunkt er, at jeg gerne vil se nærmere på, hvilken matematik PLATON har med i sine dialoger, hans vægtning af matematikken og dermed hans syn på matematikken. Samtidig vil det være spændende at undersøge, om der er en sammenhæng mellem PLATONS syn på matematik og det, PLATON er mest kendt for, hans idélære. Denne mulige sammenhæng har jeg ladet være mit "hovedspørgsmål", og min problemformulering ser derfor sådan ud:

● *I hvilken grad påvirkede PLATONS syn på matematik udviklingen af hans idélære?*

For at besvare dette spørgsmål bygges specialet op omkring følgende to underspørgs-mål:

● *Hvilken matematik inddrager PLATON? (undersøges i udvalgte dialoger)*

● *Hvordan bruger han matematikken i filosofien?(dels i de udvalgte dialoger, dels i det overordnede filosofiske tankesystem - sammen giver disse undersøgelser PLATONS syn på matematik)*

Disse spørgsmål for at belyse PLATONS matematiske kunnen (var det et luftigt, rent abstrakt forhold, PLATON havde til matematik, eller vidste han faktisk, hvad det drejede sig om), hans syn på matematik og hans opfattelse af forholdet mellem matematik og filosofi.

Hovedspørgsmålet er for stort for mit speciale i den forstand, at jeg ikke med min undersøgelse kan komme med et endegyldigt eller udtømmende svar, da jeg ikke kan gå i dybden med samtlige dialoger og studere alt sekundærlitteratur, men spørgsmålet har været med til at styre min læsning, og jeg vil forsøge at svare på det så godt, som specialet giver mulighed for det.

De mennesker jeg har fundet frem til, som kigger på denne problematik, er næsten alle sammen filosoffer, som ikke går i detalje med matematikken. Jeg vil i min formidling af spørgsmålet gerne dykke ned i matematikken og få noget konkret matematik med - hvilket svaret på mit første underspørgsmål gerne skulle bidrage med. Desuden synes jeg, at det mest spændende i specialet er matematikkens vigtighed i uddannelsen, og dette kommer jeg ind på i svaret på mit andet underspørgsmål. Så selvom min problemformulerings hovedspørgsmål er påvirkningen af PLATONS matematiksyn på udviklingen af hans idélære, så ligger vægten i specialet i lige så høj grad på mine to underspørgsmål.

Specialets opbygning.

Specialet indledes med et baggrundsafsnit. Her præsenteres PLATON som historisk person foruden begreber og emner relevante for specialet. Derefter kommer de tre hovedkapitler 3, 4 og 5.

Kapitlet '3. Matematikken i *Menon* og *Theaitetos*' svarer på mit første underspørgsmål om, hvilken matematik PLATON inddrager. For at belyse, hvad disse matematiske passager indeholder af matematik, og dermed, hvad PLATON kunne af matematik, kommer jeg her ind på matematikhistorikernes diskussion af disse passager. Kapitlet bidrager med to elementer: dels en redegørelse af PLATONS matematiske kunnen, dels et indblik i matematikkens plads og funktion i dialogerne. Sidstnævnte udgør et vigtigt grundlag for det efterfølgende kapitel.

Det efterfølgende kapitel '4. PLATONS brug af matematikken i filosofien' er en analyse af, hvordan PLATON bruger matematikken i de to udvalgte dialoger og i det overordnede tankesystem, dvs. en analyse af PLATONS syn på matematik og forholdet mellem matematik og filosofi. Dette indebærer et studium af *Staten*s bog VI og VII. Sammen giver kapitel 3 og 4 det nødvendige grundlag for analyserne i kapitel 5.

Kapitel '5. Påvirkningen af PLATONS matematiksyn på udviklingen af hans filosofi' indeholder en fremstilling af den litteratur, jeg har kunnet finde, som beskæftiger sig med mit hovedspørgsmål - det vil primært sige VLASTOS, MITTELSTRAß, FINK og RYLE, som alle er filosoffer -, hvorefter specialet afsluttes med en konklusion angående dette spørgsmål.

Målgruppe.

Mit mål har været at skrive således, at folk, der ikke har væsentlige kundskaber i filosofi og matematik, vil kunne læse det og få noget ud af det. De vil dog være nødt til at springe noget over eller acceptere, at det måske ikke er det hele, de forstår. Målgruppen er altså en blandet skare af f.eks. gymnasieelever og medstuderende med filosofisk og/eller matematisk interesse. Jeg håber, at det vil være interessant læsning, selvom man ikke lige sidder inde med faglige kompetencer inden for både matematik og filosofi.

Et mål har derfor også været, at specialet skulle give en pædagogisk formidling af stoffet. Derfor har jeg valgt en opbygning med forholdsvis mange afsnit med overskrifter, men tilstræbt en glidende overgang. Jeg håber, det virker efter hensigten.

1.2 Praktiske bemærkninger.

Litteraturen og citaterne.

Det har ikke været et problem at finde litteratur. I modsætning til andre fortidige, interessante personer, så kender man til alle værker udgivet af PLATON [Friis 1994:185]. At de primære kilder er bevaret og godt overleveret, skyldes, at Akademiet sørgede for en autoriseret udgave senest i det 3. århundrede f.Kr. [Friis 1994:186]. Den primære litteratur har altså været til at få fat på, og det på stort set alle ønskelige sprog, også dansk. Af sekundær litteratur angående PLATON findes der rigtig meget, dog har det været problematisk at finde litteratur, der beskæftiger sig omfattende med mit hovedspørgsmål.

Citaterne fra *Staten* er hentet fra OTTO FOSS' danske oversættelse, Platonselskabets Skriftserie, Museum Tusculanums Forlag. Alle andre PLATON-citater er citeret efter de danske oversættelser udgivet ved HØEG & RÆDER, C. A. Reitzels Forlag, København, medmindre andet er angivet. Her har jeg valgt at overtage deres ortografi, men ikke deres ufuldstændige stefanus-tekstnummerering - denne, dvs. den præcise henvisning, er hentet fra de engelske udgaver.

Omfang.

Specialets omfang er syv point, dvs. 35 ECTS point.

2. Baggrund.

Som baggrund for specialets analyser og diskussion præsenteres i de næste to afsnit PLATON som historisk person og de PLATON-relaterede begreber, som det er en fordel at kende til i læsningen af specialet. Baggrundskapitlet bygger bl.a. på COPLESTON [1962:127*ff*], FRIIS [1994:181*ff*], SKIRBEKK & GILJE [1995:63*ff*].

2.1 PLATON som historisk person.

PLATON levede i årene 427-347 f. Kr. i Athen. Han var af fornem familie, og det var derfor oplagt, at han skulle have været politiker. Det blev han ikke. Han tog derimod skarp afstand fra den politiske korruption og var forfærdet over det politiske og moralske forfald, der udspillede sig på hans tid. Denne holdning blev forstærket af hans tilknytning til SOKRATES, som PLATON mødte inden sit tyvende år [Copleston 1962:128], og som siden blev hans læremester.

De første treogtyve år af sit liv oplevede PLATON krigen mellem Athen og Sparta. Athen tabte krigen, bl.a. fordi situationen i Athen selv var noget nær en borgerkrig. Sparta indførte tyranni i Athen, og blandt tyrannerne var to af PLATONS onkler. Tyranniet regerede i to år, hvorefter styreformen atter var demokrati. PLATON brød sig ikke om nogen af disse styreformer. Tyranniet førte en voldelig politik og behandlede SOKRATES dårligt, men specielt var PLATON chokeret over demokratiets henrettelse af SOKRATES i 399 f. Kr. og han ønskede ikke at deltage i et så skuffende politisk (u)føre.

PLATON oplevede således megen splid og ufred, og med sin filosofi ønskede han at skabe et grundlag for fred, både i samfundet og i individets sjæl. PLATONS egentlige mål var således etikken - et mål han mente man kunne nå gennem fornuften. Når PLATON søgte efter viden, var det - ligesom for hans lærer SOKRATES - ikke kun en teoretisk viden, men i lige så høj grad en *praktisk* viden, der kunne vejlede en til at føre et vellykket, godt liv - et liv, hvor freden rådede. For PLATON at se forholdt det sig sådan, at har man først opnået viden om det gode, vil man også gøre det gode.

Rejserne.

Efter at SOKRATES blev henrettet, tog PLATON ud på flere rejser. Flere af rejserne gik til Syditalien, hvor PLATON lærte pythagoræerne at kende. Blandt andre blev PLATON gode venner med matematikeren og politikeren ARCHYTAS fra Tarent. Flere steder i PLATONS værker ses den filosofiske påvirkning, pythagoræerne indøvede på ham, og det er herfra, han får en interesse i matematik [bl.a. Gow 1884:173. Vlastos 1991:129]. Begejstringen for matematik kan PLATON ikke have fået fra SOKRATES, for han var nemlig ikke den store fortaler for matematik. Han mente, at matematiske studier ikke behøvede at være mere omfattende end at man besad de nødvendige kundskaber for den daglige brug, f.eks. opmåling af en mark [Gow 1884:173]. Hos pythagoræerne derimod var matematikken det grundlæggende element i deres forståelse af verden.

PYTHAGORAS selv var blevet grebet af matematikken på en rejse til Egypten. Her var geometrien praktisk og handlede om tal, og opdagelserne den resulterede i var taludtryk [Gow 1884:67]. PYTHAGORAS lærte, at matematik var vigtig i den rette beskrivelse af verden og tingene i den. Det er på den måde matematiske studier, der resulterer i den filosofi PYTHAGORAS udvikler, en filosofi, hvor matematik er alle tings årsag og indre væsen [Gow 1884:67*f*]. For pythagoræerne er der talmæssige forhold, der er styrende for alt. Denne talmystik, opfattelsen, at matematik (tal) er iboende og kendetegnende ved eller årsag til alle ting, tog PLATON til sig (dette kommer bl.a. til udtryk i skabelsesberetningen i dialogen *Timaios*). Ligeledes tog han til sig, at matematikken er paradigmatisk for sand erkendelse [Friis 1994:196], og den opfattelse, at der findes matematiske genstande, der eksisterer uden for tid og rum. Det var hos pythagoræerne, PLATON fik sin matematiske træning og grundlaget for sit syn på matematik.

PLATON fik også meget andet med fra sine besøg hos pythagoræerne, bl.a. forestillingen om sjælens udødelighed eller sjælevandring og forestillingen om en ontologisk dualisme, om et to-delt univers bestående af det egentligt værende/det evige og det sanselige/det foranderlige [Skirbekk&Gilje 1995:64].

På Sicilien etablerede PLATON venskabelige forbindelser til tyranhoffet i Syrakus. De politiske tanker, han udviklede om den ideelle bystat, fik han derved mulighed for at afprøve. Det var dog ikke nogen succes, men endte derimod i intriger, magtkampe og død, og PLATONs liv var tilsyneladende i fare [Friis 1994:182. Skirbekk&Gilje 1995:64].

Akademiet.

I år 387 f.Kr. efter hjemkomsten fra den første Sicilien-rejse oprettede PLATON en skole i udkanten af Athen. Den lå nær en helligdom for halvguden AKADEMOS og blev derfor kaldt Akademiet. Det var det første universitet i Europa [Copleston 1962:129]. Eleverne var ikke kun atheniensere, også folk fra udlandet søgte skolen. På Akademiet lærte de studerende ikke kun, hvad de behøvede for at kunne besidde stillinger i praksis, sådan som en konkurrerende skole - ledet af en både sofist- og SOKRATES-inspireret leder - gjorde. Man nøjedes ikke med at undervise i f.eks. retorik, men lagde vægt på teoretisk forskning og uegennyttig videnskab [Copleston 1962:130]. Der blev undervist i mange forskellige fag, blandt andre filosofi, matematik, astronomi, geografi og botanik. Fagene blev studeret, ikke kun fordi de var nyttige men i høj grad for deres egen skyld. PLATON var overbevist om, at dette var den rette vej at gå, når det ønskede resultat var statsmænd og ikke sofistiske folkeforførere.

Akademiet eksisterede i over 900 år frem til 529 e.Kr., hvor kejser JUSTINIAN lukkede det. Nogle af dets mest kendt elever er ARISTOTELES og matematikeren EUDOXOS.

2.2 Begreber og emner relevante for specialet.

I dette afsnit præsenteres en række af emner og begreber for at lette tilgangen til og analysen af dialogerne.

Værkerne.

De fleste af PLATONS værker er skrevet som dialoger, oftest med SOKRATES som den altafgørende samtalepartner. Dialogerne er fiktion, men selvom PLATON er digter og filosof, og ikke historiker, så digter han inden for den historiske ramme, i overensstemmelse med den historiske virkelighed [Nielsen 1974:41. Friis 1994:194]. Derfor kan hans dialoger bruges som historisk kilde.

Det er meget få af PLATONS værker, der kan dateres præcist; men værkerne inddeles sædvanligvis i tre grupper: ungdoms-, manddoms- og alderdomsdialoger (en deling i fire benyttes også ofte, se Værkernes gruppering, p.9). Ungdomsdialogerne er skrevet i tiden efter SOKRATES' henrettelse, og der er muligt, at PLATON i disse dialoger skildrer sin læremesters holdninger, og ikke så meget sine egne. Senere i forfatterskabet udvikles PLATONS egne tanker for alvor. Det er her, hans filosofi om mennesket, idealstaten og idélæren udfoldes. Hvor de tidlige dialoger oftest ender uden konklusion, er manddomsdialogerne, som PLATON skrev efter sin første Siciliensrejse, mere belærende, og i de sene dialoger udtrykker PLATON sig ofte kritisk om de tanker, han formulerede i manddomsdialogerne. Nogle tager dette som bevis for, at PLATON ændrede holdning og i sin alderdom lagde afstand til den tidligere udfoldede filosofi. Andre ser den fremførte kritik som en del af PLATONS grundlæggende opfattelse: at man ikke kan videregive erkendelse direkte, men kun indirekte, og kun ved at forholde sig kritisk til det emne, man ønsker at opnå erkendelse om. Det er det sidstnævnte syn på de sene dialoger, nærværende speciale har som antagelse.

I denne indirekte formidling af sin filosofi er der dog flere af PLATONS holdninger, der fremstår ganske tydeligt. Én er hans modstand over for gruppen af sofister - et vigtigt element i PLATONS forudsætninger. Modsætningen mellem sofisterne og SOKRATES er gemmemgående hos PLATON, for sofisterne var ifølge PLATON ikke med til at fremme enighed og fred.

Sofisterne.

Sofisterne underviste i filosofi og retorik, kunsten at overtale andre. Det direkte demokrati og det juridiske system, hvor man skulle forsvarer sig selv, i fald man blev anklaget, var medvirkende til, at det blev vigtigt at kunne fremstille sin sag på en overbevisende måde, og dette var med til at styrke sofisternes position.

Sofisterne rejste rundt og afholdt kurser om, hvad de syntes. De tog penge for det, hvilket SOKRATES (og PLATON) var meget imod; søger man sandheden, sådan som sofisterne påstod de gjorde, skal det være uden at få penge for det. PLATON brød sig ikke om sofisterne, for de argumenterede kun for at overbevise andre, ikke for at nå sandheden. For dem var alt relativt. Deres hovedtese var *homo mensura*, mennesket er altings mål. Ifølge sofisterne afhang alt af subjektet, mennesket var det sikre. Selvom det var en sikkerhed, der ikke rakte langt, kunne man kun finde sikkerhed ved at kigge på sig selv. Der fandtes altså ikke nogen objektiv sandhed, hvis man skulle tro sofisterne. Noget var sandt per konvention. Deres udgangspunkt var ikke tænkning, men sansning. For dem var der ikke noget bagved den subjektive oplevelse af verden, der var ikke noget bagved, som man kunne nå frem til ved fornuften.

Dette står i skarp kontrast til SOKRATES. Han underviste unge, men tog ikke mod betaling, og han mente, at der var en sandhed, som man kunne finde frem til ved brug af fornuften. Han troede på samtalen, og i modsætning til sofisternes relativisme, at man kunne ræsonnere sig frem til noget holdbart, til sikker erkendelse, til epistēmē.

Doxa og epistēmē.

Troen på eksistensen af sikker erkendelse overtog PLATON fra SOKRATES. Han skelner mellem antagelse/mening *(doxa)* og viden *(epistēmē)*. SOKRATES anser det således for katastrofalt, at mennesker almindeligvis ikke tænker over deres meninger - meninger, som alt for ofte blot er antagelser, man ubekymret har overtaget fra andre, eller hvis eneste begrundelse er sansningen, der er subjektiv og let tager fejl. Mennesker tager antagelse for viden, og søger derfor ikke sand indsigt, epistēmē. For SOKRATES at se ved menneskene ikke, hvilke af deres antagelser, der er falske eller sande, men handler ud fra, at alle deres antagelser er sande. De lever i et cirkus af doxa, hvor ingen gør sig klart, hvad der bare er doxa, hvad de bare har hørt (f.eks. fra en af sofisterne), og hvad der er epistēmē, hvad de rent faktisk ved.

Doxa relateres ofte til sanseerfaringen, da den ofte stammer herfra. Epistēmē derimod har grund i fornuftserkendelse.

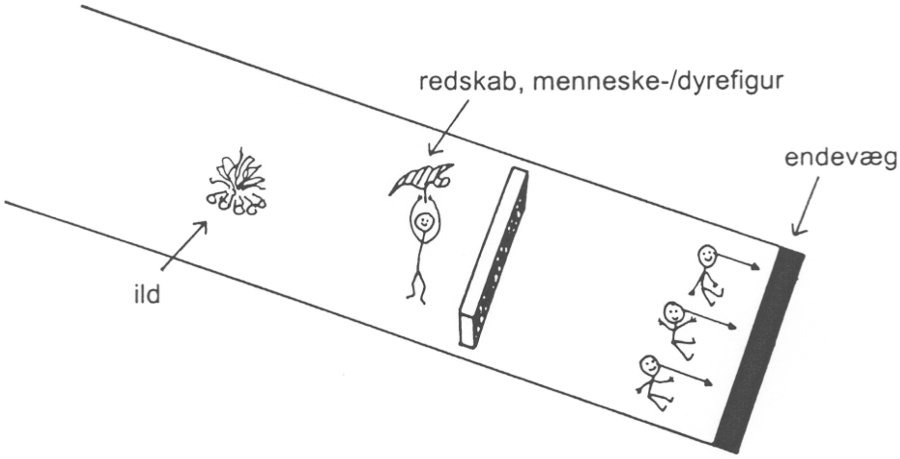
At besidde epistēmē og ikke blot doxa er projektet for SOKRATES og PLATON. At blive i stand til at skelne mellem, hvad man blot *mener* og hvad man virkelig *ved*. At mene uden at vide er lidet ønskværdigt og at sammenligne med at være blind. Således skriver PLATON i *Staten*:

> Har du ikke opdaget hvad mening uden viden altid er for en foragtelig ting? I bedste fald er den blind. De som tankeløst træffer at formode noget der er sandt, er de spor bedre end blinde der ved et tilfælde slumper ind på den rigtige vej? [*Staten* 506c].

Man skal ikke rende rundt i blinde, men søge virkelig indsigt.

Hulelignelsen (*Staten* 514a*ff*)**.**

Hvad det vil sige at have indsigt, illustrerer PLATON bl.a. ved hulelignelsen. Her kommer forskellen mellem at besidde doxa og epistēmē tydeligt frem. PLATON fortæller om en



Figur 1

mørk hule, hvori nogle mennesker sidder lænket (figur 1, p.19). Disse fanger kan kun se mod hulens endevæg. Et stykke bag dem er der på tværs af hulen en lav mur, bagved hvilken der er et bål. Mellem bålet og muren vandrer nogle mennesker frem og tilbage med figurer hævet over hovedet. Menneskene er skjult af muren, men figurerne kaster skygger på hulens endevæg. Da skyggerne er det eneste, fangerne kender til, er de for dem det virkelige. En fange sættes fri og tvinges til at gå ud af hulen. Han finder derved ud af, at skyggerne på væggen blot var aftegn af figurerne, og ude af hulen går det op for ham, at figurerne blot var efterligninger af virkelige ting. Det er en hård og besværlig opstigning, for det gør ondt at skulle vænne sig til mere og mere lys på vej ud af hulen. Det går helt galt, når fangen kommer ud i sollyset. Først kan han ingenting se, men efterhånden vænner han sig til lyset, og til sidst kan han se solen selv, der er årsag til alt.

Dette billede bruger PLATON til at illustrere mennesket, der ikke har modtaget nogen oplæring frem mod filosofisk indsigt og erkendelse (epistēmē), dvs. det menneske, der tror, han sidder inde med sandheden og som ikke har erkendt, at det han besidder blot er en masse meninger, blot er doxa (fangen i hulen). Hulelignelsen illustrerer også oplæringen selv (turen op af hulen), og mennesket, der har gennemført en sådan oplæring (mennesket, der skuer solen). PLATON beskriver denne proces frem mod viden, som at *sjælen vendes* og vandrer “fra tusmørke til det sande dagslys” [*Staten* 521c].

Idélæren.

At indsigt eller sikker erkendelse er mulig, har PLATON som sagt fra SOKRATES. Dette projekt om sikker erkendelse udvikler PLATON videre i sin egen filosofi, i idélæren. Da PLATON mener, at der findes epistēmē, fuldkommen viden, må der findes noget, der er uforanderligt og uforgængeligt, noget der eksisterer med nødvendighed, for kun det, der er uforanderligt og uforgængeligt kan være nødvendigt sandt - kun det uforanderlige og det uforgængelige kan være genstand for viden. PLATON mener således, at der findes en uforanderlig orden bag den foranderlige verden. Bag den sansebare fænomenverden er der en idealverden, den intelligible verden, også kaldet idéverden - en verden, som fænomenverdenen er et billede af. Ideerne er altså en nødvendig antagelse for sikker erkendelse, en antagelse, der "ikke kan bevises, kun bruges" [Friis 1994:197].

PLATON mener, at de forskellige ting i sanseverdenen, der kaldes skønne, er skønne, fordi de alle har det tilfælles, at de kan indordnes under et alment begreb om det skønne i sig selv - de har hver især del i det skønnes idé. Tilsvarende har de forskellige heste på marken alle del i ideen hest. Mens fænomenerne er sammensatte og foranderlige (en partikulær hest ældes og dør), er ideerne usammensatte, evige og uforanderlige. Ideerne eksisterer ikke som fænomenerne i tid og rum, og der er kun én idé af hest, men ideen manifesterer sig i mange partikulære heste. Fænomenerne kendes gennem sanserne, ideerne kan man kun få kendskab til gennem tænkning. Det er ideerne, der er det virkelige, det egentligt værende, og dermed er det kun ideerne, der kan være genstand for sand erkendelse.

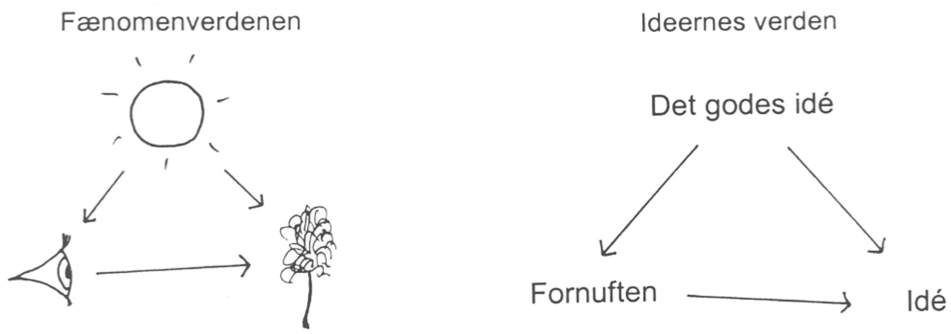
Selvom PLATON har denne "to-delte verden", hvor ideerne er det egentligt værende, så forestiller han sig ikke idéverdenen som en selvstændig verden, som ideerne flyver rundt i. Ideerne eksisterer, når man bruger dem. De bliver aktualiseret, og det sker gennem sproget. Der er altså ikke tale om to selvstændige, men derimod tæt forbundne verdener: Ideerne er den absolutte standard eller det mønster, fænomenerne er formet efter [Friis 1994:201]. De er fænomenernes årsag. Ikke kausalt forstået, men forstået som nødvendig betingelse. Ideerne er årsag til fænomenerne, idet de er forudsætningen for fænomenverdenen, de er forudsætningen for, at den sanselige verden eksisterer og kan erkendes. Ideerne er PLATONs måde at beskrive det, mennesket nødvendigvis må forudsætte, når det fungerer i verden både på det praktiske og det begrebsmæssige plan, når det handler/agerer og når det tænker/funderer [Friis 1994:197].

Med idélæren godtgør PLATON, at der findes en objektiv etik, for idélæren forklarer det gode som en idé, dvs. som noget *objektivt*, uafhængigt af mennesket.

PLATON forklarer aldrig sin filosofi direkte, men gennem billeder eller lignelser. To af disse er sollignelsen og linielignelsen.

Sollignelsen (*Staten* 508a-509b)**.**

PLATON har en forestilling om, at det godes idé er hævet over de andre ideer. I sollignelsen forklarer PLATON forholdet mellem fornuften, ideerne og det godes ide i den intelligible verden ved at sammenligne med øjet, de fysiske genstande og solen i den sansebare verden (figur 2, p.21). Solens lys er forudsætning for, at øjet kan skue fænomenerne (inklusiv solen selv) og samtidig årsag til fænomenerne (f.eks. at træet vokser). På samme måde besidder det godes idé en suveræn plads i forhold til de andre ideer, idet det godes idé er årsag/ophav til ideerne og grunden til, at fornuften



Figur 2

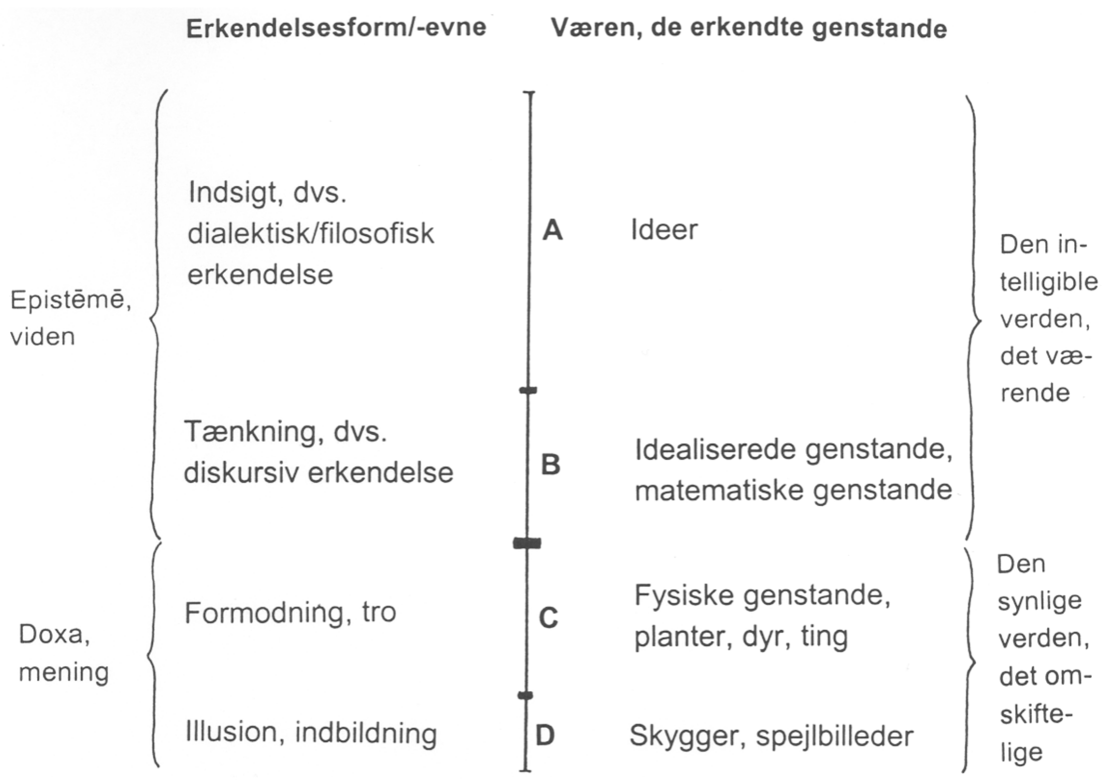
kan forstå, kan skue ideerne (inklusiv det gode selv). Det gode er selvtilstrækkelig, er sit eget argument, er det første princip, som alting bygger på.

Ideerne er det egentligt værende, det virkelige, med det gode som "den herligste virkelighed af alle" [*Staten* 518d]. Erkendelse af denne virkelighed er den ultimative erkendelse:

> *den højeste kundskab er kundskaben om det Godes idé*, den hvorfra al retfærdighed, alt hvad der er godt og gavnligt, har sit udspring [*Staten* 505a].

Linielignelsen (*Staten* 509d-511e)**.**
Med linielignelsen uddyber PLATON, hvad det er for typer erkendelse, man kan opnå ved at bevæge sig i fænomenverdenen hhv. idéverdenen, og hvad det er for nogle genstande eller hvilken væren, man derved opnår erkendelse om. Linielignelsen giver PLATONS opdeling af kosmos.

Et liniestykke deles i to uligt store afsnit, der repræsenterer den sansebare verden hhv. den intelligible verden. En yderligere opdeling foretages, da disse to afsnit deles efter samme forhold (figur 3, p.22). Dermed gælder om afsnittene, at (A+B):(C+D) = A:B = C:D og B = C (sidste lighed mener WEDBERG er tilfældig [Wedberg 1955:102*f*]). Det er forskelligt, om den intelligible verden tildeles det korte eller det lange stykke af linien. Ifølge BRUMBAUGH [1968:99] er én tolkning (som han finder støtte i hos ARISTOTELES), at linieafsnittenes længde svarer til "afstanden mellem den, der ved, og genstanden for viden [ideerne]", dvs. jo længere linieafsnit, desto større afstanden til ideerne. Denne fortolkning, skriver BRUMBAUGH, stemmer fint overens med pythagoræernes opfattelse om, at "de mindre tal tildeles større værdi [er mere ærefulde] end de store tal" [Brumbaugh 1968:99]. Ifølge denne tolkning skal *den synlige verden* altså tildeles det



Figur 3

største linieafsnit. Omvendt kan man argumentere, at den intelligible verden kvalitativt fylder mere i kosmos end den synlige, hvorfor *den intelligible verden* skal tildeles det største liniestykke. En opfattelse flere senere (hellenistiske) kommentatorer deler, idet de mener, at jo større klarhed, desto længere liniestykke [Brumbaugh 1968:98]. Ifølge FRIIS er det irrelevant, om den intelligible verden tildeles det lange eller det korte afsnit, det vigtige er, at liniestykket, kosmos, inddeles i bestemte proportioner, for dermed tilkendegiver PLATON troen på en rationel verdensorden [Friis 1994:233]. Tildelingen i figur 3 af det største liniestykke til den intelligible verden, er inspireret af den nyeste litteratur (bl.a. ARTMANN&MUELLER [1997:12] og SKIRBEKK&GILJE [1995:74]).

Liniens afsnit udgør en graduering af (u)klarhed, ikke af eksistens. A og B udgør den intelligible verden, C og D den synlige verden. I den synlige verden er det mest uklare D-afsnittet. Til dette afsnit hører spejlbilleder og skygger. De er blot efterligninger af originalerne, de fysiske genstande, der tilhører C-afsnittet. Opfatter man spejlbilledet af et træ som træet selv, besidder man en illusion, som man erkender er en illusion, når man bliver klar over, at spejlingen blot var et billede af det fysiske træ. Men tror man, at de fysiske genstande er det egentligt værende, er man stadig galt på den og besidder kun tro eller formodning (det almindelige menneskes position). Har man derimod sand erkendelse (epistēmē), så har man indset, at de fysiske genstande på tilsvarende måde, som illusionerne, er billeder eller præsentationer/manifestationer af noget andet, nemlig det egentligt værende, ideerne. Der er således en ensartet, gentagende sammenhæng mellem genstandene tilhørende de forskellige afsnit:

skygger er billeder af de fysiske genstande, de fysiske genstande er billeder af videnskabens genstande (afsnit B), videnskabens genstande er billeder af ideerne. PLATON nævner kun videnskaben matematik som tilhørende afsnit B. Dette linieafsnit er yderst relevant for specialet og ikke så ligetil, og det vil blive nøjere analyseret i afsnit 4.2 Matematikkens genstand.

Det er ikke kun mellem genstandene, der er en ensartet, gentagende sammenhæng, det er der også mellem erkendelsesformerne (figur 3). Denne sammenhæng er dog ikke lineær som hos genstandene, men forholdsmæssig. Erkendelsesformernes sammenhæng er givet ved de af PLATON anviste porportioner (A+B):(C+D) = A:B = C:D. Der gælder altså, at forholdet mellem doxa og epistēmē er som forholdet mellem matematik og dialektik og som forholdet mellem illusion og formodning. Ydermere giver linielignelsen, at der er overensstemmelse mellem doxa og fænomenverdenen, mellem epistēmē og idéverdenen [Mittelstraß 1992:52].

Når man erkender, bevæger man sig op gennem liniens fire erkendeniveauer. Det sker ved at bruge et lavere niveau som middel til at nå det næste [Artmann&Mueller 1997:13]. Det er denne proces, fangen fra hulelignelsen gennemgår: han vandrer fra fænomenverdenen til idéverdenen, fra hulens dyb, hvor skyggerne på væggen var virkelighed, til den virkelige verden uden for hulen, hvor han ender med at kunne se selve solen (det godes idé).

Det godes idé falder uden for linien. Det skyldes, at selvom det godes idé er årsag til ideernes eksistens og væren, så er den ikke selv væren, men noget højere end væren [*Staten* 509b]. Der er derfor ikke plads til det godes idé i linielignelsen, men det er givet med sollignelsen, at indsigt i denne er det endelige mål for al erkendelse.

Linielignelsen er som nævnt en graduering af klarhed, ikke af eksistens. PLATON mener således ikke, at en idé eksisterer i højere grad end et træ. Træet eksisterer lige så vel som ideen, men ideen eksisterer med nødvendighed, det gør træet ikke [KFJ: 202]. Derfor er ideerne det egentligt værende, og derfor er epistēmē viden om ideerne eller begreberne selv.

For PLATON at se er begrebet 'hest' ikke et begreb mennesket danner efter at have fået udpeget en masse forskellige heste, hvorefter det ved abstraktion når frem til det overordnede begreb, for fænomenverdenen er kun et middel, ikke årsag til erkendelse. Ideerne er uafhængige af bevidstheden. De er ikke noget mennesket danner, men noget mennesket finder, noget det generindrer.

Generindring.

At menneskene er i stand til at få indsigt i ideerne skyldes, at sjælen er udødelig. Sjælen har evig eksistens, den dør og fødes på ny, igen og igen. Derfor

> har den lært alt, hvad nævnes kan, at kende; derfor er der intet mærkeligt ved, at den ogsaa er i Stand til at genkalde sig i Erindringen,

> hvad den før har vidst, baade om det gode og om meget andet [*Menon* 81c].

Sjælen har skuet ideerne før den blev født, og mennesket besidder derfor ideerne i sin sjæl, selvom det ikke er bevidst om, at det forholder sig sådan. Ikke desto mindre er det netop grunden til, at menneskene ikke har problemer med at udpege f.eks. en hest eller en retfærdig handling. De kan vurdere fænomenerne i den synlige verden, fordi de har den absolutte standard lagret i sjælen. At sjælen på den måde besidder sandheden betyder ikke, at man besidder present viden, at man er født med klare og distinkte begreber og selvindlysende sandheder (som eksempelvis DESCARTES mener), men forklarer menneskets mulighed for at opnå viden, muligheden for at komme frem til ideerne.

PLATONS svar på 'hvorfor' man kan få indsigt er generindring, hans svar på 'hvordan' man kan få (eller generhverve) indsigt er jordemodermetoden og dialektikken. Selvom sjælen har ideerne gemt i sig, kan det være vanskeligt at få dem frem igen.

Jordemoderkunsten og dialektikken.

At vejen til ideerne, til den ideale verden, er svært tilgængelig, kunne man se i hulelignelsen. PLATON mener ikke, at indsigt uden videre kan formidles. Den kan ikke videregives i nedskreven form, ej heller kan den doceres eller meddeles til andre, sådan som sofisterne mener. Sandhed kan man kun nå ved personlig tilegnelse, hvor hver enkelt forholder sig til og sætter sig ud over sin umiddelbare opfattelse af tingene. Det er selve sjælen, der skal vendes.

> ...uddannelse er noget helt andet end det de professionelle lærere [sofisterne] giver det ud for. De erklærer at hvor der mangler erkendelse, kan de fylde den på eller stoppe den ind, ganske som om synet var noget man kunne "påfylde" en andens øjne. (...) Men (...) ganske ligesom øjet ikke kan vendes omkring fra mørke til lys uden i forbindelse med hele kroppen, på samme måde må den enkelte med hele sin sjæl vendes bort fra omskiftelsernes verden, indtil tankens øje kan tåle at rette blikket mod det virkeligt værende, og mod den herligste virkelighed af alle, den vi kalder det Gode [*Staten* 518b-d].

PLATON beretter i sine dialoger om, hvordan SOKRATES forsøger at hjælpe til denne sjælevending, hvordan han vil hjælpe sine medborgere til at kunne skelne mellem doxa og epistēmē. Dette sker ved, at SOKRATES og hans samtalepartner i fællesskab gennem samtale undersøger grundlaget for en mening. Det sker oftest ved at søge definitioner på vigtige begreber. Herved bliver samtalepartneren enten klar over, at denne mening må forkastes, eller vedkommende opnår en forståelse for grundlaget, som gør, at denne mening nu ikke blot er en tilfældig sand mening overtaget fra andre, men noget vedkommende virkelig ved. SOKRATES sammenligner sig selv i denne proces med en jordemoder, der forløser et tankefoster [*Theaitetos* 148e-151d]. Han vil ikke docere, men hjælpe det, der er undervejs. Hvor jordemødre hjælper kvinder med at føde børn, hjælper SOKRATES mænd med at føde tankefostre, og ligesom jordemoderen skal tage hånd om både det levedygtige barn og moderen, er SOKRATES mindst lige så interesseret i 'moderen' til tankefostret.

Hvordan man bliver svanger med et tankefoster, er ikke til at sige. Man kan gøre mange forsøg uden at det lykkes, men så pludseligt kan der komme noget frem. Det er ikke alle, der kan udspørges. *De* skal spørges, som jordemoderen fornemmer har noget, der vil frem. Det er dér, filosofien eksisterer. De, der ikke vil samtalen, er ikke svangre, for de svangre gør emnet til *deres* spørgsmål. Svangerskabet er livet i tænkningen, og hvor det er livet i barnefostret den sundhedsmæssige jordemoder tager vare på, er det livet i tænkningen, den filosofiske jordemoder tager vare på. I modsætning til den sundhedsmæssige jordemoderkunst ved man ikke i filosofien om det, der fødes, er levende eller ej. SOKRATES har i tankesfæren den lidet taknemmelige opgave at lære folk at skelne mellem levedygtige børn og aborter - en opgave SOKRATES ved han er god til [*Theaitetos* 150d].

Jordemoderkunsten eller den sokratiske metode, som den også kaldes, er en samtalekunst, der gendriver fejlagtige meninger. Det er en metode, hvor man trinvis bevæger sig fremad ved at godtage eller afvise forskellige påstande. Udgangspunktet er altid den udspurgtes opfattelse af tingene, og gendrivelsen sker således på den udspurgtes egne præmisser. SOKRATES undersøger, hvad den udspurgtes påstand forudsætter, i fald den er sand. Derved finder han ud af, at det ikke hænger sådan sammen, eller at dette igen har sine forudsætninger. På den måde kan man som FRIIS gør det, tale om at ideerne er "de sidste" forudsætninger [Friis 1994:197]. PLATON selv kalder det godes idé både for "første princip" [*Staten* 510b] og "sidste princip" [*Staten* 511b].

Samtalen bevæger sig frem ved spørgsmål og svar, hvorved samtalepartneren indser, at hvad han gik og troede var sandt, blot er doxa. Hvordan verden egentligt hænger sammen, hvordan den korrekte definition på det undersøgte begreb egentligt lyder, optrævles sjældent. For kritikere kan den sokratiske metode derfor godt forekomme som lammende og destruktiv i stedet for oplysende. Således sammenligner den sofistvenlige MENON SOKRATES med en elektrisk rokke, der lammer sit bytte [*Menon* 80a]. For SOKRATES er det dog altid bedre at erkende, at ens opfattelse af tingene er mening og ikke viden. Det er bedre at kende end ikke at kende sin uvidenhed [*Menon* 84a], for kender man ikke sin egen uvidenhed, opstår hverken behovet eller lysten til at undersøge tingene nærmere [*Menon* 84c], og det er først ved en sådan undersøgelse, at man får mulighed for at erkende virkelighedens beskaffenhed, at erkende ideerne.

Denne samtalekunst, der modsat sofisternes finder sted *i sagens tjeneste* er dialektik. Den er ifølge PLATON den disciplin, der gør folk “særlig forstandige til at argumentere med spørgsmål og svar” [*Staten* 534d], og den er “den højeste kundskab blandt alle” [*Staten* 534d]. Dialektikken fører ikke direkte til erkendelse - en direkte vej findes ikke -, men den er et middel til indsigt, idet den indirekte formår at føre til sandheden. PLATON definerer i *Staten* dialektikken som “evnen til sammenfatning og overblik” [*Staten* 537c]. Det er ved hjælp af dialektikken, at man kan indordne under almene begreber, skelne mellem doxa og epistēmē, udforske idéverdenen og søge efter de sidste forudsætninger, det godes idé.

Udgangspunktet for erkendelse er fænomenverdenen i den forstand, at man i erkendelsesprocessen klarlægger det, som fænomenerne har til fælles. Derved får man indsigt i ideerne, og denne indsigt gør mennesket bedre til at forstå fænomenverdenen. Erkendelsesprocessen indeholder således en vekselvirkning mellem ide og fænomen: Indsigt i eksempelvis retfærdighedens idé gør mennesket bedre til at skelne mellem, hvad der er retfærdigt, og hvad der ikke er, og når mennesket møder en (u)retfærdig handling, bidrager dette til en større forståelse af retfærdighedens idé [Skirbekk&Gilje 1995:71].

At der ikke findes en direkte vej til erkendelse, formulerer PLATON i det *Syvende brev* således:

> ..for det [sagen/filosofien] kan ikke udtales saaledes som andre Kundskaber, men efter mange Samtaler om selve Sagen og megen Samliv kommer det pludselig op i Sjælen, ligesom naar der af en springende Gnist tændes et Lys, og saa holder det sig selv vedlige [*Syvende brev* 341c].

I *Staten* giver han en tilsvarende beskrivelse af processen frem mod erkendelse af retfærdighedens idé:

> Det kunne jo være at vi ved igen og igen at overveje og ligesom gnide de to ting [retfærdighed i staten og retfærdighed i det enkelte menneske] mod hinanden, kan få retfærdigheden til at springe frem som flammen af et fyrtøj. Når den således blusser klart, kan vi føle os sikre på at vi har fundet dens væsen [*Staten* 435a].

Sandheden kan således ikke formidles i en lind, kontinuerlig strøm som andre kundskaber, men viser sig pludseligt som et lys i sjælen. Dog er det muligt gennem uddannelse og træning at højne individets potentiale for, at dette lys bliver tændt. En mulighed, der forpligter dem med evner for at blive filosof.

Filosoffernes virke.

Det er kun få, der har evner til at blive filosof, men de sidder så til gengæld inde med et ufravigeligt ansvar, både hvad angår deres uddannelse og efterfølgende forpligtelser som samfundets magthavere. PLATON beskriver dette indgående i dialogen *Staten*, hvor han redegør for idealstaten, sådan som den ser ud for ham.

Intet menneske har eksistens andet end i fænomenverdenen, men man kan enten fortabe sig i fænomenverdenen eller leve i den gennem indsigt. De med evner for det sidste, de potentielle filosoffer, skal ifølge PLATON gennem en længere uddannelse, der forbereder og træner dem til dialektikkens samtalekunst. Det er en livslang uddannelse, begyndende i 17-18 års alderen med to-tre års fysisk træning, derefter ti år træning i matematiske fag (talteori, plan- og rumgeometri, astronomi og musikteori), fem års træning i dialektik og femten års praktisk erfaring i politik og krigsførelse. De, der som halvtredsårige, er sluppet gennem nåleøjet (der er naturligvis udvælgelser undervejs), kan nu “bringes til det endelige mål” [*Staten* 540a] at skue det gode, at evne dialektikken. Uddannelsen er fuldendt, og de skal bruge resten af deres liv på skiftevis at regere staten og at filosofere.

Grunden til, at uddannelsen er så omfattende og langvarig, er, at man ifølge PLATON ikke magter dialektikken, med mindre man er særdeles veltrænet til denne opgave. Hvis man springer ud i det, førend man er parat, så ender man i sofistisk galskab (se 4.2 Matematik førend dialektik), og opnår dermed det stik modsatte af den fred og enhed, som PLATON stræber efter.

PLATON mener som nævnt, at når man først har set det gode, så gør man også nødvendigvis det gode. Når filosoffer regerer staten, er det derfor i princippet ikke nogle bestemte mennesker, men nærmere viden om det gode, der regerer staten og samfundet bliver derfor godt.

Filosofferne skal regere, fordi de fatter det evige og uforanderlige, fordi de besidder visdom. Borgerne i den idealstat, PLATON opbygger, deles i tre: regenterne, der skal regere, vogterne, der skal forsvare bystaten og hjælpe regenterne, og producenterne, der skal producere til alle tre grupper. Disse tre grupper besidder hver især en karakteristisk egenskab, der gør dem gode til det, de er. Således besidder regenterne visdom, vogterne mod og producenterne mådehold. Dette samfund er retfærdigt, fordi enhver i samfundet gør, hvad de er bedst til og blander sig ikke i andet. Retfærdighed er, at der er balance og harmoni mellem de naturlige samfundsgrupper og deres respektive egenskaber, at de udelukkende gør det, de hver især har evner for [*Staten* 433-4]. Når enhver gruppe gør sit, bliver samfundet retfærdigt derved.

På tilsvarende måde kan individets sjæl deles i tre: den er fornuft, hvis egenskab er visdom, den er vilje, hvis egenskab er mod, og den er drifter, hvis egenskab er mådehold. Et menneske er i splid med sig selv, hvis viljen eller drifterne har overtaget. Kun hvis fornuften råder, vinder mennesket den indre fred. Dette er netop tilfældet hos filosoffen. Han er ikke i splid med sig selv, for det er fornuften, der styrer ham. Gennem fornuften har han skuet det egentligt værende, ideerne, i særdeleshed det godes idé - han er kommet ud af hulen og besidder nu visdom. Visdom hos regenterne er netop den kvalitet, der gør, at idealstaten er god - samfundet bliver godt, fordi regenterne regerer med det gode som forbillede.

> Har de [filosofferne] først skuet selve det Gode, da tager de det som forbillede og mønster i omsorgen for staten, for den enkelte og for dem selv. Resten af deres liv vil hovedsagelig gå med filosofiske sysler. Men når turen kommer til dem, vil hver af dem uden fortrydelse tage sin tørn med politikens brydsomme opgaver, som regenter til gavn for deres stat, ikke fordi de betragter det som nogen heltegerning, men som en simpel pligt [*Staten*, 540a-b].

Filosofferne skal altså ikke uddannes for deres egen fornøjelses skyld. De skal påtage sig ansvaret at regere staten, de skal påtage sig ansvaret at bedrive dialektik. Filosofferne skal gå tilbage i hulen og forsøge at frigøre andre fanger og tvinge dem op i lyset. Også selvom det kan koste dem livet [*Staten* 517a, 520b-c]. Det er ikke kun en teoretisk indsigt, men en indsigt, der har en praktisk konsekvens - en indsigt, der medfører en etisk handlen.

PLATONS tanker har haft en stor virkning på den efterfølgende tid. Blandt andet blev hans syn på uddannelse og dens indhold et forbillede for Vesten [Mueller 1991b:86. Mittelstrass 1992:56. Artmann&Mueller 1997:17]. De matematiske fag han omtaler i *Staten* blev senere til *quadrivium*-fagene (aritmetik, geometri, astronomi, musikteori), der sammen med *trivium*-fagene (logik, retorik, grammatik) var grundlaget for pensum i middelalderens skoler, der senere blev universiteter.

Inspirationen fra ARCHYTAS.

Den største inspirationskilde til PLATONS syn på matematik og hans overbevisning om, at den bedste regent netop er den matematikkyndige filosof, har sandsynligvis været ARCHYTAS fra Tarent [Vlastos 1991:129]. PLATON mødte ARCHYTAS på sine rejser, og denne ARCHYTAS var ikke blot pythagoræer, dygtig til matematik og musikteori. Han var også filosof og politiker i Tarent. Selvom man ikke måtte vælges som general for bystatens hær mere end eet år, så blev ARCHYTAS genvalgt syv år i træk. Han havde nemlig succes som general og vandt alle sine slag. Men også som matematiker havde han vind i sejlene. Han var således med helt fremme i den matematiske udvikling og bidrog bl.a. med en løsning til at finde to sammenhængende mellemproportionaler. [Heath 1921:212*ff*. Katz 1998:86].

PLATON lærte matematik af ARCHYTAS, og han har i ham oplevet en vellykket regent, der var en dygtig soldat, dygtig matematiker og en anerkendt filosof.

3. Matematikken i *Menon* og *Theaitetos*.

PLATON inddrager tit og ofte matematik i sine dialoger. I de første dialoger er der ikke meget matematik med, men det tager til efter PLATONS besøg hos pythagoræerne [Vlastos 1991:kap.4]. De matematiske passager bruges som et pædagogisk hjælpemiddel til at forstå eller tydeliggøre den filosofiske problemstilling eller det pågældende emne. Set med nutidens øjne var PLATON dog ikke gennemført pædagogisk, da han ikke ved siden af dialogteksten indsatte de figurer, han tænkte på. I dag er det for en skribent oplagt at hjælpe sin læser ved at indsætte tegnede figurer. Det gør PLATON ikke, for det var først efter hans tid, at man fandt på at gøre sådan [Brumbaugh1968:5]. Figurerne må læseren selv konstruere eller forestille sig ud fra de anvisninger, som PLATON giver for at hjælpe læseren til at forstå den matematiske metafor. Man ved altså ikke præcis hvilke figurer PLATON har tænkt på, og der kan derfor være uenighed om deres udformning.

Man ved meget om, hvad matematikerne på PLATONS tid kunne af matematik. EUKLID samlede ca. år 300 f.Kr. den matematiske viden, der var blevet udviklet på dette tidspunkt, i et omfattende værk på tretten bind, *Elementerne*. Matematikerne på PLATONS tid har kendt det meste af dette stof, nemlig de bøger der stammer fra pythagoræerne og de ioniske naturfilosoffer [Schreiber 1987:34]. Ud af de tretten bøger *Elementerne* består af, er det således kun fire bøger (V, X, XII, XIII), der tilskrives matematikere (to af PLATONS elever: EUDOXOS og THEAITETOS), der var efter eller samtidige med PLATON. Bog VI er en blanding. Den bygger på forholdslæren i bog V, som måtte udvikles, da irrationaliteten opdagedes, idet den gamle forholdslære byggede på, at man kunne udtrykke ethvert forhold som forholdet mellem to hele tal. Den nye forholdslære er efter PLATON, men bog VI omhandler bl.a. fladeanlæg, som man mener grækerne også kendte til tidligere, blot må beviserne, i den udstrækning de fandtes, have været anderledes. Ligeledes kendte man på PLATONS tid emner, der ikke er med hos EUKLID, fordi overleveringen af disse emner stammer fra senere og bedre bearbejdede værker f.eks. af APOLLONIUS. Dette er dog ikke vigtigt i sammenhæng med Platons matematik.

Man ved derfor, hvad de græske matematikere på PLATONS tid grundlæggende har kendt til af konstruktioner og sætninger. Samtidig er PLATON en vigtig kilde til, hvad der går forud for og leder op til de bøger af EUKLID, som tilskrives forfattere efter PLATON.

Dette kapitel ser på noget af den matematik, PLATON har med i sine dialoger, nærmere bestemt på de matematiske tekststeder i de to dialoger *Menon* og *Theaitetos*. Kapitlet ser på, hvad disse passager indeholder af matematisk viden, og det indebærer en diskussion af forskellige matematikhistorikeres tolkninger. Kapitlet redegør for PLATONS matematiske kompetencer eller mangel på samme.

Valget af dialoger.

Da specialet ikke kan omfatte PLATONS hele forfatterskab, har det været nødvendigt at

udvælge nogle dialoger. Som overskriften på dette kapitel fortæller, er valget faldet på de to dialoger *Menon* og *Theaitetos*, som behandler geometriske metaforer hhv. inkommensurable størrelser. En hundredeprocents-garanti for, at dette valg er det bedste, kan ikke gives, men dialogerne er udvalgt af følgende grunde:
1. Sammen med dialogen *Staten*, som analyseres senere i specialet, dækker de hele PLATONS forfatterskab, i den forstand at *Menon* er en ungdomsdialog, *Staten* en manddomsdialog og *Theaitetos* en alderdomsdialog (ifølge Friis-grupperingen; se Værkernes gruppering, p.9).
2. *Menon* betegnes ligesom *Staten* som en kernedialog, når det gælder idélæren. Desuden passer emnerne eller problemstillingerne i alle tre dialoger godt ind i specialets sammenhæng, idet det er dialoger, som omhandler jagten på sandheden, på nogle bestemte begreber eller ideer (i *Menon* er det godhed, i *Staten* retfærdighed, og i *Theaitetos* er det viden). På den måde omhandler de idélæren på en direkte måde, som f.eks. dialogerne *Kritias* og *Lovene* ikke gør. *Kritias* og *Lovene* er samfundsbeskrivende: *Kritias* beskriver sagnlandet Atlantis, *Lovene* handler om, hvordan man opbygger det næstbedste samfund (når nu idealstaten ikke er mulig), dvs. laver den rette lovgivning, udmåler bøder m.m.
3. Matematikken i *Menon* og *Theaitetos* er matematik i vores forstand (geometriske eksempler og inkommensurabilitet), i modsætning til de mange tal, PLATON bruger i *Kritias* for at beskrive Atlantis og i *Lovene* for at redegøre for den rette lovning, hvor det gælder om at finde det rette 'mål' for alting, eller talmystikken i *Timaios*. Det er selvfølgeligt et anakronistisk argument, da det hele var matematik for PLATON. Det er ikke desto mindre langt mere relevant for specialet med geometri og inkommensurabilitet end f.eks. talmystik, fordi PLATONS syn på geometriens genstande og deres ontologiske status er afgørende for mit hovedspørgsmål, og fordi det, at PLATON kender til irrationalitet (som det fremgår af *Theaitetos*), vidner om, at PLATON er med helt fremme, hvad matematik angår.
4. Derforuden er *Menon* den første dialog, hvor PLATON kaster om sig med matematik [Vlastos 1991:118], og det er den dialog, som alle - både VLASTOS, MITTELSTRASS og FINK - nævner og behandler. Det er derfor en god dialog at have arbejdet med, når jeg inddrager disse personers synpunkter senere i specialet.

Da jeg har valgt at gå detaljeret ind i nogle få af dialogerne, i stedet for at prøve på at kunne redegøre for matematikken i hele forfatterskabet, bevirker dette, at mine analyser ikke omfatter al relevant primærlitteratur. Nogle af de konklusioner, jeg drager, specielt af nærværende kapitel, kommer derfor til at bygge lige så meget på sekundærlitteraturen.

3.1 *Menon*.

Dialogen *Menon* er en ungdomsdialog eller en overgangsdialog mellem ungdomsdialogerne og manddomsdialogerne (jvf. Værkernes gruppering, p.9). Den er sandsynligvis skrevet omkring 385 f.Kr. efter PLATONS første rejse til Sicilien og pythagoræerne [Knorr 1986:73. Guthrie 1975:236]. PLATON præsenterer således i denne dialog en del pythagoræisk tankegods, bl.a. matematikken og opfattelsen om udødelighed og sjælevandring. Dialogen udspiller sig ca. år 403-402 f.Kr. [Guthrie 1975:236].

Emnet er dyden.

Menon er en dialog mellem SOKRATES og den voksne mand MENON, der er tidligere elev af sofisten GORGIAS. MENON vil gerne vide, hvordan godheden finder bolig i mennesket, om den læres eller kommer af naturen. SOKRATES mener, at de først må undersøge, hvad godheden er i sig selv. Dét viser sig at være endog meget svært, hvorfor MENON hellere vil vende tilbage til sit oprindelige spørgsmål. Forsøget på at svare herpå indebærer bl.a. en længere undersøgelse af, om godhed er viden eller ej. I fællesskab finder SOKRATES og MENON ud af, at godhed ikke er givet ved naturen, at den ej heller kan læres, men at den derimod er skænket af guderne uden hensyn til de pågældende menneskers evner til at tænke fornuftigt [*Menon* 99e]. Dialogen ender dog åbent, idet SOKRATES konkluderer

> Rigtig Klarhed derover, det faar vi vist ikke, før vi tager Spørgsmaalet op om, hvad Godhed i sig selv vel er, fremfor at undersøge, hvorledes den kommer til Mennesker [*Menon* 100b].

I undersøgelsen af, hvad godhed er, og om godheden kan læres, kommer PLATON med en del henvisninger til matematiske begreber og sætninger. Der er dog to primære matematiske steder, begge geometriske. Det ene er en lang passage, hvor en af MENONS slavedrenge ved at svare på SOKRATES' spørgsmål får konstrueret kvadratet med det dobbelte areal af et givet kvadrat. Det andet er stedet, hvor SOKRATES anviser matematikerens hypotesemetode som forbillede for den filosofiske undersøgelse.

Slavedrengen [82a-85b].

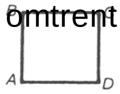
Den endelige figur (figur 6) er OTTO FOSS' figur i HØEG&RÆDER-udgaven. I det nedenstående er udviklingen af figuren indsat undervejs.

(82*a*) M e n o n: (...) hvis du kan bevise mig, at det er, som du siger [at viden er generindring], saa gør det!
S o k r a t e s: Ja, det er just ikke saa helt let, men jeg skal dog gøre mit Bedste for din Skyld. Men saa kald paa en eller anden af de mange
b Slaver dér i dit Følge, for at jeg kan vise dig det paa ham.
M e n o n: Ja vel. - Hør, du der, kom herhen!
S o k r a t e s: Jeg gaar ud fra, at han er Hellener og taler Græsk?
M e n o n: Ja vist saa, han er født hjemme hos mig.

S o k r a t e s: Giv saa Agt da, og se, om du synes, han lærer noget af mig eller blot erindrer det.

M e n o n: Ja, det skal jeg.

S o k r a t e s: Sig mig da, Slave, ved du, at en Firkant ser omtrent saadan ud? [tegner A B C D]



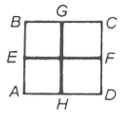
Figur 4a

S l a v e n: Ja.

S o k r a t e s: Vi kan altsaa have en Firkant med alle Sider lige store?

c S l a v e n: Ja vel.

S o k r a t e s: Er saa ikke ogsaa disse Linjer [E F og G H], som gaar midt igennem fra Side til Side, lige store?



Figur 4b

S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Saadan en Figur kan være større eller mindre, ikke sandt?

S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Hvis nu denne Side [A B] er to Fod og denne [A D] to Fod lang, hvor mange Fod vil saa hele Figuren være? Du kan se det ved at gaa frem paa følgende Maade: hvis denne Linje er to Fod, men denne kun een (f.Eks. A E F D), vil Figuren saa ikke være een Gang to Fod stor?

d S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Men da nu ogsaa denne Side er to Fod, bliver der saa ikke to Gange to Fod?

S l a v e n: Jo, det gør det.

S o k r a t e s: Den bliver altsaa to Gange to Fod stor?

S l a v e n: Ja.

S o k r a t e s: Hvor meget er nu to Gange to Fod? Regn efter og sig mig det.

S l a v e n: Fire, Sokrates.

S o k r a t e s: Kan man nu ikke have en anden Firkant, der er dobbelt saa stor som denne her, og saadan, at den ligesom denne har fire lige store Sider?

e S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Paa hvor mange Fod bliver saa den?

S l a v e n: Otte.

S o k r a t e s: Vel, prøv saa at sige mig: hvor lang bliver hver Side i den ny Firkant? I denne her er den jo paa to Fod; hvor lang bliver saa hver i den anden?

Slaven: Dobbelt saa lang, Sokrates, det er klart.

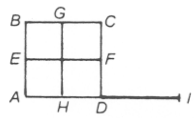
S o k r a t e s: Du ser, Menon, at jeg lærer ham ikke noget, jeg spørger ham paa hvert Punkt; og nu tror han at vide, hvor stor en Linje der skal

til for at danne en Firkant paa otte Fod; ikke sandt?
M e n o n: Jo.
S o k r a t e s: Ved han det da?
M e n o n: Nej, naturligvis ikke.

83 S o k r a t e s: Men han tror, den fremkommer ved, at Siderne bliver dobbelt saa lange.

M e n o n: Ja.

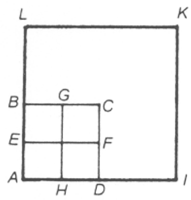
S o k r a t e s: Læg nu Mærke til, hvordan han efterhaanden finder Sammenhængen frem af sin Erindring, saaledes som en saadan Erindring maa foregaa.



Figur 4c

Men sig mig, du mener altsaa, at den dobbelte Side giver en dobbelt saa stor Figur? Vel at mærke, ikke en Figur, der er lang paa den ene Led og kort paa den anden, men den skal være lige lang paa alle Leder ligesom denne, og dobbelt saa stor, altsaa otte
b Fod; se nu, om du stadig synes, den skal have den dobbelte Side?

S l a v e n: Ja.

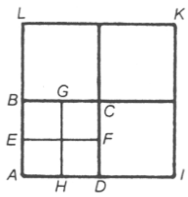


Figur 4d

S o k r a t e s: Bliver nu ikke denne Side dobbelt saa stor, hvis vi forlænger den med et nyt ligesaa langt Stykke? (D I).

S l a v e n: Jo vist.

S o k r a t e s: Og paa den kan vi danne Figuren paa de otte Fod, hvis vi trækker fire saadanne Linjer, mener du?



Figur 4e

S l a v e n: Ja.

S o k r a t e s: Saa lad os da fra den afsætte fire lige store Linjer. Og her skulde vi altsaa have den Figur, som du mener er otte Fod stor? (A I K L).

c S l a v e n: Ja.

S o k r a t e s: Indeholder denne her ikke fire Figurer, der hver for sig er ligesaa stor som den første paa fire Fod?

S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Hvor stor bliver den da? Fire Gange saa stor, ikke sandt?

S l a v e n: Selvfølgelig.

S o k r a t e s: Dobbelt, er det da fire Gange saa stor?

S l a v e n: Nej, det er vist og sandt!

S o k r a t e s: Hvor meget da?

S l a v e n: Firdobbelt.

S o k r a t e s: Med den dobbelte Side faar vi altsaa ikke den dobbelte Figur, men en firdobbelt?

S l a v e n: Ja, det er ogsaa Sandt.

d S o k r a t e s: For fire Gange fire er seksten, ikke?

S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Hvor stor skal da Linjen være i en otte Fods Figur? Fik vi ikke en firdobbelt paa den Linje der?

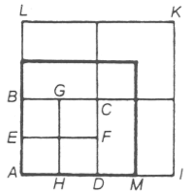
S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Den halve Linje [A D = ½ A I] her gav jo en paa fire Fod?

S l a v e n: Ja.

S o k r a t e s: Nu vel; Figuren paa otte Fod er dobbelt saa stor som
e denne her (A B C D), og halvt saa stor som den sidste, vi tegnede (A
I K L)?

S l a v e n: Ja.



Figur 4f

S o k r a t e s: Saa maa den følgelig have en Side, der er større end denne her (A D), men mindre end den her (A I)? Er det ikke rigtigt?

S l a v e n: Jo, det synes jeg i hvert Fald.

S o k r a t e s: Udmærket! For du skal kun svare, som du synes. Sig mig saa videre: denne her Linje er to Fod, og den anden fire Fod lang, ikke?

S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Følgelig maa Siden i den otte Fods Figur være større end Linjen der paa to, og mindre end den paa fire Fod?

S l a v e n: Det maa den.

S o k r a t e s: Prøv saa at sige, hvor lang du mener den er?

S l a v e n: Paa tre Fod.

S o k r a t e s: Hvis den nu er tre Fod, skal vi saa ikke forlænge den
med Halvdelen af den Linje der (A M)? Bliver den saa ikke tre Fod
lang? Dette Stykke er jo to Fod, og dette her een. Og paa samme
84 Maade paa den anden Side, to Fod her og her een Fod til; saa faar vi
altsaa den Figur, du mener?

S l a v e n: Ja.

S o k r a t e s: Naar den nu er tre Fod paa den Led og tre paa den, bliver hele Figuren saa ikke paa tre Gange tre Fod?

S l a v e n: Det lader det til.

S o k r a t e s: Hvor meget er tre Gange tre Fod?

b S l a v e n: Ni.

S o k r a t e s: Og hvor stor skulde den dobbelte Figur være?

S l a v e n: Otte Fod.

S o k r a t e s: Ja, men saa kan vi altsaa heller ikke faa den otte Fods Figur af Linjen paa tre Fod?

S l a v e n: Nej.

S o k r a t e s: Hvilken Linje skal vi da have? Prøv at angive det nøjagtigt, og hvis du vil være fri for at regne det ud, saa vis os paa Tegningen, hvor stor den skal være!

S l a v e n: Nej, Sokrates, jeg ved det virkelig ikke.

S o k r a t e s: Ser du, Menon, til hvilket Punkt han nu er naaet i sin
c Generindring?

Til at begynde med vidste han ikke, hvad Siden er i et Kvadrat paa otte Fod, saa lidt som han ved det nu; men dengang troede han at vide det, og han svarede frejdigt og med Overbevisning og syntes ikke, han var i Forlegenhed for Svar. Men nu har han allerede en Fornemmelse af at være i Forlegenhed; og saa vist som han ikke ved det, tror han nu heller ikke længere, at han ved det.

M e n o n: Det er sandt nok.

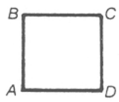
S o k r a t e s: Er hans Forhold til det Spørgsmaal, som han ikke kunde klare, ikke ogsaa nu bedre end før?

M e n o n: Jo, ogsaa det finder jeg.

S o k r a t e s: Tror du, at vi har gjort ham Fortræd ved at sætte ham i
d Forlegenhed og lamme ham ligesom den elektriske Rokke?

M e n o n: Nej, det synes jeg ikke.

S o k r a t e s: Tværtimod, vi har aabenbart bragt ham paa Gled i den rigtige Retning, henimod at finde ud af Sammenhængen; for nu vilde han vist med Glæde søge at finde ud af det, netop da han ikke ved det; før derimod vilde han sagtens paatage sig at give den nydeligste Forklaring, til hvem der vilde høre ham, og fortælle dem, saa tit det skulde være, at det dobbelte Kvadrat skal have en Side, der er dobbelt saa lang.



Figur 5a

M e n o n: Det lader det til.

S o k r a t e s: Tror du nu, det før er faldet ham ind at undersøge og prøve at naa til Klarhed over den Ting, som han troede at vide - skønt det ikke var Tilfældet -, uden han først var sat saaledes i Forlegenhed ved at opdage sin egen Uvidenhed? Og kunde han saa have faaet Lyst til at vide det?

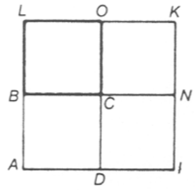
e M e n o n: Nej, det tror jeg ikke, Sokrates.

S o k r a t e s: Har han altsaa ikke haft Gavn af at blive lammet?

M e n o n: Jo, jeg tror det.

S o k r a t e s: Læg nu Mærke til, hvorledes han alligevel vil finde Vej

ud af denne sin Forlegenhed i Fællesskab med mig, idet jeg kun spørger ham og ikke lærer ham noget; og pas paa, om du kan gribe mig i at belære ham eller give ham Forklaring paa noget Punkt i Stedet for blot
85 at lokke hans Tanker frem med mine Spørgsmaal.

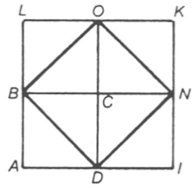


Figur 5d

Sig mig du: Vor Figur paa fire Fod, er det ikke den jeg tegner her? Er du med? (A B C D).

S l a v e n: Ja.

S o k r a t e s: Kan vi saa ikke føje en ny Firkant til denne her, af samme Størrelse som den første? (D C N I).



Figur 5e

S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Og endnu en tredje her, lige saa stor som hver af de to andre? (C O K N).

S l a v e n: Ja.

S o k r a t e s: Kan vi saa ikke her i Hjørnet fylde Pladsen ud med denne? (B L O C) [figur 5d, p.36]

S l a v e n: Jo vist.

S o k r a t e s: Maa saa disse fire Figurer ikke blive lige store?

S l a v e n: Jo.

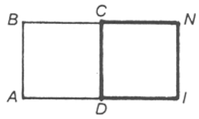
S o k r a t e s: Nu vel! Hele den store Firkant her, hvor meget bliver den
b større end den første?

S l a v e n: Fire Gange saa stor.

S o k r a t e s: Men vi vilde jo have en dobbelt saa stor - det husker du nok?

S l a v e n: Ja vist.

S o k r a t e s: Kan vi saa ikke trække den Linje her, fra den ene Vinkel til den anden, der deler hver af de smaa Firkanter midt over? (D B O N).



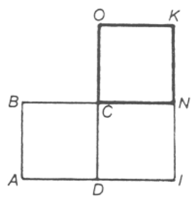
Figur 5b

S l a v e n: Jo.

S o k r a t e s: Bliver disse fire Linjer ikke lige store, idet de omslutter den Figur her?

S l a v e n: Jo, de gør.

S o k r a t e s: Pas saa paa! Hvor stor er den Figur? [D B O N]



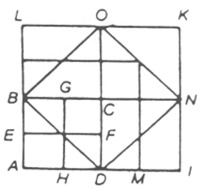
Figur 5c

S l a v e n: Det forstaar jeg ikke.

S o k r a t e s: Har ikke hver af disse Linjer, ved at dele de fire Figurer midt over, afsat en Trekant ind mod Midten, der er halv saa stor som hver af disse Firkanter? (D B C o.s.v.).

S l a v e n: Jo.
S o k r a t e s: Hvor mange af den Slags Trekanter er der i Figuren der? (D B O N).
S l a v e n: Fire.
S o k r a t e s: Og hvor mange i den? (A B C D).
S l a v e n: To.
S o k r a t e s: Og hvor meget er fire mere end to?
S l a v e n: Dobbelt saa meget.
S o k r a t e s: Hvor mange Fod bliver denne [D B O N] saa paa?
S l a v e n: Otte Fod.
S o k r a t e s: Med hvilken Side?
S l a v e n: Den der. (D B).
S o k r a t e s: Den, der gaar gennem den Fire-Fods-Figur, fra Vinkel til Vinkel?
S l a v e n: Ja.
S o k r a t e s: Blandt Fagmænd kaldes den Diagonal; altsaa, hvis vi lader denne Linje hedde Diagonal, faar vi, som du siger, til Resultat, at den dobbelte Firkant dannes med Diagonalen som Side.
S l a v e n: Ja, akkurat, Sokrates! [Menon 82a-85b].

Slavedrengens placering i dialogen.
Den lange gennemgang med slavedrengen udspiller sig, fordi SOKRATES vil tilbagevise MENONS sofistiske argument, at man ikke kan søge efter noget, man ikke kender eller ikke ved hvad er, og hvis man finder det, vil man ikke være i stand til at kende det som det, man søger. Det synes dermed umuligt at nå frem til en erkendelse af, hvad godhed er. For at svare på MENONS påstand fortæller SOKRATES om en teori han har hørt, nemlig generindringsteorien (jvf. afsnit 2.2, p.23), og for at bevise over for MENON, at det at lære eller at tilegne sig viden er at erindre ting, beder SOKRATES om en slave, han kan vise det på.



Figur 6

PLATON tilbageviser den sofistiske påstand, idet han bruger afsnittet med slavedrengen til to ting. Dels er det et argument for PLATONS forklaring på, 'hvorfor' mennesket kan opnå viden, nemlig generindringsteorien. Dels er det et argument for PLATONS svar på, 'hvordan' man opnår viden. Slavepassagen er nemlig et standardeksempel på den sokratiske metode, hvor slaven først tror, at han kender svaret, men det viser sig, at det, han sad inde med, blot var doxa. Men passagen når et skridt videre, end mange af PLATONS dialoger gør: den finder frem til epistēmē. Passagen er således en demonstration af, at den sokratiske metode ikke behøver at ende uden konklusion, men faktisk kan føre til viden, når samtalepartneren evner at tænke rationelt [Fine

1992:208]. PLATON konkluderer

> hvis man vilde blive ved at spørge ham [slaven] ud paa kryds og tværs, vilde han tilsidst naa til saa klar Indsigt heri, som det er muligt (...). Han vil altsaa kunne naa frem til denne Indsigt uden Belæring, blot ved Spørgsmål, fordi han drager den Indsigt frem, der ligger gemt i ham [*Menon* 85c-d].

Dette er en metode, der ikke er særegen for geometri, men som kan bruges for alle områder af viden [*Menon* 85e (fremgår tydeligst af den engelske oversættelse)]. Dermed har PLATON vist, at det er muligt at opnå viden, dvs. at det ikke er omsonst at søge efter f.eks. godheden.

Det vigtige for PLATON med denne passage er altså dels en afvisning af det sofistiske argument, dels at lede blikket hen imod en klar og logisk måde at ræsonnere på.

Matematikken i slavedrengspassagen.

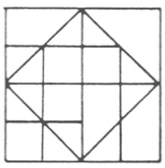
Den matematiske opgave, SOKRATES stiller i denne passage, går ud på at finde sidelængden i kvadratet på otte fod [*Menon* 82e] (dvs. finde frem til størrelsen $2\sqrt{2}$). Opgaven løses ved at konstruere det ønskede kvadrat (dvs. konstruere liniestykket med den ønskede længde). Dette sker ved, at SOKRATES først tegner begyndelseskvadratet på fire kvadratfod. Nu skal siden i det dobbelte kvadrat findes. På slavens anvisning fordobler SOKRATES siden i kvadratet på fire fod og konstruerer et kvadrat på seksten kvadratfod. Slaven indser, at dette andet kvadrat er fire gange så stort som det første, ikke dobbelt så stort, og at sidelængden i det dobbelte kvadrat dermed må være større end to, men mindre end fire. Slaven gætter derfor på en sidelængde på tre fod; men dette giver også et for stort kvadrat, nemlig det på ni kvadratfod. SOKRATES tegner nu atter begyndelseskvadratet og udbygger med tre tilsvarende, så han har et kvadrat, der er fire gange så stort bestående af fire identiske begyndelseskvadrater. Disses diagonaler tegnes. Slaven indser nu, at diagonalerne halverer de fire begyndelseskvadrater, hvorfor den figur, diagonalerne danner, indeholder fire sådanne halve begyndelseskvadrater og altså er det ønskede kvadrat. Konklusionen bliver den generelle sætning, at det dobbelte kvadrat har det givne kvadrats diagonal som side [*Menon* 85b].

Det matematiske eksempel, PLATON vælger til denne passage, er ifølge BRUMBAUGH [1968:19] valgt med omhu af to grunde. BRUMBAUGH mener således, at passagen dels omhandler avanceret matematik (det ønskede liniestykkes længde er irrationalt), hvormed PLATON sikrer, at slaven ikke kan have hørt om det før; dels er det muligt at finde løsningen ved en simpel geometrisk figur, ved hvilken svarets rigtighed er let at indse, og dermed sikrer PLATON, at slaven (og MENON) kan følge med hele vejen.

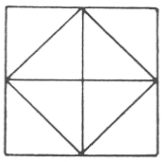
Passagen er den længste geometriske passage i hele PLATONS forfatterskab [Vlastos 1991:118], og han giver her meget udførlige anvisninger til konstruktionen af den figur, han refererer til. Der har derfor ikke været de store uenigheder angående den påtænkte figur (sammenlign figurerne hos FOSS (figur 6, p.36) [oversættelse fra 1953:264] , HEATH (figur 7) [1921:298], LAMB (figur 8) [oversættelse fra 1962:315], GOW (figur 9) [1884:174]).

SOKRATES tegner i to trin: Først [82b-84c] bygger han videre på det oprindelige kvadrat, og slaven får her konstrueret kvadratet på seksten fod og kvadratet på ni fod (figur 4a-f). Derefter [84d-] tegner SOKRATES på en ny figur (figur 5a-e), som giver konstruktionen af det ønskede kvadrat på otte fod (når diagonalerne tegnes). De fleste figurer, der knyttes til passagen indeholder som regel begge trin, f.eks. HEATHS og FOSS'. Andre, f.eks. LAMBS, vælger kun at have det sidste med. Men der er ikke uenighed om figuren/figurerne. Det er der til gengæld, hvad angår den matematik, som matematikhistorikere kan se i passagen og i dens tilhørende figur.

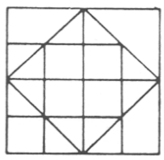
Nogle matematikhistorikere mener, at denne passage omhandler konstruktionen af √2. Således skriver HEATH, at SOKRATES' spørgsmål "efterhånden fører til den geometriske konstruktion af √2" [Heath 1921:298]. Han kommer ikke nærmere ind på dette. Man kan selvfølgeligt sige, at SOKRATES får konstrueret √2, da *halvdelen* af diagonalen (den ønskede sidelængde) er √2. Men den faktiske længde af diagonalen



Figur 7: HEATH



Figur 8: LAMB



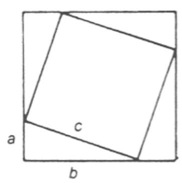
Figur 9: GOW

er ikke noget der bruges i gennemgangen, og det synes derfor langt fra oplagt, at √2-konstruktionen skulle være et mål med passagen. At PLATON på dette sted ikke behandler √2 støttes af Vogt. Han mener således, at PLATON kun beviser den generelle sætning, at kvadratet på diagonalen er det dobbelte af kvadratet på siden, og understreger, at PLATON *ikke* kommer ind på inkommensurabiliteten mellem diagonalen og siden [Vogt 1909:111]. Slaven erkender, at diagonalen giver siden i det dobbelte kvadrat, han kommer ikke på noget tidspunkt til at erkende irrationaliteten af diagonalen.

Hermed kan der sættes spørgsmålstegn ved BRUMBAUGHS opfattelse, at PLATON har valgt dette matematiske eksempel til dels, fordi det indeholder den græske matematiks frontforskning (irrationalitet), når nu PLATON i løsningen ikke kommer ind på dette aspekt eller overhovedet bruger det. Taget i betragtning, at slaven ingen matematik har lært [jvf. *Menon* 85e], er det uden betydning, at der implicit indgår et irrationalt liniestykke. Det vigtige er kun, at eksemplet ikke overstiger slavens evne til at følge argumentationen. Forestiller man sig alligevel, at slaven har et basalt kendskab til geometri, så synes Brumbaughs argument stadig uholdbart. Slaven kan nemlig i det tilfælde godt have hørt om denne opgave før, da løsningen jo gives ved elementær geometri, hvorfor man ikke behøver at kende til irrationalitet. Efter mødet med Sokrates kender slaven nu opgaven uden, at han af den grund kender til irrationalitet. Antaget at slaven kender til geometri, sikrer Platon altså intet ved at vælge dette eksempel. Antaget at slaven intet kendskab har til matematik, er en sådan sikring unødvendig. Brumbaughs argument må forkastes.

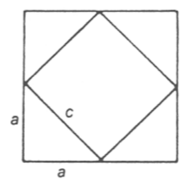
Noget andet matematik, der forbindes med figuren til slavedrengspassagen, er den pythagoræiske læresætning. Som Norvin bemærker, kan man se beviset for den pythagoræiske læresætning for ligebenet trekanters vedkommende i figuren knyttet til slavedrengspassagen [Norvin 1953:241]. Her tænker han ikke på Euklids bevis i I.47, men det intuitive bevis skitseret i figur 10, blot med ligebenet trekanter (figur 11). Det intuitive bevis kan ikke dateres præcist, men man har formodninger om, at de gamle grækere kendte det, og man ved med sikkerhed, at det var kendt i den kinesiske oldtid ganske uafhængigt af grækerne. Beviset består ganske enkelt i ligheden mellem to forskellige måder at opskrive arealet af det store kvadrat. Norvin bruger dette som sikkert vidnesbyrd for, at Platon var inspireret af pythagoræerne [Norvin 1953:241]. Dette er dog ikke en holdbar konklusion, da den pythagoræiske læresætning var kendt længe før pythagoræerne.

Ikke desto mindre fortæller slavedrengspassagen faktisk om Platons tilknytning til pythagoræerne - blot er grunden en anden. Selve argumentet, som Platon bruger, er nemlig en del af den såkaldte geometriske algebra, der findes hos Euklid, primært bog II. Som med sætningerne i bog II er Platons matematiske eksempel en geometrisk



$$(a+b)^2 = 4\tfrac{1}{2}ab + c^2 \Rightarrow$$
$$a^2 + b^2 + 2ab = 2ab + c^2 \Rightarrow$$
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Figur 10



$$(2a)^2 = 4\tfrac{1}{2}a^2 + c^2 \Rightarrow$$
$$2a^2 = c^2 \Rightarrow$$
$$a^2 + a^2 = c^2$$

Figur 11

sætning med et algebraisk indhold: fremgangsmåden til at løse opgaven er geometrisk, altimens opgaven (i moderne terminologi) løser ligningen $2a^2 = x^2$ (med $a = 2$). Det er således en sætning, der som sætninger i bog II er indlysende geometrisk, blot man betragter den tilhørende figur, mens den aritmetisk eller algebraisk formuleret ikke længere er simpel og selvindlysende, men indeholder en reel matematisk erkendelse. Den geometriske algebra er pythagoræisk [van der Waerden 1954/1983:118/87. Schreiber 1987:34]. For pythagoræerne var geometri og aritmetik nemlig to sider af samme sag. De mente, at til et aritmetisk udsagn fandtes et tilsvarende geometrisk udsagn og omvendt, og de stræbte efter at formulere begge [Gow 1884:68, 72]. Det er altså selve argumentationen i slavedrengspassagen, der viser tilbage til pythagoræerne som PLATONS inspirationskilde og ikke det faktum, at den tilhørende figur (tilfældigvis) indeholder et bevis for den pythagoræiske læresætning.

GOWS vurdering af slavedrengspassagen opsummerer på glimrende vis passagens formål:

> Platon er ikke interesseret i den pythagoræiske læresætning eller inkommensurable liniestykker, men i rækken af fornuftsslutninger [Gow 1884:175].
>
> ORIG. Plato is interested not in the Pythagorean theorem or incommensurable lines, but in the chain of reasoning.

At det er måden at ræsonnere på, der er vigtig for PLATON, når han inddrager matematikken, ses også af *Menon*-dialogens andet primære, matematiske tekststed, nemlig matematikerens hypotesemetode.

Matematikerens hypotesemetode [86d-87b].

I modsætning til slavedrengspassagens figur, kan figuren til matematikerens hypotesemetode diskuteres (behandles senere). Den her indsatte figur (figur 12, p.41) er NORVINS [1953:243] (og LAMBS [oversættelse fra 1962:325]); bogstavbetegnelserne er mine.

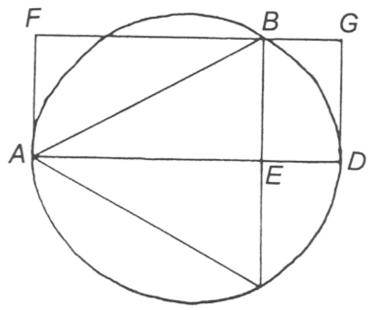
> S o k r a t e s: (...) om Godhed kan læres eller ej (...) Det ser jo altsaa ud til, at vi skal undersøge Egenskaberne hos noget, vi endnu ikke ved hvad er. Men saa maa du til Gengæld slaa en lille Smule af paa din Strenghed og give mig Lov til at betragte Spørgsmaalet, om den kan læres eller hvorledes, ud fra en Forudsætning.
>
> Og med dette Udtryk: ud fra en Forudsætning, mener jeg en lignende Fremgangsmaade, som Matematikerne ofte benytter, naar man forelægger dem en Opgave, f. Eks. angaaende en Figurs Fladeindhold, om det er muligt at indskrive denne givne Figurs Areal som en Trekant i denne givne Cirkel. Matematikeren vilde vel saa svare: Det ved jeg ikke endnu, men jeg tror, at en vis Forudsætning kan være tjenlig til Opgavens Løsning. Hvis nemlig Arealet er et saadant, at naar man afsætter det som et Rektangel [AEBF] langs Cirklens

Diameter, kommer der til at mangle et Stykke af denne [ED], som bliver Side i et Rektangel [EDGB], der er ligedannet med det, der blev afsat, saa er det efter min Opfattelse muligt; er dette ikke Tilfældet, stiller Sagen sig anderledes. Idet jeg altsaa opstiller dette som Forudsætning, skal jeg sige dig, hvorledes det gaar med Indskrivningen i Cirklen, om det er muligt eller ej.

Saa lad os paa samme Maade i Spørgsmaalet om, hvorvidt Godhed kan læres eller ej, da vi nu ikke ved, hvad eller hvordan den er, lægge en Forudsætning til Grund, før vi drøfter det (...) [*Menon* 86d-87b].

Placering af matematikerens hypotesemetode i dialogen.

Passagen med matematikerens hypotesemetode optræder i forbindelse med, at MENON vil have SOKRATES til at stoppe undersøgelsen af, hvad godhed er, og vende sig mod MENONS oprindelige spørgsmål, nemlig om godheden kan læres. Da det endnu ikke er



Figur 12: NORVIN/LAMB

lykkedes dem at finde ud af, hvad godhed er i sig selv (det mest oplagte udgangspunkt for en undersøgelse), foreslår SOKRATES, at de undersøger spørgsmålet ud fra en hypotese ligesom matematikeren gør. Platon belyser hermed Menons (og den almindelige borgers) måde at diskutere på som rodet og ulogisk og fremhæver det nødvendige i en logisk og stringent argumentation [Norvin 1953:245].

I PLATONS eksempel er matematikerens spørgsmål og hypotese som følger:

Matematikerens spørgsmål: “Kan et givet areal indskrives som en trekant i en given cirkel?” *Matematikerens hypotese*: “Hvis man kan afsætte det givne areal som en flade (rektangel) langs cirklens diameter, således at det tiloversblevne diameterstykke er side i en flade ligedannet med den afsatte, så kan det lade sig gøre, ellers ikke”.

Af det efterfølgende i dialogen fremgår det, at SOKRATES for at svare på MENONS spørgsmål opstiller en tilsvarende hypotese, der skal være udgangspunkt for hans og MENONS undersøgelser

MENONS spørgsmål: “Kan godheden læres?”
SOKRATES’ hypotese: “Hvis godhed er viden, kan den læres ellers ikke”

Efterfølgende undersøges om godhed er viden. Det centrale i den matematiske passage er altså endnu engang analogien til metoden.

Indskrivningsproblemet og dets omformulering.
Stedet med matematikerens hypotesemetode er vanskeligt at oversætte, da PLATON ikke er præcis, hvad angår de geometriske detaljer [se bl.a. Norvin 1953:242. Knorr 1986:71-72]. Der er derfor forskellige tolkninger af denne passage. Der er dog udbredt enighed om, at PLATON tager fat i det overordnede problem at indskrive et givet areal som en trekant i en given cirkel, og at han reducerer problemet til fladeanlæg, dvs. det at anlægge (konstruere) en flade (rektangel) med bestemt areal og side. PLATON bruger her en udvidelse af det elliptiske fladeanlæg, som findes i *Elementerne* VI.28 - elliptisk af det græske ord for mangel. Det anvendte fladeanlæg adskiller sig dog fra VI.28, idet formen på figuren, der skal blive tilovers ikke er kendt, men afhænger af det anlagte areal, dvs. af løsningen. Denne form er kendt i VI.28. Omformuleret til aritmetisk løser det elliptiske fladeanlæg hos EUKLID en andengradsligning. Udvidelsen løser en fjerdegradsligning (jvf. appendiks A, afsnittet ‘At løse indskrivningsproblemet’). Hvorom alting er, er fladeanlæg en del af den geometriske algebra, og altså dukker endnu engang pythagoræerne op.

Omformuleringen af problemet går på, at hvis arealet kan anlægges, så betingelserne er opfyldt (dvs., at det givne areal kan anlægges som en flade, således at den tiloversblevne flade er ligedannet med den anlagte), er trekantindskrivningen mulig, ellers ikke [Heath 1921:300 (bygger på en August (1829) og en Butcher (1888)). Norvin 1953:243. Brumbaugh 1968:34. Knorr 1986:72]. PLATON opstiller dermed en både tilstrækkelig og nødvendig betingelse for løsningen på problemet. At indskrivningen lader sig gøre, hvis og kun hvis betingelsen er opfyldt, kan indses med datidens midler (se appendiks A).

Man kendte altså på PLATONS tid omformuleringen af indskrivningsproblemet, men det er uvist, om de græske matematikere og dermed PLATON har kendt en *løsning* på indskrivningsproblemet, dvs. været klar over hvad der skal til - hvilket krav der skal være opfyldt -, for at betingelserne opstillet i omformuleringen er opfyldt. Dette er et spændende spørgsmål set ud fra et matematikhistorisk synspunkt og et, som moderne fortolkere er optaget af (f.eks. HEATH, NORVIN, KNORR). Da det vigtige i analogien for PLATON netop er opstillingen af løsningsbetingelsen, som han overfører til den filosofiske diskussion, er det sandsynligt, at han i hvert fald intuitivt har indset, at der eksisterer et sådant krav, selvom han måske ikke kendte det [Andersen, mundtlig overlevering].

Om PLATON kan have kendt en løsning, bliver taget op senere i afsnittet Rektangelfortolkningen. Først en belysning af diskussionen om, hvad det er for en flade, der anlægges. Oversættelsesproblemer og det faktum, at fladeanlæg ikke var simpel geometri på PLATONs tid, men noget der krævede et vist matematisk kendskab [Vlastos 1991:123], stiller spørgsmålet, om PLATON her har fat i det generelle indskrivnings-problem eller udelukkende tænker på et bestemt og meget simpelt og letforståeligt tilfælde af det generelle problem.

Problemerne med oversættelsen.

I FOSS' oversættelse taler han om, at arealet afsættes som et rektangel (jvf. citatet p.40-41). Men skal man holde sig strengt til PLATONs ordvalg, så taler han blot om, at arealet afsættes (som en figur) langs diameteren. LAMBs engelske oversættelse lyder således:

> Hvis dette areal er sådan, at når du afsætter det langs cirklens diameter, kommer der til at mangle en figur ligedannet med den, som du netop afsatte (...) [*Menon* 87a].
>
> ORIGINAL: If this area is such that when you apply it to the given line [diameteren] of the circle you find it falls short by a space similar to that which you have just applied (...).

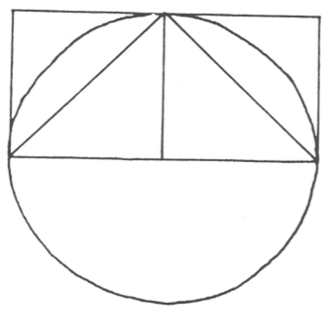
Det er altså ikke givet direkte i teksten, at det specifikt skulle dreje sig om et rektangel. Det ord, PLATON bruger, betyder blot 'areal' eller en figur, hvis sider alle er rette linier, og ordet bruges senere af matematikere primært for rektangel eller parallelogram [Norvin 1953:242]. Derfor er det meget sandsynligt, at PLATON har tænkt på en parallelogram-figur, men der er ikke klare indikationer på, om han nærmere bestemt tænker på et rektangel eller et kvadrat.

Flere oversættelser rummer som den danske, at SOKRATES siger 'dette areal' og 'denne cirkel' (f.eks. KNORR [1986:71] og GOW [1884:175]), andre oversætter med ubestemt artikel f.eks. 'en given cirkel' [LAMBs *Menon*-oversættelse fra 1962]. I direkte oversættelse lyder den græske tekst 'dette areal som trekant i denne cirkel', da der er tale om et demonstrativt pronomen. Der står *ikke* 'et areal' eller 'en cirkel', men det demonstrative pronomen kan give en oversættelse, der lyder '*et givet* areal' og '*en given* cirkel' afhængig af oversætterens fortolkning [stud. mag. i klassisk filologi Jesper Thomsen, mundtlig overlevering]. Der er altså ikke fuldstændig klarhed over denne detalje, men hvis man går ud fra den danske (og de tilsvarende) oversættelse(r), opstår problemet hvilke figurer, SOKRATES henviser til. Er det allerede eksisterende tegninger, dvs. figurerne tegnet i forbindelse med slavedrengen (i fald der helt sikkert er tale om et kvadrat), eller er han i gang med at tegne nye figurer (hvilket harmonerer bedre med rektangel-oversættelsen)?

Stedet med matematikerens hypotesemetode deler derfor fortolkerne i tre grupper [Brumbaugh 1968:33]: 1. Dem, der mener, at den anlagte flade er et kvadrat (og trekanten retvinklet), dvs. at PLATON har et bestemt, nemlig det simpleste, tilfælde i tankerne; 2. Dem, der holder på, at PLATON tænker generelt, hvorfor den rette oversættelse er rektangel; 3. Dem, der mener, at det er irrelevant, hvilken flade der tænkes på, da det er selve fremgangsmåden med opstilling af løsningsbetingelser, der er det vigtige.

Kvadrat-fortolkningen.

BENECKE hører til den første gruppe [Benecke 1867:9]. Han finder det oplagt, at SOKRATES på ny henviser til kvadratet fra slavedrengspassagen med siden på 2 fod (figur 4a). Han mener, at PLATON i sin omformulering har dette specifikke tilfælde i tankerne. Hvis det givne areal afsættes som et kvadrat, er figuren, der dannes med det tiloversblevne diameterstykke som side, kun ligedannet hermed, hvis figuren er et identisk kvadrat (se figur 13 [Benecke 1867:figur 5]). Det vil sige, at med det givne areal



Figur 13: BENECKE

afsat som et kvadrat har man det trivielle tilfælde, hvor løsningsbetingelsen kun er opfyldt, hvis radius i den givne cirkel er lig kvadratets side. Kravet, for at løsningsbetingelserne er opfyldt, er altså i dette tilfælde meget simpelt.

Argumentet for det trivielle tilfælde hænger på det, BRUMBAUGH kalder "kunstnerisk konsistens" ("artistic consistency") [Brumbaugh 1968:18]: PLATON må i sine dialoger nødvendigvis vælge eksempler, som SOKRATES' samtalepartnere kan følge - ellers brokker de sig (i *Menon* lader PLATON SOKRATES komme ind på dette, idet SOKRATES siger, at det hører med til god samtaleform ("den dialektiske facon", ifølge LAMB), kun at bruge udtryk, som samtalepartneren kender [*Menon* 75d]). Da MENON ikke har en matematisk baggrund, må analogien derfor være forholdsvis simpel - den skal være intuitiv og let at forstå - hvilket gælder det trivielle tilfælde og ikke det generelle problem.

For HEATH forekommer BENECKES tolkning fuldstændig usandsynlig, og han anfører som indvending, at PLATON bruger et alt for generelt og kompliceret sprog til at beskrive den simple betingelse, at radius i cirklen skal være lig kvadratets side [Heath 1921:303]. GOW derimod overtager BENECKES tolkning og forsvarer den ved at udlægge PLATONS komplicerede sprogbrug som et ønske fra PLATON side om at vigte sig af sit store matematiske kendskab [Gow 1884:175, note 3]. Desuden mener GOW som BENECKE, at PLATON med 'dette areal' tænker på det oprindelige kvadrat på fire kvadratfod, og han sandsynliggør, at ordlyden ' denne cirkel' er en henvisning til en cirkel, SOKRATES kan have tegnet tidligere i dialogen, ved at henvise til 73e. I 73e er SOKRATES og MENON i færd med at undersøge, hvad godhed er i sig selv, og SOKRATES forklarer for MENON forskellen mellem selve begrebet (godhed) og instanser af begrebet (MENON har foreslået retfærdighed som muligt bud på, hvad godhed er). SOKRATES forklarer forskellen ved at påpege, at 'det runde' er et eksempel på eller en instans af en form/figur, ikke definitionen af det overordnede begreb form/figur.

Selvom kvadrat-fortolkningen således kan forklare formuleringerne 'dette areal' og 'denne cirkel' og opfylder kravet om kunstnerisk konsistens, så er det et fåtal, der mener, at det er den rigtige tolkning. Som FOSS vælger også de fleste engelske oversættelser [f.eks. Heath 1921:299] at fortolke den anlagte flade som et rektangel - også LAMBS i de forklarende noter (jvf. citatet p.43).

Rektangel-fortolkningen.

HEATH, KNORR og NORVIN er blandt tilhængerne af rektangelfortolkningen. De mener, PLATON ser på det generelle problem om et vilkårligt areal afsat ikke nødvendigvis som et kvadrat, men som et rektangel. Som bemærket mener HEATH, at det trivielle tilfælde er for let eller for lige til. NORVIN giver udtryk for en tilsvarende holdning [Norvin 1953:245]; det er simpelthen ikke matematisk interessant.

Som HEATH argumenterer NORVIN imod kvadratfortolkningen ved at slå ned på PLATONS sprogbrug. Således pointerer han, at PLATON taler om *ligedannede* figurer og ikke *ens* eller *lige store*, ligesom PLATON taler om at afsætte arealet *langs* diameteren, ikke at det afsatte areal skulle dele diameteren i radier [Norvin 1953:244]. De fleste oversætttelser støtter NORVINS synspunkt, men de pågældende vendingers betydning *kan* diskuteres [Knorr 1986:72].

At PLATON med 'dette areal' og 'denne cirkel' skulle henvise til figurerne tegnet i forbindelse med slavedrengen, finder NORVIN helt uhyrligt. Han mener i modsætning til GOW, at SOKRATES ikke på noget tidspunkt har tegnet en cirkel, og at han derfor klart hentyder til figurer, som han tegner i det pågældende øjeblik [Norvin 1953:242]. Dette er ikke det bedste argument for rektangelfortolkningen, for selvom SOKRATES i 73e taler om det overordnede begreb 'det runde' og ikke den runde, to-dimensionelle figur 'en cirkel', så kan det ikke udelukkes, at SOKRATES, der i PLATONS dialoger ynder at tegne i sandet for at illustrere sine pointer, har tegnet en cirkel i forbindelse med denne talen om 'det runde', sådan som GOW hævder.

I sin gennemgang af løsningen på indskrivningsproblemet sammenligner HEATH problemet med problemet om kubens fordobling (at uddrage kubikroden af 2). Han mener, at PLATONS omformulering af problemet til fladeanlæg er en gengivelse af den omformulering, som græske matematikere havde foretaget, ligesom de reducerede problemet med kubens fordobling til konstruktionen af to sammenhængende mellemproportionaler.

At afsætte eller anlægge arealet som et rektangel således, at det overskydende rektangel er ligedannet med det anlagte, er det samme som at afsætte arealet som rektangel således, at rektanglets hjørne ligger på cirklen, dvs. det gælder om at finde punktet *B* (se figur 12, p.41). Det drejer sig, ligesom kubefordoblingen, om at løse en fjerdegradsligning, og denne kan løses på to måder: ved keglesnitslæren og ved en form for indskydningslineal (se appendiks A).

At løse en fjerdegradsligning ved keglesnit kunne man i oldtiden, men på et senere tidspunkt end *Menon*-dialogens tilblivelse. Redskaberne til dette fik de græske matematikere nemlig først, da MENAECHUS (ven med PLATON og elev af PLATONS elev EUDOXOS) i midten af 300-tallet f.Kr. [Heath 1921:251] løste kubefordoblingen, dvs. løste det, at finde to mellemproportionaler, ved keglesnitslæren [Knorr 1986:72-73. Heath 1921:301]. Derfor kan PLATON ikke have kendt denne løsning af problemet, da han skrev *Menon*.

Spørgsmålet er nu om PLATON kan have kendt metoden med indskydningslinealen. HEATH forholder sig ikke til PLATONS eventuelle kendskab hertil. Han nævner alene løsningen, og har ingen referencer til eventuelle anvendelser i antikken. Man ved, at grækerne kendte til den sædvanlige indskydning som konstruktionsmiddel allerede i 400-tallet f.Kr., hvor man brugte indskydning til at finde vinklens tredeling [Zeuthen 1949:79], men at bruge indskydning til at konstruere to sammenhængende mellemproportionaler, dvs. løse kubens fordobling, tilskrives NIKOMEDES [Hjelmslev 1919:38. Zeuthen 1949:87], som levede omkring år 225 f.Kr., altså langt senere end PLATON. Hvis de græske matematikere på PLATONS tid ikke brugte indskydning til at løse kubens fordobling, er det heller ikke sandsynligt, at de græske matematikere på PLATONS tid (og dermed PLATON) har kendt denne tilsvarende metode til at løse trekantens indskrivningsproblem.

At PLATON ikke kendte til en løsning af problemet, da han skrev *Menon*, er en opfattelse både BRUMBAUGH [1968:35] og KNORR deler. Således mener KNORR ikke, at PLATON lægger vægt på mulighedsbetingelsen, fordi matematikerne dengang havde fundet en løsning, men fordi de havde opdaget og ved elementære konstruktionsmetoder bevist kravet (at det givne areal skal være mindre end eller lig den indskrevne, ligesidede trekant - se appendiks A, lemma 2) for at løsningsbetingelsen er opfyldt [Knorr 1986:73]. PLATONS valg af dette eksempel skyldes altså ikke, at han (og ej heller matematikerne) kendte en løsning, men at indskrivningsproblemet og dens omformulering var noget, der optog matematikerne på PLATONS tid. Det er måske, som VLASTOS mener, mest for at vise sit store kendskab til geometri, at PLATON vælger trekantens indskrivning fremfor et mere simpelt eksempel [Vlastos 1991:123].

Fladeformens irrelevans.

Det vigtige ved analogien med matematikerens hypotesemetode, er som nævnt selve fremgangsmåden med at antage en hypotese for at besvare et spørgsmål, der ikke kan besvares direkte. Derfor mener bl.a. ROBINSON [1953:114] og TAYLOR [1955:138, note3], at de geometriske detaljer er uden betydning (modsat NORVIN, der mener, at "en nøjagtig Forstaaelse er nødvendig" [Norvin 1953:242]). Ligegyldigt, om det er et kvadrat eller et rektangel PLATON har tænkt på, så fremtræder den metodologiske pointe lige godt.

Dette er for så vidt rigtigt. PLATON gør ikke et stort nummer ud af at udrede den videre geometriske tankegang, som han gjorde det ved slavedrengspassagen - og han har ikke brug for det i forhold til den filosofiske undersøgelse. Det er nemlig ikke afgørende for PLATONs analogi at vide præcis, hvordan man afgør, om arealet kan anlægges, så betingelserne er opfyldt eller ej, dvs. kende det krav, der skal være opfyldt, for at betingelserne er opfyldt, omend det er muligt, at PLATON, som KNORR mener (jvf. ovenfor), gennem denne analogi får tilkendegivet sit store kendskab til geometriens fremskridt med at opdage og bevise dette krav. Det er *i princippet* ligegyldigt, hvor simpelt kravet er, når blot der er et. Det vigtige er at få opstillet en tilsvarende omformulering af problemet 'kan godheden læres'. I den efterfølgende diskussion er det selvfølgeligt yderst relevant, at SOKRATES kan afgøre, om betingelserne opstillet i *denne* omformulering er opfyldt eller ej, dvs. afgøre om godhed er viden eller ej (jvf. 3.1 Placering af matematikerens hypotesemetode i dialogen, p.41-42).

Som BRUMBAUGH påpeger, synes det dog usandsynligt, at PLATON, der hele vejen igennem dialogen lader SOKRATES henvise til figurer, ikke også har tænkt på en bestemt figur i dette tilfælde [Brumbaugh 1968:33], hvorfor en stillingtagen til fladeformen er relevant.

En tolkningssyntese.

BRUMBAUGH søger at lave en syntese af de tre fortolkninger, så de forskellige tolkningers krav er opfyldt [Brumbaugh 1968:35]. Således mener han, at PLATON har tænkt på den generelle sætning, hvorfor sproget SOKRATES bruger er generelt, men at han lader SOKRATES tegne det trivielle tilfælde med kvadratet i sandet. BRUMBAUGH sammenligner med EUKLIDS *Elementer*, hvor sætningernes bevis nogen gange gennemgås først med det simpleste tilfælde, hvorefter der redegøres for det generelle bevis [Brumbaugh 1968:34]. Da MENON ikke kan følge det generelle bevis, vælger SOKRATES at nøjes med at illustrere med det mest simple tilfælde. På den måde er den valgte analogi matematisk interessant samtidig med, at den matematik-ukyndige MENON kan følge med, fordi problemet er præsenteret i figuren på en intuitivt forståelige måde. Det er altså dels kravet om kunstnerisk konsistens, der fører BRUMBAUGH til sin fortolkningssyntese. Men BRUMBAUGH finder det også mest sandsynligt, at SOKRATES med 'dette areal' og 'denne cirkel' henviser til de allerede tegnede figurer, da han mener, at dette er PLATONS fremgangsmåde, såfremt det er muligt [Brumbaugh 1968:35].

BRUMBAUGH får således kombineret kvadrat- og rektangelfortolkerne. Samtidig giver han den tredie gruppe af fortolkere vind i sejlene ved at pointere, at den generelle sætning i sig selv er et specialtilfælde af den metode, PLATON drager en analogi til, hvorfor man må kunne se ud over de geometriske detaljer.

Med sin fortolkningssyntese ønsker BRUMBAUGH at opfylde alle kravene opstillet af de tre måder at betragte dette tekststed på. Dette er selvfølgeligt prisværdigt, hvis det kan gøres på en overbevisende måde. BRUMBAUGHS syntese forekommer dog mere konstrueret og fortænkt end overbevisende, da det mest sandsynlige er, at der må være fuld overensstemmelse mellem det problem, SOKRATES fremsætter, og den figur, han tegner i sandet. Hvis den matematiske analogi kun omhandler kvadratanlægget, er kravet for, at løsningsbetingelsen er opfyldt, særdeles simpelt (radius i den givne cirkel skal være lig kvadratets side). Analogien besidder derfor ikke et egentligt matematisk indhold, medmindre PLATON tænker på det generelle indskrivningsproblem. Da PLATON ikke ville anvende en matematisk analogi uden indhold, og da hans ordvalg er generel, synes rektangelfortolkningen derfor at være den mest plausible.

3.2 *Theaitetos*.

Theaitetos begynder med en kort samtale mellem to athenienser, hvor den ene beretter om, at THEAITETOS, hårdt såret i krig og medtaget af dysenteri, er bragt hjem til Athen. De får nu en slave til at oplæse en nedskreven samtale, THEAITETOS har haft med SOKRATES. Dette er den egentlige dialog. THEAITETOS dør år 369 f.Kr., og dialogen er PLATONS mindeskrift for sin ven. Dialogen er altså skrevet kort efter 369 f.Kr [Guthrie 1978:61]. Dermed er dialogen en alderdomsdialog. Den dramatiske datering er uden tvivl år 399 f.Kr., idet dialogen slutter med, at SOKRATES skal hen og forsvare sig mod anklagerne om, at han fordærver ungdommen (hvorefter han dømmes til døden).

Ud over at være et mindeskrift for THEAITETOS, er dialogen først og fremmest et filosofisk værk, hvis emne er viden.

Emnet er viden.

I *Theaitetos* samtaler den 70-årige SOKRATES med den meget unge mand THEAITETOS (ca. 16-17 år), og til dels THEAITETOS' alderstyngede lærer THEODOROS. THEODOROS var en dygtig matematiker, og han var ikke kun THEAITETOS' lærer, men også PLATONS [Gow 1884:173. Heath 1921:202]). Den eneste kilde, man har om THEODOROS og hans matematiske arbejde, er netop *Theaitetos* [Heath 1921:202].

I dialogen spørger SOKRATES, hvad viden er, og THEAITETOS går ind på samtalen. SOKRATES' samtalepartnere svarer sædvanligvis med at give eksempler på begrebet, i stedet på at definere selve begrebet (jvf. *Menon*). Således også med THEAITETOS, der i første omgang mener, at viden er geometri og håndværk. Da han bliver klar over forskellen mellem begrebet selv og instanser af begrebet, kommer han i stedet med definitionsforslag. Det første lyder: viden er sansning; det andet: viden er sand mening; det tredie: viden er sand mening forbundet med begrundelse. Alle tre definitionsforsøg må dog afvises, efter at SOKRATES i fællesskab med THEAITETOS har analyseret og redegjort for deres indhold. De finder således ud af, at der må være noget mere i viden end sansning, at man godt kan mene sandt uden at have viden, og at den tredie definition indebærer, at man definerer viden ved viden selv. Viden (epistēmē) kan altså ikke defineres ved hjælp af mening (doxa). Dialogen ender uden svar på, hvad viden er. Den ender dog ikke uden resultater, for som SOKRATES konkluderer i slutningen af dialogen, har processen, de har været igennem, ikke været uden virkning. Hvis THEAITETOS senere bliver svanger med tankefostre, så vil det blive bedre tankefostre. Hvis han derimod bliver ufrugtbar, så vil han være mindre hård over for andre, fordi han ikke bilder sig ind at vide noget, han ikke ved. Dialogen har således en dannende og en moralsk virkning: enten er THEAITETOS blevet en bedre tænker, en bedre filosof, eller et mere tolerant menneske.

Dialogen omhandler ikke idélæren. Nogle mener, at dette skyldes, at PLATON i sine sene år oplever erkendelsesteori som noget mere end idélæren [bl.a. Skirbekk & Gilje 1995:66], og at *Theaitetos*-dialogen derfor er en kritik af idélæren. Andre fortolkere, f.eks. OSKAR BORGMANN HANSEN [studiekreds på filosofi efterår 2001], mener, at det netop er på grund af den manglende omtale af idélæren, at dialogen må ende uden svar. Genstanden for viden er jo det uforanderlige og egentligt værende, nemlig ideerne. PLATON kan ikke forklare, hvad viden er, uden at komme ind på ideerne. Kritiseres idélæren med *Theaitetos,* er det ikke en negativ kritik, men en dialektisk kritik forstået på den måde, at PLATON ikke tager afstand fra idélæren, men realiserer eller følger konsekvensen af, at man kun kan tilegne sig viden om et emne ved at se kritisk på emnet. Det, at dialogen ender uden svar, at PLATON ikke kommer ind på idélæren, kan således ses som en del af dialektikken eller jordemoderkunsten. PLATON ønsker ikke at forklare det hele, men give stof til eftertanke. Først gennem den personlige tilegnelse, gennem det at miste og genvinde viden, opnår man sand viden. Det er en understregning af, at viden ikke er noget, man kan tilegne sig ved blot at læse i skrifter eller lytte til en forelæser. PLATON opfordrer i *Theaitetos* til at drage autoriteterne i tvivl. Ikke fordi de nødvendigvis siger noget forkert. Det meste, de siger, er sandt, men det medfører lammelse, hvis man blot ureflekteret overtager deres udsagn som sande. Man skal leve som autoriteten foreskriver, ikke fordi autoriteten mener sådan, men fordi man selv har indset, at dette er det rigtige. Således også med idélæren.

Som tidligere nævnt (afsnit 2.2 Værkerne, p.17) læner dette speciale sig op af den sidstnævnte holdning. Da specialet omhandler en mulig forbindelse mellem PLATONS matematiksyn og udviklingen af hans idélære, nævnes dette blot for at imødegå en eventuel kritik, der skulle gå på, at *Theaitetos*-dialogen ikke har noget med idélæren at gøre, og derfor er uden interesse for specialet.

Formålet med inddragelsen af *Theaitetos*-dialogen i dette kapitel er desuden et helt andet end idélæren, nemlig belysningen af PLATONS matematiske evner. Det er endnu engang de matematiske tekststeder, der skal analyseres, og det vigtigste af disse steder er tekstdelen 147c-148b, der omhandler irrationale tal.

Irrationalitetsstedet [147c-148b].

T h e a i t e t o s: Ja, paa den Maade ser det hele jo nok ganske let ud; men jeg er lige ved at tro, at det, du søger med dit Spørgsmaal, er noget lignende som det, vi for nylig kom til at tale om, jeg og din Navne[bror] Sokrates dér [en anden ung man blandt tilhørerne].

S o k r a t e s: Hvad var det for noget, Theaitetos?

T h e a i t e t o s: Jo, Theodoros her havde givet os en Fremstilling af Kvadrater, hvorunder han paaviste, at Siden i Kvadraterne paa tre Kvadratfod og fem Kvadratfod var uden fælles Maal med Siden i det paa een Kvadratfod, og saaledes gik han videre med de følgende lige til det paa 17 Kvadratfod; ved det gjorde han saa Holdt. Og saa var det, vi fik en Tanke omtrent som saa, at prøve paa, da Mængden af Kvadrater er uendelig, at sammenfatte dem til eet og finde et Udtryk, der kunde gælde alle disse Kvadrater.

S o k r a t e s: Fandt I saa ogsaa det?

T h e a i t e t o s: Ja, det synes jeg vi gjorde; nu kan du selv se.

S o k r a t e s: Lad høre.

T h e a i t e t o s: Hele Talrækken delte vi i to Dele; de Tal, der fremkommer som Produkt af det samme Tal ganget med sig selv, kaldte vi firkantede og ligesidede, idet vi ligestillede dem efter deres Udseende med et Kvadrat.

S o k r a t e s: Udmærket.

T h e a i t e t o s: Men alle de Tal, der ligger imellem disse første, som f.Eks. 3 og 5 og alle de andre, der ikke kan fremkomme ved at gange et Tal med sig selv, men som enten er et Produkt af et større Tal og et mindre eller af et mindre og et større, og som altid indesluttes af en længere og en kortere Side, dem kaldte vi aflange Tal, idet vi efter deres Udseende sammenlignede dem med et aflangt Rektangel.

S o k r a t e s: Nydeligt! Og hvad saa videre?

T h e a i t e t o s: De Linjer, der er Sider i Kvadrattallenes ligesidede Figurer, bestemte vi som Længdelinjer [FOWLERS engelske oversættelse giver “lengths”, dvs. ‘længder’] (hvis Længde kan angives ved et rationalt Tal), men de Linjer, der er Sider i de aflange Tals kvadratiske Figurer, kaldte vi Fladelinjer [FOWLERS engelske oversættelse giver “surds”, dvs. ‘irrationale størrelser’], eftersom de, hvad deres Længde angaar, ikke har fælles Maal med de første Linjer, men derimod nok, hvad deres Kvadraters Flade angaar. - Og hvad Legemer angaar, gælder en lignende Regel.

S o k r a t e s: Sandelig udmærket, mine unge Venner; ja, efter hvad jeg her har hørt, tror jeg ikke, Theodoros skal findes skyldig i falsk Vidnesbyrd [Theodoros har over for Sokrates rost Theaitetos for dennes dygtighed og kløgt].

T h e a i t e t o s: Ja men dit Spørgsmaal angaaende Viden, Sokrates, kan jeg vist ikke svare paa, saadan som dette her om Linjer og Flader, skønt det aabenbart er noget lignende, du søger; paa den Maade bliver Theodoros alligevel et falsk Vidne [*Theaitetos* 147c-148b].

Stedets placering i dialogen.

PLATON har medtaget irrationalitetsstedet af flere grunde. Hele dialogen er som nævnt et mindeskrift for THEAITETOS og med irrationalitetsstedet mindes THEAITETOS' matematiske arbejde. PLATON er imponeret over den måde, THEAITETOS evner at klassificere et resultat, som han kun har fået stykkevis [Mueller 1966:98]. Irrationalitetsstedet er derforuden en matematisk parallel til den filosofiske problemstilling dels som forbillede for den filosofiske proces, dels som billede på dialogens filosofiske konklusion. I dialogen viser THEAITETOS med sit matematikeksempel, at han nu har forstået, hvad det er SOKRATES mener med definition i stedet for eksempel på begreb. PLATON bruger dermed irrationalitetsstedet til at eksemplificere en god definition, dvs. det at nå frem til et klassifikationsprincip i stedet for at opremse eksempler. Det er altså et forbillede for den proces, de efterfølgende skal igennem.

Stedet er et billede på dialogens konklusion mht. forholdet mellem viden og mening, idet forholdet mellem viden og mening er som forholdet mellem en fladelinie (en irrational størrelse) og enheden: De har intet fælles mål, de er inkommensurable. Fladelinien (den irrationale størrelse) kan ikke angives som et mangefold af enheden, viden kan ikke defineres ud fra mening [Brumbaugh 1968:40].

Det matematikhistoriske.

Matematikhistorisk er irrationalitetsstedet meget interessant. Det er en af de få kilder, man har om irrationalitetsteoriens udvikling i perioden mellem pythagoræernes opdagelse af irrationaliteten og EUKLIDS *Elementer* små tohundrede år senere. Da PLATON som tidligere nævnt (afsnit 2.2 Værkerne) digter inden for den historiske ramme, og dialogen ydermere er et mindeskrift for THEAITETOS, er det usandsynligt, at PLATON skulle vælge at give en historisk ukorrekt fremstilling af THEAITETOS' og THEODOROS' matematiske arbejder. Irrationalitetsstedet giver derfor vigtige informationer om, hvilke matematiske bidrag der kan tillægges THEODOROS hhv. THEAITETOS.

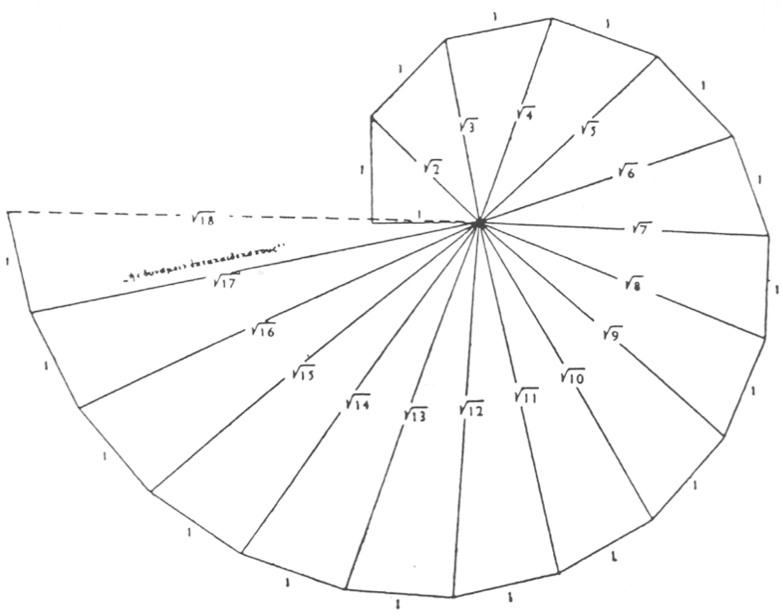
Teksten giver, at THEODOROS i sin forelæsning beviser irrationaliteten af først $\sqrt{3}$, dernæst √5, så √6, ... osv. op til og med √17. Det nævnes eksplicit, at √4 springes over, og man må formode, at også √9 og √16 overspringes [Foss' oversættelsesnote 1954:101. van der Waerden 1954:145. Knorr 1975:79]. Derefter laver THEAITETOS en generalisering.

Det er her relevant at se på, hvordan THEODOROS kan have konstrueret de omtalte kvadrater, hvordan han kan have bevist irrationaliteten af √3, √5, √6, ..., √17, hvorfor han begrænser sig til netop disse kvadratrødder, og hvad der er THEAITETOS' videre bidrag til dette felt.

Konstruktionen af kvadratsiderne.

For at det for de græske matematikere overhovedet giver mening at tale om sider i kvadrater med arealer på 3, 5, .., 17 kvadratfod, er det vigtigt, at de eksisterer, dvs. at de kan konstrueres. Dette har altså været muligt for THEODOROS, der ifølge THEAITETOS tager udgangspunkt i tegnede figurer [*Theaitetos* 147d]. I den danske oversættelse står der dog intet om at tegne, blot at THEODOROS giver "en Fremstilling", men de engelske oversættelser lyder, at "Theodoros tegnede figurer for at vise noget om rødder" (f.eks. MCDOWELL-oversættelsen: "Theodoros here was drawing diagrams to show us something about powers").

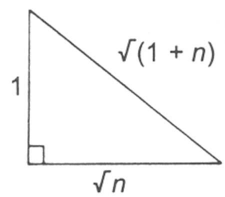
Grækerne havde kun lineal og passer til deres rådighed til geometriske konstruktioner, og THEODOROS kan have fremstillet kvadratsiderne vha. den pythagoræske læresætning (*Elementerne* I.47) eller vha. mellemproportionalkonstruktionen



Figur 14

(*Elementerne* II.14).

Den pythagoræiske læresætning siger som bekendt, at summen af kateternes kvadrater er lig kvadratet på hypotenusen i den retvinklede trekant (jvf. figur 10, p.39). THEODOROS kan have brugt den pythagoræiske læresætning til at konstruere de irrationale liniestykker ved at komme fra det ene liniestykke til det næste ved fremstillingen af sneglefiguren i figur 14 [Anderhub 1941:195*f*, 205. Figuren er hentet fra p.205]. THEODOROS kan selvfølgeligt også have konstrueret liniestykkerne uafhængigt af hinanden, dvs. brugt en speciel fremgangsmåde i hvert enkelt tilfælde, hvor fremstillingen af trekanterne ikke gør brug af hinanden på tilsvarende måde. HULTSCH er tilhænger af sidstnævnte mulighed. Han forkaster sneglefiguren med den



Figur 15

begrundelse, at det er en almengyldig betragtningsmåde [Hultsch 1893:377], og almengyldighed er ifølge irrationalitetsstedet ikke kendetegnende for THEODOROS, der betragter tilfældene enkeltvis. Der er dog intet almengyldigt over fremgangsmåden med sneglefiguren: Det er godt nok den samme fremgangsmåde, der bliver brugt til at fremstille liniestykkerne (at afsætte et liniestykke med enhedens længde vinkelret på den foregående hypotenuse), men de ønskede liniestykker fremstilles enkeltvist. Konstruktionen af dem sikres ikke på een gang ved en almengyldig betragtning som i figur 15.

HEATH mener, at det er en selvfølge, at THEODOROS har brugt den pythagoræiske læresætning [Heath 1921:203, n.2], men omtaler ikke sneglefiguren.

THEODOROS kan dog også have brugt *Elementerne* II.14, som fortæller, hvordan man konstruerer et kvadrat lig en given retlinet figur. Dette svarer til at konstruere mellemproportionalen, c, mellem to liniestykker, a og b, dvs. bestemme liniestykket c, således at a:c = c:b. Det er på den måde muligt at bestemme et liniestykke med længden $\sqrt{n}$ ved at bestemme mellemproportionalen, c, mellem to liniestykker, der har længder på hhv. 1 og n enheder (1:c = c:n giver, at $n = c^2$, altså er $c = \sqrt{n}$).

Det er umuligt at vide med sikkerhed, hvilken procedure THEODOROS har brugt, men da det er kvadratsider, han betragter, synes det mest oplagte, at han med *Elementerne* II.14 har omformet f.eks. rektangler med arealer på 3, 5, ..., 17 kvadratfod til kvadrater. Det er dog ikke vigtigt at vide præcis, hvordan han har gjort, det vigtige er, at konstruktionen helt sikkert har været muligt for ham.

Beviset for irrationaliteten.

Med irrationalitetsstedet fortæller PLATON intet om, hvordan THEODOROS skulle have bevist irrationaliteten af $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ... $\sqrt{17}$. Forskellige fremgangsmåder er blevet foreslået af matematikhistorikere. Selvom irrationalitetsstedet ikke direkte beretter herom, så indeholder stedet flere elementer, der kan svække eller understøtte de forskellige bud, der er kommet. F.eks. må THEODOROS' fremgangsmåde have været spændende nok til at imponere PLATON, for ellers ville han overhovedet ikke have refereret til det.

De beviser eller fremgangsmåder, der er blevet foreslået, kan inddeles i tre typer. Den første type, fremsat af HULTSCH, går på, at THEODOROS skulle have approksimeret talværdierne af de irrationale størrelser. Præcis hvilken fremgangsmåde THEODOROS skulle have anvendt, ved HULTSCH ikke, men han er overbevist om, at THEODOROS har fundet en øvre og en nedre grænse for den pågældende kvadratrod og vist, at disse grænser hele tiden kan komme tættere på kvadratroden uden at ramme en rationel talværdi [Hultsch 1893:384]. Men en sådan metode beviser intet, selvom den kan begrunde en eventuel formodning. Dette bud må derfor forkastes, da ingen matematiker omkring år 400 f.Kr. ville betragte det som et bevis. Ydermere havde pythagoræerne givet et eksakt bevis for irrationaliteten af $\sqrt{2}$ (se nedenfor), og THEODOROS ville derfor ikke have været tilfreds med et mindre eksakt bevis. PLATON ville ej heller have fundet denne fremgangsmåde værdig til at blive omtalt i hans dialog.

Den anden type bevis foreslås af VOGT [1909:105] og er en udvidelse af pythagoræernes bevis for irrationaliteten af $\sqrt{2}$. Beviset for $\sqrt{2}$'s irrationalitet er et modstridsbevis, der bygger på, at et tal ikke kan være lige og samtidig ulige. Det kendes fra ARISTOTELES og går som følger: Antag at $\sqrt{2}$ er rationalt, dvs. den kan udtrykkes ved forholdet mellem to hele tal. Lad det mindste af sådanne forhold være m/n, dvs. $\sqrt{2} = m/n$, dvs. $m^2 = 2n^2$. Dermed er m^2 lige, hvorfor m er lige. Da m/n var det mindste forhold, må n være ulige. Lad nu $m = 2q$. Da er $4q^2 = 2n^2$, dvs. $2q^2 = n^2$. Men dette giver at n^2 er lige, hvorfor n er lige, og dette er en modstrid. Derfor er $\sqrt{2}$ irrational [Heath 1921: 91].

Dette bevis er meget let at generalisere [Heath 1921:205]. Lad nemlig N være et ikke-kvadratisk tal (3, 5, 6, ...), og antag at $\sqrt{N}$ kan udtrykkes ved forholdet mellem m og n, som er indbyrdes primiske, dvs. $\sqrt{N} = m/n$. Dermed er $m^2 = Nn^2$, hvorfor N går op i m^2 og dermed i m. Lad nu $m = Nq$, hvorved $m^2 = N^2q^2$, hvorfor $Nn^2 = N^2q^2$, dvs. $n^2 = Nq^2$. Dermed går N op i n^2 og dermed n, hvorfor m/n kan forkortes med N, hvilket er i modstrid med antagelsen om, at m og n var indbyrdes primiske. Dette generelle bevis kan kun bruges, hvis man kan afgøre om tallet, der arbejdes med, N, er et ikke-kvadrattal. Man må dog formode, at grækerne har haft kvadrattals-tabeller, som var omfattende nok til at vise, at tallene 3, 5, ..., 17 ikke er kvadrattal.

Den omstændighed, at PLATON ikke nævner THEODOROS' bevisførelse, kunne tolkes som en tilkendegivelse af, at det var et for hans samtid velkendt bevis, THEODOROS brugte, og irrationalitetsstedet synes dermed at støtte denne type bevis. Men på den anden side er det ikke nødvendigt at gentage beviset for alle kvadratrødder op til $\sqrt{17}$, da det som vist let kan gennemføres generelt. Derfor stemmer denne type bevis ikke overens med irrationalitetsstedet, da det tydeligt fremgår, at THEODOROS ikke brugte en almen fremgangsmåde, hvorved han med ét ville have afklaret irrationaliteten/rationaliteten af en vilkårlig størrelse, men beviste tilfældene enkeltvist. Irrationalitetsstedet kan altså heller ikke støtte dette bud på en bevisførelse.

Det tredie forestående bevis adskiller sig fra de to foregående aritmetiske/algebraiske beviser ved at være et geometrisk bevis. Her argumenteres der ikke om tal, men om liniestykker.

At THEODOROS netop skulle anvende et geometrisk argument, understøttes ifølge blandt andre VAN DER WAERDEN [1954:143] og NIELSEN [1973:51] af det faktum, at PLATON i *Theaitetos* omtaler THEODOROS ikke som 'aritmetiker', men som 'geometer' [143b] (i de engelske oversættelser; i den danske oversættelse har man valgt 'matematiker'). En tilsvarende karakteristik giver også den senere kommentator PROKLOS [Nielsen 1974:51]. Dette 'geometer'-argument er dog ikke holdbart, da man tidligere kaldte matematikere for geometere, hvorfor det græske *geometrēs* blot betyder matematiker.

En anden og mere holdbar begrundelse for et geometrisk bevis, findes i opdagelsen af irrationalitet. Med denne opdagelse stod det klart, at der findes forhold mellem liniestykker (f.eks. diagonalen og siden i et kvadrat), som ikke kan udtrykkes som forholdet mellem to tal, mens ethvert talforhold kan udtrykkes som forholdet mellem to liniestykker. Geometrien syntes derfor at være mere omfattende end aritmetikken, og geometrien havde derfor højere prioritet end aritmetikken [Friis 1994:514. Gericke 1996:38]. Derfor må det have været mere oplagt at ty til geometrien.

Det geometriske bevis består i en anvendelse af det inkommensurabilitetskriterium, som findes hos EUKLID X.2 [Zeuthen 1910:422, 1949:57-58, 150. Heath 1921:206. van der Waerden 1954:143, 1983:137-8] - en tolkning fremsat første gang af den danske matematikhistoriker ZEUTHEN. Inkommensurabilitetskriteriet lyder

> Naar der af to uligestore Størrelser vexelvis subtraheres, stadig den mindste fra den største, og Resten ingensinde maaler den foregaaende, saa ville Størrelserne være usammaalelige [*Elementerne* X.2].

Kriteriet består i at udføre vekselvis subtraktion, også kaldet EUKLIDS algoritme, mellem to ikke lige store liniestykker, *a* og *b*, som når man skal finde største fælles mål. Vekselvis subtraktion vil sige, at man fra det største liniestykke, *a*, trækker det mindste, *b*, så mange gange, det er muligt. Er der en rest tilbage af *a,* er denne mindre end *b*. Resten trækkes nu fra *b*, så mange gange dette er muligt. Er der en rest tilbage her, fortsættes subtraktionen på tilsvarende vis. Hvis resten på et tidspunkt bliver nul, har *a* og *b* et største fælles mål. Hvis subtraktionen derimod fortsætter i det uendelige har de intet fælles mål, og X.2 giver da, at *a* og *b* er inkommensurable.

Denne type bevis stemmer bedre overens med de informationer, man kan hente i irrationalitetsstedet i *Theaitetos,* end de to andre fremgangsmåder. Beviset er et eksakt bevis, der er THEODOROS - og dermed PLATONS omtale - værdig. Det skal være godt nok til, at PLATON har ladet sig imponere. Ydermere er beviset ikke generelt, men skal gentages i hvert enkelt tilfælde, da den vekselvise subtraktion mellem roden/kvadratsiden og enheden forløber forskelligt i hvert tilfælde. Desuden finder HEATH det oplagt, at THEODOROS i forlængelsen af konstruktionen af kvadratsiderne også vil gå frem på en geometrisk facon i beviset [Heath 1921:207]. VAN DER WAERDEN fremfører yderligere et argument: inkommensurabilitetskriteriet bruges ikke efterfølgende til noget i bog X, og grunden til, at EUKLID alligevel har taget det med, er, at sætningen er historisk vigtigt, at den er blevet brugt af THEODOROS [van der Waerden 1983:137-8]. Der er således mange argumenter for, at THEODOROS har brugt kriteriet i X.2 til at bevise, at $\sqrt{3}$ hhv. $\sqrt{5}$, ..., $\sqrt{17}$ er inkommensurable med enheden.

Det geometriske bevis gennemgås først med moderne, aritmetiske termer for at lette indføringen i bevisgangen.

For at bevise inkommensurabilitet ved kriteriet skal det bevises, at den vekselvise subtraktion vil fortsætte i det uendelige. Dette kan gøres ved at betragte den følge af talpar, der opstår ved den vekselvise subtraktion mellem subtrahenden og resten. Hvis der opstår et talpar, hvis forhold er lig forholdet mellem tallene i et tidligere talpar, vil dette forhold optræde igen og igen, dvs. den vekselvise subtraktion er periodisk, hvorfor den aldrig vil ophøre. Den vekselvise subtraktion mellem $\sqrt{3}$ og 1 forløber således:

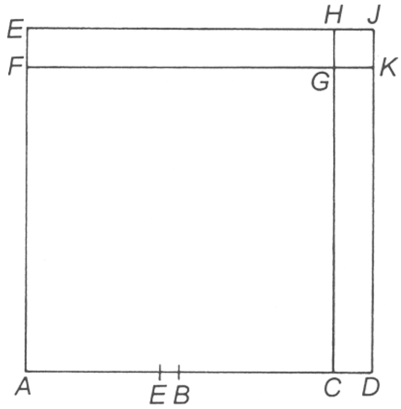
Den vekselvise subtraktion	Talparret, hvis forhold er interessant
	$(\sqrt{3}, 1)$
$\sqrt{3} = \mathbf{1}\cdot 1 + (\sqrt{3} - 1)$	$(1, \sqrt{3} - 1)$
$1 = \mathbf{1}\cdot(\sqrt{3} - 1) + (2 - \sqrt{3})$	$(\sqrt{3} - 1, 2 - \sqrt{3})$
$(\sqrt{3} - 1) = \mathbf{2}\cdot(2 - \sqrt{3}) + (3\sqrt{3} - 5)$	$(2 - \sqrt{3}, 3\sqrt{3} - 5)$

Forholdet mellem tallene i det fjerde talpar er lig forholdet mellem tallene i det andet talpar (indses ved at gange tallene i det fjerde talpar med $(2 + \sqrt{3})$). Der er altså brug for tre trin for at indse, at processen vil fortsætte i det uendelige. I den vekselvise subtraktion mellem $\sqrt{5}$ og 1 behøver man kun to trin før en gentagelse opstår:

Den vekselvise subtraktion	Talparret, hvis forhold er interessant
	$(\sqrt{5}, 1)$
$\sqrt{5} = \mathbf{2}\cdot 1 + (\sqrt{5} - 2)$	$(1, \sqrt{5} - 2)$
$1 = \mathbf{4}\cdot(\sqrt{5} - 2) + (9 - 4\sqrt{5})$	$(\sqrt{5} - 2, 9 - 4\sqrt{5})$

Her er forholdet mellem det tredie og det andet talpar lig hinanden (indses ved at gange tallene i det tredie talpar med $(\sqrt{5} + 2)$).

ZEUTHEN mener, THEODOROS beviser dette geometrisk ved hjælp af sætningerne i EUKLIDS bog II, den geometriske algebra [Zeuthen 1910:423*ff*]. Hvis man i figur 16

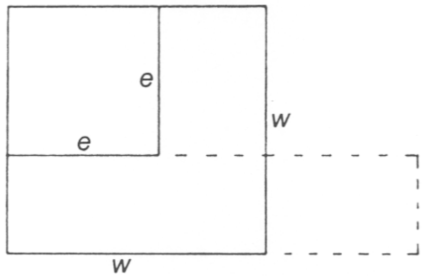


Figur 16

(p.57) lader $AB = 1$, $AC = 2$, og $AD = \sqrt{5}$, og konstruerer kvadraterne på *AC* og *AD*, ser man, at forskellen mellem de to kvadrater er gnomon *EJDCGF*. Denne gnomons areal er 1 (da $AD^2 - AC^2 = 5 - 4$), dvs. gnomon = AB^2. Udføres nu det første trin i den vekselvise subtraktion, dvs. trækkes *AB* fra *AD*, så mange gange, det er muligt, får man resten *CD* (da $AD - 2AB = AD - AC$). En mellemregning inden næste trin i den vekselvise subtraktion giver, at da rektangel *EG* = rektangel *GD*, og disse hver især er $2AB \cdot CD$, er gnomonen = $4AB \cdot CD + CD^2 = AB^2$. Hermed er $AB = 4CD + (CD/AB) \cdot CD$, dvs. $AB - 4CD = (CD/AB) \cdot CD$. Idet næste trin i den vekselvise subtraktion udføres, sættes $AE = 4CD$ (se figur 16, p.57), hvormed resten bliver $AB - 4CD = EB$. Mellemregningen giver nu, at $EB{:}CD = CD{:}AB$. Dvs. en gentagelse af forholdet mellem to størrelser i den vekselvise subtraktions følge af størrelsespar. Dermed vil den vekselvise subtraktion fortsætte i det uendelige, hvorfor *AB* (1) og *AD* ($\sqrt{5}$) er inkommensurable (HEATH har et andet geometrisk bevis, hvor han gør brug af en trekant med de rette sidelængder [Heath 1921:207*f*]). ZEUTHEN gennemfører et lignende bevis for $\sqrt{3}$ og skriver, at tilsvarende beviser kan gennemføres for de øvrige rødder.

VAN DER WAERDEN er inspireret af ZEUTHEN, men tænker sig det hele lidt anderledes [van der Waerden 1954/1983:144*ff* hhv. 136*ff*]. Han mener, at pythagoræerne kan have brugt EUKLIDS algoritme på enhedskvadratets diagonal og side, dvs. på $\sqrt{2}$ og enheden, og indset at denne proces er periodisk, idet der efter to trin opstår et forhold, der giver en diagonal og side i et mindre kvadrat [van der Waerden 1983:137] (og dermed et forhold, der er lig forholdet mellem de to liniestykker, man begyndte med), hvorfor den vekselvise subtraktion aldrig ender. VAN DER WAERDEN forestiller sig, at THEODOROS har ladet sig inspirere af dette og anvendt EUKLIDS algoritme på enheden og siden i kvadratet på 3 kvadratfod og fundet, at der efter tre trin opstår et forhold, som er lig udgangspunktet. THEODOROS er så fortsat med siden i kvadratet på de 5, hhv. 6, ..., 17 kvadratfod.

Den måde VAN DER WAERDEN mener, THEODOROS har bevist dette på, er følgende: Kaldes siden i kvadratet på 3 kvadratfod *w* og enheden *e*, så er $w^2 = 3e^2$. Første trin i den vekselvise subtraktion mellem liniestykkerne giver følgende:



Figur 17

Den vekselvise subtraktion	Liniestykkerne, hvis forhold er interessant
	(w, e)
$w = \mathbf{1} \cdot e + (w - e)$	$(e, w - e)$

Liniestykkerne e og $(w - e)$ kan, ifølge VAN DER WAERDEN, uden problemer erstattes med liniestykkerne $(w + e)$ og $(2e)$, da $e:(w - e) = (w + e):2e$. Denne lighed gælder, da $(w - e)(w + e) = w^2 - e^2 = 3e^2 - e^2 = 2e^2$. At det forholder sig sådan, kan bevises ved sætningerne i EUKLIDS bog II. Hvis man nemlig betragter $w^2 - e^2$ ved figur 17, ser man, at denne forskel er figurens gnomon. Gnomonens areal kan også udtrykkes som et rektangel ved at lægge gnomonens øverste del i forlængelse af den nederste, hvorved rektanglet har siderne $(w - e)$ og $(w + e)$. Dermed er vist, at $(w - e)(w + e) = w^2 - e^2$.

Næste trin i den vekselvise subtraktion udføres nu på liniestykkeparret $(w + e, 2e)$.

(Den vekselvise subtraktion)	(Liniestykkerne, hvis forhold er interessant)
$(w + e) = \mathbf{1} \cdot 2e + ((w + e) - 2e)$	
$= \mathbf{1} \cdot 2e + (w - e)$	$(2e, w - e)$

Disse liniestykker kan erstattes af $(w + e)$ og e, da $2e:(w - e) = (w + e):e$. Næste trin udføres derfor på $(w + e, e)$.

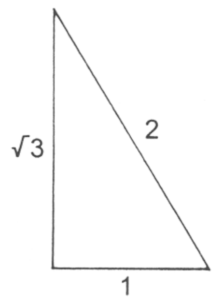
(Den vekselvise subtraktion)	(Liniestykkerne, hvis forhold er interessant)
$(w + e) = \mathbf{1} \cdot e + ((w + e) - e)$	
$= \mathbf{1} \cdot e + w$	(e, w)

Man står nu med to liniestykker som dem, man begyndte med, dvs. forholdet mellem liniestykkerne har gentaget sig og den vekselvise subtraktion vil fortsætte i det uendelige. Det skal bemærkes, at VAN DER WAERDEN opnår det ønskede forhold, fordi han i sidste trin fratækker subtrahenden (e) kun een gang, selvom den kan fratrækkes to gange. "Resten" (w) bliver derfor større end subtrahenden. Dette er uden betydning for forholdet mellem de to liniestykker, da VAN DER WAERDEN ser på forholdet mellem det største og det mindste af sine liniestykker, ikke på subtrahend i forhold til rest.

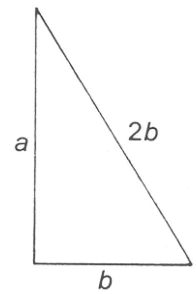
Der er dog nogle problemer ved denne metode. Det sidste trin, VAN DER WAERDEN foretager for at opnå to liniestykker med samme forhold som udgangspunktet (dvs. opnå to liniestykker identiske med dem, man begyndte med), adskiller sig fra de tidligere trin. Med VAN DER WAERDENS metode foretager man vekselvis subtraktion ved at trække den mindste fra den største så mange gange det er muligt, indtil den substituerede rest (der efter substitutionen er subtrahend) bliver e (se appendiks B). I det efterfølgende sidste trin fratrækkes subtrahenden (e) kun halvt så mange gange som det er muligt (se appendiks B), dvs. her udtømmer han ikke. Hvordan grækerne kan have indset denne varierende fremgangsmåde, fortæller VAN DER WAERDEN ikke. Måske forestiller han sig, at grækerne i denne sammenhæng udførte den vekselvise subtraktion ved at fratrække den mindste fra den største kun een gang, hvorved man (brugt på inkommensurable liniestykker) på et tidspunkt får forholdet man begyndte med; måske at det var et trick, de havde indset på tentativ vis.

Om grækerne anvendte vekselvis subtraktion ved at trække det mindste liniestykke fra det største så mange gange, som det er muligt, eller blot een gang per trin, er uvist. De kan have gjort begge dele. I beviset for X.2 anvender EUKLID den første mulighed, men THEODOROS er før EUKLID og kan have gjort som den kinesiske oldtids matematikere, der anvendte den sidste fremgangsmåde.

KNORR afviser både ZEUTHEN og VAN DER WAERDEN. Han mener, at ZEUTHENS geometriske bevis bliver for besværligt at gennemføre for rødder, hvor gentagelsen af forholdet først optræder efter flere trin [Knorr 1975:120]. VAN DER WAERDEN duer ikke ifølge KNORR, fordi man med den forholdslære, der var udviklet på THEODOROS' tid, ikke kan slutte, at $e:(w - e) = (w + e):2e$ ud fra $(w - e)(w + e) = (2e)e$ [Knorr 1975:122]. Grækerne kunne godt verificere, at de to forhold er identiske vha. af den geometriske algebra, men det er ikke oplagt, hvordan de skulle have fået etableret forholdet til at begynde med. Omskrivningerne af forholdene er vanskelige at udføre, idet grækerne ikke gangede over kors. VAN DER WAERDENS bud indebærer således, at grækerne kunne noget matematik, man ellers ikke har vidnesbyrd om de kunne, eller også var de græske matematikere i dette tilfælde mere end sædvanligt opfindsomme. VAN DER WAERDENS bevisforslag synes derfor at være tvivlsomt.



Figur 18a



Figur 18b

KNORR har sit eget bud på THEODOROS fremgangsmåde [Knorr 1975:181*ff*]. Ifølge

KNORRS tolkning har THEODOROS brugt et modstridsbevis, der tager sit udspring i konstruktionen af kvadratsiderne i kvadraterne med 3, 5, ..17 kvadratfod. Først konstrueres den pågældende side (rod) som side i en retvinklet trekant, f.eks. $\sqrt{3}$ (figur 18a). Det antages så, at roden er kommensurabel med enheden, dvs. at forholdet mellem de to kan udtrykkes ved et forkortet forhold mellem to hele tal, a og b, altså $\sqrt{3}:1 = a:b$. Han arbejder videre med den ligedannede trekant, hvis sider er udtrykt ved a og b (figur 18b), og viser ved talteoretiske overvejelser, at relationen $4b^2 = a^2 + b^2$ ikke kan være opfyldt, hvis a og b er indbyrdes primiske. Altså må antagelsen om kommensurabilitet afvises.

KNORR mener, at grunden til, at THEODOROS behandler tilfældene enkeltvist er, at bevisgangen kræver det [Knorr 1975:79*ff*]. Ikke desto mindre gennemfører han beviserne for flere rødder på een gang [Knorr 1975:184*ff*]. Således gennemfører han først beviset for $\sqrt{3}$, hvorefter han generaliserer det, så det gælder siderne i kvadrater, hvis arealer kan skrives på formen $(4N + 3)$. Tilsvarende giver han et generelt bevis for siderne i kvadraterne med arealer, der kan skrives på formen $(8N + 5)$ (bl.a. 5 og 13) og dem på formen $2(2N + 1)$ (bl.a. 6, 10 og 14). Til sidst behandler han arealerne på formen $(8N + 1)$ (bl.a. 17). KNORR tilkendegiver på den ene side, at THEODOROS behandlede hver rod for sig, samtidig med at han mener, at bevisførelsen "medfører" (jvf. citatet nedenfor) en opdeling af kvadratarealer i grupper således, at irrationaliteten vises for flere rødder på een gang. Han sammenfatter således sit bud på fremgangsmåden på følgende vis:

> Fremgangsmåden, som Theodoros brugte, bestod af en konstruktion af hver rod ved hjælp af en retvinklet trekant, udledning af en talmæssig retvinklet trekant fra denne konstruktion, og en undersøgelse af denne trekant [hvorved en modstrid opstår] (...). En sådan fremgangsmåde medfører opdelingen af problemet i klasser af tal, repræsenteret ved tallene 3, 5, 6 og 17. Hver klasse kræver en behandling, der er forskellig fra de andre [Knorr 1975:192].
>
> ORIGINAL: The procedure used by Theodorus consisted of a construction of each root by means of a right triangle, the derivation of a numerical right triangle from this construction, and the examination of this triangle (...). Such an approach entails the division of the problem into classes of numbers, represented by the numbers 3, 5, 6 og 17. Each class requires a treatment differing from the others.

Fremgangsmåden indebærer dermed en uoverensstemmelse med irrationalitetsstedet, idet det er muligt at bevise irrationaliteten for flere rødder på een gang i stedet for at være tvunget til at betragte hver rod for sig.

KNORRS metode svækkes altså, da den ikke kræver individuel behandling af samtlige rødder, og VAN DER WAERDENS metode synes tvivlsom, da den kræver nogle tricks og en indsigt, man ikke ved hvordan grækerne kunne have fundet frem til (trods indvendingerne imod ham, fastholder han sit synspunkt i senere udgivelser [van der Waerden 1983:138]). ZEUTHENS fortolkning synes dermed at være den tolkning, der stemmer bedst overens med irrationalitetsstedet (jvf. p.55-56) og den matematik, grækerne brugte på PLATONS tid.

Afgrænsningen af kvadratrødder.

Afgrænsningen af THEODOROS' bevisførelse til $\sqrt{3}$ op til $\sqrt{17}$ er der kommet mange forklaringer på. PLATON har helt sikkert haft en grund til at lade THEODOROS begynde med $\sqrt{3}$, for hvis PLATON blot ville have haft en matematisk smuk parallel til den filosofiske problemstilling, havde han ladet THEODOROS begynde med $\sqrt{2}$. Som nævnt i *Menon*-delen er der matematikhistorikere, der har anset slavedrengspassagen for at omhandle $\sqrt{2}$. Dette er blevet givet som begrundelse for at PLATON lader THEODOROS springe denne over [Vogt 1909:111]. Som konkluderet i *Menon*-delen behandler PLATON ikke irrationaliteten af $\sqrt{2}$ i slavedrengspassagen, hvorfor argumentet oplagt må forkastes. Det mest sandsynlige er i stedet, at PLATON kun ønsker at nævne THEODOROS i forbindelse med dennes egne bedrifter [Vogt 1909:111. Heath 1921:203. Nielsen 1974:60. van der Waerden 1983:142], hvorfor han er nødt til at springe $\sqrt{2}$ over, fordi dens irrationalitet allerede var kendt (jvf. pythagoræernes bevis, p.54). Bevisførelsens begyndelsespunkt støtter således overbevisningen om, at PLATON er den indre historiske virkelighed tro [Nielsen 1974:41-42].

At det skulle være tilfældigt, at THEODOROS stopper efter $\sqrt{17}$, afvises af de fleste matematikhistorikere. Med udgangspunkt i den føromtalte sneglefigur (figur 14) giver ANDERHUB en tegneteknisk begrundelse [Anderhub 1941:204]. Går man videre end $\sqrt{17}$, begynder man et nyt omløb på figuren, og kommer nemt til at ødelægge tegningen (der er tegnet i sand) og dermed begyndelseslinien, dvs. bevisets udgangspunkt. Er man tilhænger af forklaringen af konstruktionen ved sneglefiguren, er dette en fin og konsistent begrundelse.

Et andet fremført argument for den øvre afgrænsning tager sit udspring i den vekselvise subtraktion. For at vise at to størrelser er inkommensurable, skal man vise, at den vekselvise subtraktion aldrig ophører. Dette gøres ved at vise, at der efter et vist antal trin i subtraktionen optræder et forhold mellem to rester/liniestykker, som også optrådte tidligere. Antallet af trin inden en sådan gentagelse bliver højere jo større kvadratrod, man arbejder med. Argumentet går nu på, at $\sqrt{19}$ kræver besværligt mange trin i forhold til de tidligere rødder. Det er altså ifølge denne forklaring pga. en bevisteknisk årsag, at THEODOROS stopper ved $\sqrt{17}$ - at fortsætte bliver simpelthen en tand mere besværligt. De, der argumenterer således, mener ikke, at $\sqrt{18}$ er interessant, da $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, men så skulle THEODOROS også have sprunget $\sqrt{8}$ (=2 $\sqrt{2}$) og $\sqrt{12}$ (=2 $\sqrt{3}$) over, hvilket ingen af dem nævner. PIHL, der bruger ZEUTHENS fremgangsmåde, argumenterer for den bevistekniske årsag ved at anføre, at $\sqrt{19}$ kræver syv trin [Pihl

1950:29], men THEODOROS har ifølge ZEUTHEN-tolkningen allerede været oppe på seks trin ved $\sqrt{13}$ (jvf. tabel 1), så dette er ikke et stærkt argument. VAN DER WAERDEN

n	2	3	5	6	7	8	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20	21	22	23
Antal trin	2	3	2	3	5	3	2	3	3	6	5	3	2	3	7	3	7	7	5
n	24	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	37	38	39	40	41	42	43	44
Antal trin	3	2	3	5	6	3	9	5	5	5	3	2	3	3	3	4	3	11	9

Tabel 1: Antal trin, der skal til, før perioden optræder i den vekselvise subtraktion mellem enheden og $\sqrt{n}$.

argumenterer ud fra antal forholdsomskrivninger [van der Waerden 1954:145]. Da VAN DER WAERDEN har brug for en forholdsomskrivning hver gang subtrahenden bliver minuend, betyder dette, at antallet af omskrivninger blot er een mindre end antallet af trin hos ZEUTHEN. Altså svækkes argumentet af samme grund.

KNORR mener som de andre, at THEODOROS stopper fordi bevisførelsen bliver besværlig, men i modsætning til alle andre, mener KNORR, at THEODOROS stopper *ved* og ikke *efter* $\sqrt{17}$ [Knorr 1975:82]. Dette passer med KNORRS bud på THEODOROS' bevis, idet den modstrid, som KNORR-beviserne hænger på, ikke opnås tilsvarende ved den sidste gruppe af arealer, som KNORR arbejder med, nemlig de arealer der kan skrives på formen ($8N + 1$) (heriblandt 17) [Knorr 1975:191*f*]. Dette skyldes, at denne gruppe indeholder flere kvadrattal (bl.a. 9, 25, 49), hvorfor den antagede kommensurabilitet mellem kvadratsiden og enheden faktisk gælder i flere tilfælde. Derfor bliver en restriktion nødvendig for at udelukke kvadrattallene fra gruppen, og det besværliggør beviset. Dette er ifølge KNORR grunden til, at THEODOROS stopper ved $\sqrt{17}$. Da KNORRS bevismetode ikke stemmer overens med irrationalitetsstedets beretning om behandling af tilfældene enkeltvis, svækkes også hans forklaring på stoppet ved $\sqrt{17}$.

Der er således givet mange forskellige begrundelser for THEODOROS' stop ved $\sqrt{17}$, men ingen synes at være mere overbevisende end de andre. Måske var det tilfældigt. Spørgsmålet om, hvorfor THEODOROS stopper sin bevisførelse her, må stå åbent.

THEAITETOS' bidrag.

Foruden de informationer om THEAITETOS' udseende, personlighed, liv og død, der bliver videregivet i dialogens begyndelse, så får man også informationer om THEAITETOS som matematiker. Da dialogen er henlagt til THEAITETOS' ungdom, kan PLATON kun antyde hans kommende matematiske resultater, nemlig videreudviklingen af arbejdet med de irrationale størrelser, og dermed grundlaget for den teori om irrationale størrelser, der senere nedskrives i EUKLIDS bog X [bl.a. Heath 1921:212, 402. Zeuthen 1949:149]. Der findes en kommentar til EUKLIDS X. bog, som fortæller om THEAITETOS' store indflydelse på bog X [Heath 1921:209]. Denne kommentar er troværdig, idet den henviser til den græske historiker EUDEMOS af Rhodos, som ifølge VAN DER WAERDEN [1954:91] er en pålidelig kilde. Sammenhængen mellem THEAITETOS' matematiske arbejder og bog X følger også af PLATONS dialog, idet der er sproglige/term-mæssige overensstemmelser mellem dialogen og indledningen til bog X [Nielsen 1974:65. Pihl 1950:35].

Selvom det var chokerende for de græske matematikere at opdage, at der findes irrationale størrelser, så arbejdede de altså alligevel med dem. Det giver mening for den græske matematiker at tale om irrationale størrelser som liniestykker i modsætning til negative tal, som de overhovedet ikke berørte - noget kunne ikke være mindre end ingenting. Grækerne får derfor udviklet en irrationalitetsteori - et resultat, der altså skyldes ikke mindst THEAITETOS.

3.3 PLATONS matematiske evner og virke.

Der findes PLATON-fortolkere, der mener, at PLATONS matematiske forståelse var stærkt begrænset og hans interesse i matematikken kun overfladisk, og andre der mener, at PLATON var en selvstændig, udøvende og intet mindre end genial matematiker [Cherniss 1951:395*f*]. Sandheden skal sandsynligvis findes et sted midt imellem.

Ved analysen af matematikken i *Menon* og *Theaitetos* ser man, at PLATON kendte til bl.a. plangeometri, fladeanlæg (geometrisk algebra) og irrationale størrelser. Specielt giver omtalen af irrationale størrelser viden om, at PLATON havde mere end et overfladisk kendskab til matematik, idet disse størrelser tilhørte den tids matematiske frontforskning. Ved en fortsat gennemgang af PLATONS dialoger indser man, at hans kendskab til både elementær og avanceret matematik var omfattende [Artmann&Mueller 1997:4]. Matematikken var vigtig for PLATON, og han inddrog den i en sådan grad, at hans dialoger er en kilde til matematikhistoriske studier.

Matematikken indtog en særdeles fremtrædende plads i hans forestilling om den ideelle uddannelse (se afsnit 4.3) og i Akademiets læseplan, og mange af oldtidens store matematikere, f.eks. EUDOXOS og THEAITETOS, fik deres matematiske træning på Akademiet. Det er ikke sandsynligt, at PLATON selv underviste i matematik [Fowler 1987:106]; men han begreb matematikken i så høj grad, at han kunne følge med, når matematikerne, han omgikkes, samtalte. Nogle mener, at PLATON var med til at opsætte problemer for matematikerne at arbejde med [Cherniss 1951:395. Vlastos 1991:107. Mueller 1992:172*f*] - og på den måde vejlede matematikerne i deres studier -, omend han ikke selv forskede og udtænkte løsninger [Gow 1884:175. Brumbaugh 1968:15. Mittelstrass 1992:52. Friis 1994:515. Artmann&Mueller 1997:3]. Det er kendetegnende for PLATON, at det er andres præstationer, han refererer til, ikke egne.

PLATON havde altså et stort kendskab til matematik, men bidrog ikke selv til udviklingen af matematikken, omend han med sin entusiasme og kærlighed til matematikken var med at udklække mange af tidens matematiske bidragydere.

4. PLATONS brug af matematikken i filosofien.

I kapitel 3 blev der redegjort for PLATONS kendskab til matematik, at det var dybdegående og indeholdt tidens udviklinger. Når PLATON giver udtryk for sit syn på matematik, er det altså ud fra et stort kendskab til denne videnskab og ikke ud fra en overfladisk, abstrakt forestilling om, hvad matematik er.

Nærværende kapitel handler om, hvordan PLATON bruger matematikken dels i den konkrete sammenhæng, det vil sige i dialogerne *Menon* og *Theaitetos*, dels i det overordnede filosofiske tankesystem, dvs. hvilken plads matematikken indtager i dette system, hvilket igen vil sige PLATONS syn på matematik. Som det beskrives nedenfor, hænger PLATONS brug af matematik i den konkrete sammenhæng nøje sammen med hans overordnede syn på matematik. Kapitlet skulle gerne klarlægge forholdet mellem matematik og filosofi, sådan som PLATON ser det.

4.1 Den konkrete sammenhæng.

I *Menon* og *Theaitetos* bruger PLATON matematikken som eksempel på viden og som forbillede, hvad angår metode og genstand. Ydermere, mener nogle, bruger han matematikken til at illustrere forholdet mellem doxa og epistēmē.

Forbilledlig metode og genstand.

Specielt i *Menon* med slavedrengspassagen fremgår det tydeligt, at matematikken bliver brugt som eksempel på viden, altså at matematisk viden er viden i PLATONS forstand (epistēmē) og ikke kun skinviden (doxa). I begge dialoger fremgår det, at matematikken bruges som forbillede for dialektikken, hvad metode angår. I slavedrengspassagen er en af hensigterne netop at eksemplificere et logisk ræsonnement, at vise, hvordan man opnår epistēmē (jvf. 3.1 Slavedrengens placering i dialogen, p.36). Med matematikerens hypotesemetode er det atter den logiske og klare måde at ræsonnere på, der er det vigtige i analogien (jvf. 3.1 Placering af matematikerens hypotesemetode, p.41), og også irrationalitetsstedet i *Theaitetos* giver en matematisk parallel til den sokratiske metode, den filosofiske proces, idet stedet er et eksempel på, hvordan man giver en god definition af eller klassificerer et begreb (jvf. 3.2 Stedets placering i dialogen, p.51). PLATON lægger altså i disse dialoger vægt på, at matematikkens metode fører til epistēmē - han bruger matematikken som paradigme for videnskab [Vlastos 1991:122], som vejen frem til viden.

Illustration af *forholdet* mellem doxa og epistēmē.

Der er bred enighed om, at PLATON bruger matematikken som forbillede, hvad angår metode og genstand. Hvad der derimod er diskutabelt, er BRUMBAUGHS mening om, at PLATON her foruden anvender matematik som illustration af forholdet mellem doxa og epistēmē. Denne tolkning giver mening og forekommer at være en god pointe, når

BRUMBAUGH anfører, at irrationalitetsstedet i *Theaitetos* er et billede på forholdet mellem doxa og epistēmē, idet epistēmē ikke kan defineres ud fra doxa, ligesom fladelinien ikke kan angives som et mangefold af enheden (jvf. 3.2 Stedets placering i dialogen p.51). Problemet er, at BRUMBAUGH anser denne relation som gennemgående for PLATON. BRUMBAUGH mener, at PLATON bevidst gør gentagen brug af inkommensurabilitet (specielt mellem diagonal og side i et kvadrat) i sine matematiske eksempler for at illustrere forholdet mellem doxa og epistēmē [Brumbaugh 1968:appendix B]. Han henleder opmærksomheden på bl.a. *Menon*-figurerne figur 5e (p.36) og figur 13 (p.44) og skriver, at figurernes kontekst netop er en diskussion af forholdet mellem doxa og epistēmē. BRUMBAUGH mener, at figur 13 er grunden til, at PLATON har valgt problemet med trekantens indskrivning - fremfor f.eks. kubens fordobling - til at illustrere matematikerens hypotesemetode, fordi han derved får side-og-diagonal-i-kvadrat-figuren [Brumbaugh 1968:36, app. B]. Det er rigtigt, at *Menon*-passagerne handler om forskellen mellem viden opnået ved generindring (epistēmē) og viden opnået ved sanseerfaring (doxa), men det er forkert at tro, at PLATON, hver gang han tegner et kvadrat og dets diagonal, tænker på inkommensurabilitet. For det første er det tvivlsomt, om PLATON overhovedet har tænkt på figur 13 (BENECKES kvadratfigur) i forbindelse med matematikerens hypotesemetode. For det andet er det *ikke* inkommensurabiliteten mellem side og diagonal, der er til diskussion i nogen af de to *Menon*-passager.

BRUMBAUGH synes at svække sit argument yderligere, da han på tilsvarende vis behandler linielignelsen (afsnit 2.2, p.21) og dens redegørelse for forholdet mellem doxa og epistēmē. Han mener, at ligesom THEODOROS (mest sandsynligt) har brugt vekselvis subtraktion i sit bevis for irrationaliteten af $\sqrt{3}$, ...$\sqrt{17}$ og dermed opnået en inddeling i liniestykker, hvis forhold gentager sig, tænker PLATON på noget tilsvarende ved sin liniedeling i linielignelsen [Brumbaugh 1968:279 n.23]. BRUMBAUGH er nemlig af den opfattelse, at PLATON her tænker på det gyldne snit, dvs. deling af en linie i middel og ekstremt forhold. Hvis man deler linien i middel og ekstremt forhold, og bagefter afsætter den mindste liniedel langs den største, deles den største liniedel atter i middel og ekstrem forhold - og det er dette PLATON mener med at dele “efter samme forhold” (jvf. 2.2 Linielignelsen, p.21), ifølge BRUMBAUGH. Konklusionen, BRUMBAUGH drager af denne linieinddeling i irrationale liniestykker, er, at ligesom inkommensurable liniestykker ikke umiddelbart kan sammenlignes ud fra en fælles enhed, kan heller ikke genstandene for epistēmē (dvs. ideerne) sammenlignes med genstandene for doxa (fænomenerne) ud fra en fælles enhed, da de er af vidt forskellig beskaffenhed. Ikke desto mindre kan man komme ud over denne forskel og udtale sig om forholdet mellem ideerne og fænomenerne på en konsistent måde, ligesom inkommensurable liniers forhold kan udtrykkes eksakt, “når de sammensættes som side og diagonal i et kvadrat” [Brumbaugh 1968: app.B p.269]. En første indvending mod denne analogi er, at ikke alle indbyrdes inkommensurable liniestykker kan sammensættes som side og diagonal i et kvadrat (f.eks. $\sqrt{3}$ og 1) - det er kun en lille gruppe af inkommensurable liniestykker, der besidder denne egenskab. En næste indvending er, at det er meget tvivlsomt, at PLATON tænker på en deling af linien i irrationale stykker. BRUMBAUGH er i sin overfortolkning sandsynligvis fanget ind af den strømning, der opstod i 1800-tallet, og som ser det gyldne snit alle vegne [van der Schoot 1998:408]. Det synes nemlig langt mere sandsynligt, at PLATON - inspireret af pythagoræerne, som han jo var - tænker på en deling i *harmoniske forhold*. PYTHAGORAS havde fundet ud af, at musisk harmoni afhænger af talforhold. Anslår man en streng, der giver en grundtone, vil et anslag af den halve give oktaven over grundtonen, anslag af 2/3 giver kvinten, og 3/4 giver kvarten. Dette var afgørende for udviklingen af PYTHAGORAS' filosofi [Gow 1884:86 n.1], og noget PLATON uundgåeligt har fået med sig fra sine besøg på Sicilien. Derfor har PLATON snarere delt linien i et rationalt/heltalligt forhold som 2/3 eller 3/4.

Når BRUMBAUGH ser PLATONS brug af matematik (inkommensurabiliet) som et billede på forholdet mellem doxa og epistēmē, så synes jeg, at det er passende i forbindelse med *Theaitetos*, men ikke i forbindelse med de matematiske passager i *Menon* eller linielignelsen i *Staten* - her presser BRUMBAUGH et mønster ned over PLATON som ikke er holdbart.

Tidens brug af matematik i filosofiske værker.

At PLATON bruger matematiske illustrationer til at tydeliggøre diskussionen skyldes dels hans inspiration fra pythagoræerne, der ikke adskilte de forskellige vidensgrene matematik, etik, fysik osv., dels at det lå i tiden at gøre brug af matematiske illustrationer [Brumbaugh 1968:5]. Matematik havde vist sig at være yderst anvendelig inden for musik og astronomi, og man mente, at anvendelsen også måtte gælde andre vidensgrene. Selv ARISTOTELES, der var stærk modstander af at blande filosofi og matematik (det er med ARISTOTELES at opdelingen i fag begynder), brugte denne pædagogiske teknik at drage matematiske analogier [Brumbaugh 1968:7].

At PLATON bruger matematiske illustrationer, og at han bruger dem netop som han gør - som eksempel på og forbillede for erkendelse -, er dog først og fremmest et udtryk for PLATON syn på matematik.

4.2 PLATONS syn på matematik.

For at undersøge PLATONS syn på matematik, er det dialogen *Staten*, der skal studeres, specielt bog VI og VII. Det er her, PLATON giver den mest omfattende beskrivelse af, hvordan han betragter matematikken. Det er nemlig i disse midterste bøger af *Staten*, at man med ARTMANN & MUELLERS ord finder "de mest detaljerede, eksplicitte og vigtigste" af PLATONS udsagn om matematik [Artmann&Mueller 1997:2]. I modsætning til kapitel 3 ligger det altså helt fast, hvilken primærlitteratur, der er den afgørende. *Staten* er i denne sammenhæng *den* vigtigste del af primærlitteraturen. Det er nemlig i *Staten*, man får et indblik i og en forståelse af, hvorfor matematikken har så høj en prioritet hos PLATON, hvorfor han igen og igen inddrager matematik i sine dialoger.

***Staten*.**

PLATON skrev *Staten* i flere etaper, men en cirka-datering for tilblivelse og udgivelse lyder 385-380 f.Kr. [Foss 1996:7]. Den dramatiske datering er sandsynligvis 421 f.Kr. [Guthrie 1975:438]. I denne dialog er SOKRATES' primære samtalepartnere PLATONS to brødre ADEIMANTOS og GLAUKON. Emnet er retfærdighed, og det er her, PLATON får opbygget sin idealstat med filosofferne som regenter (jvf. afsnit 2.2 Filosoffernes virke, p.26). I bog VI og VII har SOKRATES og hans samtalepartnere lige fundet ud af, at filosofferne er dem, der kan fatte det evige og det uforanderlige. Samtalen handler nu om, hvordan disse ideelle regenter kan frembringes, og her spiller matematikken en stor rolle.

Matematik førend dialektik.

I den karakteristik, PLATON giver af matematik, er omdrejningspunktet matematikkens nødvendige og forberedende status i forhold til dialektikken. I det pensum, PLATON angiver for filosoffernes uddannelse, er den matematiske træning således afgørende [*Staten* 521c*ff*]. Ti års matematisk træning er nødvendig, førend de kan kaste sig over dialektikken. PLATON kalder de matematiske fag "medhjælpere" for dialektikken [*Staten* 533d] og "et forspil til det store hovedtema [dialektikken], som skal indøves" [*Staten* 531e]. Det er et forspil, der ikke bare er vigtigt, men nødvendigt og uerstatteligt med andre fag. Det er ganske simpelt ikke muligt at evne dialektikken, før man har været igennem det matematiske forspil. PLATON pointerer dette eksplicit:

> at denne dialektikens virkning kun lader sig til syne for den der er trænet i de fag [talteori, plan- og rumgeometri, astronomi, musikteori] vi har gennemgået - ellers er det udelukket (...) ingen anden fremgangsmåde findes til systematisk at bestemme hvad hver enkelt ting efter sit væsen virkelig er [533a-b].

Det har, ifølge PLATON, frygtelige konsekvenser, at uuddannede kaster sig over dialektikken. Hvis de potentielle filosoffer forsøger sig med dialektikken, inden deres matematiske uddannelse er fuldendt, fordærves de og dyrker galskab i stedet for dialektik.

> når purunge mennesker først får smag for dialektik, misbruger de den, som om det var et stykke legetøj, og indvikler andre i selvmodsigelser; denne kunst at sætte til vægs i en diskussion (eristik) tilegner de sig let ved at efterabe andre: hvem de så træffer på, opfører de sig imod dem som hundehvalpe der slider og flænser i alt hvad de får fat på (...) - og følgen bliver at de bringer ikke blot sig selv, men hele filosofien i vanry [*Staten* 539b-c].

Hvis man prøver sig med moralfilosofiske spørgsmål, inden man er klar til det, forfalder man altså til, hvad der for PLATON må forekomme at være noget af det værste, nemlig misbrug af dialektikken.

Når de unge potentielle filosoffer skal udvælges, er det derfor vigtigt, at de har interesse og sans for matematik. I *Theaitetos* skriver PLATON, at det netop er de mennesker, der dyrker matematik (og anden videnskab), som man har grund til at forvente sig noget af [*Theaitetos* 143d]. Matematikkens nødvendighed var ydermere så essentiel for PLATON, at han ifølge legenden kundgjorde den på Akademiets port ved at skrive: *Lad ingen der er ukyndige i geometri træde ind af mine døre*. Akademiet fulgte sandsynligvis ikke den i *Staten* skitserede læseplan, men diskuterede eller underviste i de forskellige fag sideløbende [Mueller 1992:170*f*]. Det er derfor sandsynligt, at PLATON ikke har holdt strengt på dette krav om geometri-kyndighed, omend der fortælles om den anden skoleleder efter PLATON, at han afviste en elev med netop den begrundelse, at da eleven ikke kunne geometri, kunne han heller ikke forstå filosofi [Gow 1884:174].

Matematikkens evne.

Hvorfor er de matematiske fag så nødvendige for PLATON? Hvad er det, de bibringer eleven? Det altafgørende i svaret på disse spørgsmål er matematikkens evne til at frigøre fra lænkerne og føre eleven op af hulen og ud i lyset (jvf. 2.2 Hulelignelsen, p.18), dvs. at vende sjælen fra den sanselige verden mod den intelligible og dermed stimulere den proces, som gør den potentielle filosof til filosof. PLATON understreger denne evne gang på gang i sin redegørelse af de fag, filosoffen skal trænes i. Således skriver PLATON i forbindelse med faget talteori:

> her er en af de kundskaber vi søger efter, en som efter sin natur leder os frem mod erkendelse, skønt ingen gør den rette brug af dens evne til på enhver måde at drage os nær til den sande virkelighed [*Staten* 522e-523a].

> [læren om »een« og dermed hele talrækken bliver til] et af de problemer der drager og vender os hen mod skuet af det virkeligt værende [*Staten* 525a].

> hvor uundværligt dette studium er, da det øjensynligt tvinger sjælen til anspændelse og tankevirksomhed for at nå frem til selve sandheden [*Staten* 526b].

Om geometrien udtaler PLATON sig på tilsvarende vis:

> [geometrien drager] sjælen hen mod sandheden, og retter filosoffens tænkning opad [*Staten* 527b].

- og om de matematiske fag samlet siger han:

> [de] skal hæve den ædleste del af sjælen til anskuelse af det herligste af det virkeligt værende [*Staten* 532c].

Træningen i de matematiske fag frembringer altså en virkning, der svarer til opstigningen til lyset. At matematikken formår dette vanskelige at løfte blikket fra fænomenerne/doxa mod ideerne/epistēmē, skyldes dens genstand og dens metode.

Matematikkens genstand.
Matematikken har den sjælsvendende virkning, fordi *matematikkens genstand tilhører den intelligible verden*. For Platon at se omhandler matematikken nemlig noget uforanderligt. Den omhandler evige sandheder, der er sande uafhængigt af tid og sted. Matematikkens genstand er de matematiske begreber i sig selv, og disse er kun tilgængelig for tanken. PLATON skriver i forbindelse med linielignelsen:

> Og du ved også at de [matematikerne] til hjælp tager synlige figurer hvorover de drager deres slutninger; men det er ikke figurerne de i virkeligheden tænker på; de er kun afbildninger. Genstandene for deres slutninger er f.eks. firkanten selv og dens diagonal eller hvad det nu drejer sig om, til forskel fra den de tegner. Virkelighedens figurer, dem de former eller tegner, og som kan kaste skygger eller danne spejlinger i en vandoverflade, dem betragter de kun som afbildninger, men de virkelige genstande for deres undersøgelse er usynlige undtagen for tanken [*Staten* 510d-e].

I matematik er tegnede figurer altså blot et hjælpe-redskab og ikke dét, matematikken egentligt handler om. Det skal her bemærkes, at for PLATON eksisterer de matematiske begreber, *før* man begynder at lave konstruktioner af dem, og dermed adskiller han sig fra de græske matematikere, der mente, at man måtte bevise, at konstruktionen er mulig, før man kunne være sikker på, at det pågældende matematiske begreb eksisterer (jvf. 3.2 Konstruktionen af kvadratsiderne, p.52).

I gennemgangen af talteorien beskriver PLATON, hvordan man ikke skal tage notits af dem, der betragter tal og enheden som ting i den sanselige verden:

> [Man skal ikke] høre på dem der udtrykker sig som om tal består af synlige og håndgribelige objekter. Som du ved, afviser gode matemati-

> kere med foragt alle forsøg på at splitte enheden op i smådele; hvis man prøver at sønderdele, multiplicerer de den op, og tager sig vel i agt for at enheden skal miste sin ejendommelighed og blive til småstykker (...) de tal de taler om, kan kun gribes af tanken, og man kan ikke befatte sig med dem på anden måde [*Staten* 525e-526a].

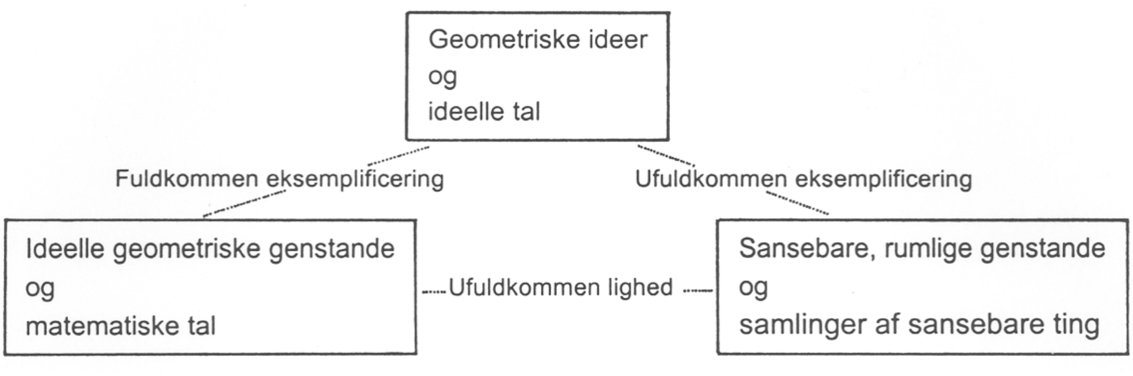
- og geometriens genstand omtales på tilsvarende måde:

> geometriens genstand er netop det evigt værende [*Staten* 527b].

De matematiske genstande tilhører altså ikke den sanselige, men den intelligible verden. De er evige og uforanderlige som dialektikkens genstande (ideerne), og de kan som dem kun begribes med intellektet. PLATON placerer matematikkens genstande i den nederste del af det afsnit, der udgør den intelligible verden, dvs. i afsnit B (se figur 3 og afsnit 2.2 Linielignelsen, p.22). Ifølge liniens deling befinder de matematiske genstande sig altså tilsyneladende lige under dialektikkens genstande.

Præcis hvilken ontologisk status de matematiske genstande har, uddyber PLATON ikke. Der er derfor uenighed om denne status. Nogle mener, at der ifølge PLATON kun eksisterer een slags matematiske entiteter, nemlig matematiske ideer, der besidder samme klarhed som ideerne i afsnit A i den delte linie (figur 3, p.22). Ifølge denne tolkning er matematiske genstande det samme som matematiske ideer. Inspireret af ARISTOTELES er der andre, f.eks. WEDBERG [1955:14], der mener, at PLATON taler om to slags matematiske entiteter, idet han skelner mellem matematiske ideer og matematikkens genstande.

Ifølge denne sidstnævnte opfattelse, eksisterer der dels matematiske ideer i afsnit A, dvs. ideelle tal og geometriske ideer, som er på samme niveau som de moralske ideer, dels matematiske genstande i afsnit B, dvs. matematiske tal og geometriske genstande (figur 19). Ifølge denne tolkning eksisterer der kun een idé af eksempelvis trekanten eller af trekantethed - denne tilhører afsnit A -, men der eksisterer mange ideelle trekanter, som tilhører det mellemliggende afsnit (afsnit B) mellem de

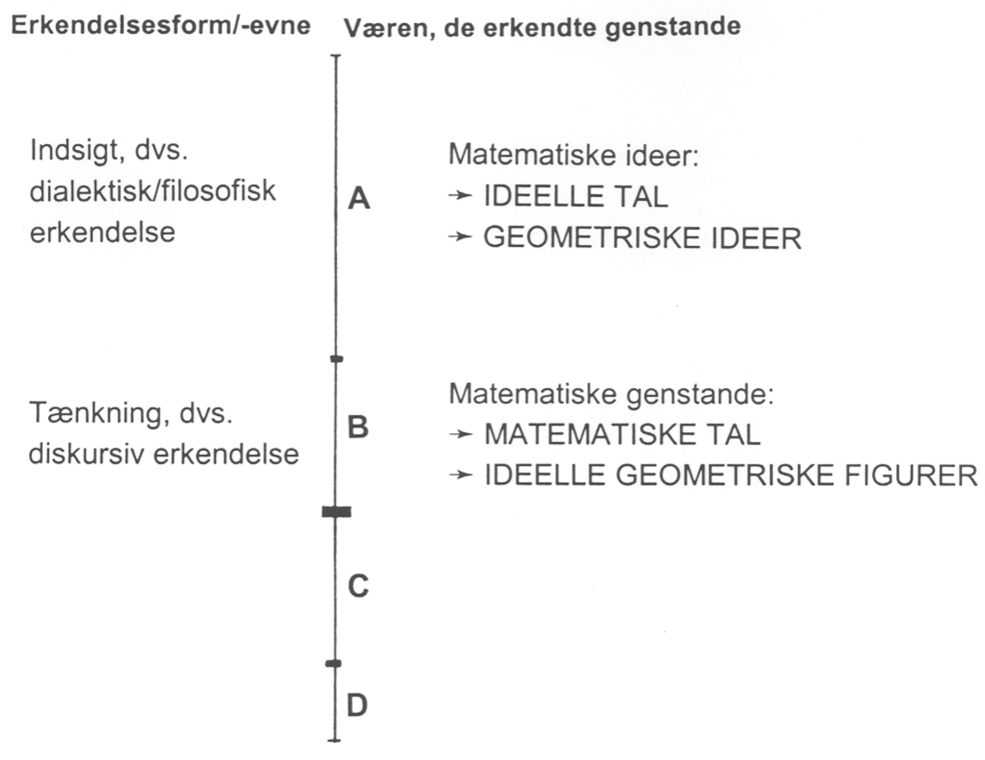


Figur 20

matematiske ideer og den sanselig verden. Disse trekanter har alle del i trekantens idé, som også de tegnede trekanter i den sanselige verden (afsnit C) har det. Men trekanterne i afsnit B er som sagt ideelle, og de er de eneste ideelle tilfælde af trekantens idé. De tegnede trekanter kan aldrig blive ideelle (se figur 20 [kombination af to figurer hos Wedberg 1955:62 hhv. 66]). Ifølge ARISTOTELES-fortolkningen beskæftiger matematikken sig med begge slags matematiske entiteter, dvs. både de matematiske genstande og de matematiske ideer.

MITTELSTRAß synes at være tilhænger af ARISTOTELES-udlægningen, idet han skriver, at “de matematiske ideer anvises en ‘midterposition’ mellem de ikke-matematiske ideer og fænomenerne” [Mittelstraß 1992:44], hvorimod CORNFORD er stærk modstander af tolkningen om et mellemliggende niveau mellem ideer og fænomener [Cornford 1932:62]. Han mener, at der kun eksisterer matematiske ideer på samme niveau som de moralske ideer.

WEDBERG/ARISTOTELES forekommer dog at stemme bedst overens med linielignelsen, der klart inddeler den intelligible verden i to: afsnit A og afsnit B med der tilhørende genstande og erkendelsesformer [*Staten* 510b-511e]. En af grundene til, at ikke andre grupper af ideer kan gøre krav på et sådant mellemliggende niveau, kan være, at de matematiske ideer adskiller sig fra de andre ideer ved, at man kan tænke på perfekte tilfælde af dem. Man kan entydigt tænke på en perfekt retvinklet trekant eller en perfekt cirkel med radius *r*, men man kan ikke entydigt tænke på en perfekt araberhest eller



Figur 19: ARISTOTELES-fortolkningen

shetlandshest, og der findes oplagt ikke flere perfekte tilfælde af retfærdighed i PLATONS univers, kun een retfærdighed.

Ligegyldigt hvilken tolkning man finder mest overensstemmende med PLATONS dialog, så er det uomtvisteligt, at PLATON betragter matematisk viden som viden om ideelle genstande. Derfor, *når man beskæftiger sig med matematik, trænes man i at erkende og forstå ideelle genstande*. Det vil sige, man trænes i at forstå perfekte genstande uden mangler og ufuldkommenheder - man trænes i at forstå genstande, der har hjemme i den intelligible verden.

Linielignelsens placering af matematikken giver en uddybende forklaring på, hvorfor matematik er den vigtige bro mellem doxa og epistēmē, mellem erkendelse af fænomener og erkendelse af ideer. De matematiske genstande tilhører nemlig det erkendeniveau (dvs. tænkning, se figur 3, p.22), der er højere end fænomenernes erkendeniveau (som var formodning/tro), men lavere end ideernes (indsigt). Matematisk viden er derfor lettere at opnå, end viden om ideerne er, men matematisk viden er samtidig viden om genstande, der tilhører den intelligible verden, hvorfor matematisk viden er epistēmē. Med hulelignelsens terminologi er matematikkens genstande skyggerne og spejlbillederne i vandet [Cornford 1932:77]. Matematikkens genstande er altså ikke de egentlige genstande uden for hulen, dvs. den intelligible verden, men de er en del af verdenen uden for hulen, og de er det første, slavens øjne kan vænne sig til at opfatte. Først efter videre tilvænning kan stjernerne (de moralske ideer) og til sidst solen (det godes idé) skues. Matematik er altså den bedste (og eneste) vej til indsigt, i særdeleshed indsigt i det godes idé.

Ifølge CORNFORD findes grunden til matematikkens bro-status i de matematiske og de moralske ideers natur. Han ser på den mulige tilgang, mennesket har til repræsentationerne af disse ideer. De matematiske genstande kan i den sanselige verden repræsenteres ved figurer, f.eks. en cirkel eller et kvadrat tegnet i sandet. Det kan de moralske ideer ikke. De er repræsenteret i fænomenverdenen som usynlige egenskaber i sjælen. Det er derfor lettere at skelne mellem den tegnede cirkel og den ideelle cirkel, end det er at skelne mellem retfærdigheden i sig selv og retfærdigheden i en bestemt handling [Cornford 1932:62*f*]. Dette gør det lettere at tilegne sig matematisk viden end viden om moralske ideer.

At matematisk viden er epistēmē hænger sammen med, at matematisk viden er viden om ideelle genstande, men det hænger også sammen med matematikkens metode.

Matematikkens og dialektikkens metoder.

Når nu de matematiske genstande har hjemme i den intelligible verden, og matematisk beskæftigelse bibringer epistēmē, er det så ensbetydende med at matematikkens metode kan anvendes til at opnå viden også om ideerne, specielt det godes idé? Her svarer PLATON både ja og nej. Matematikkens metode har visse ligheder med dialektikkens og er delvis forbilledlig for dialektikkens metode. Men de to metoder adskiller sig på nogle afgørende punkter.

Metodernes ligheder.

Når PLATON taler om matematik, er det ikke den matematik, man gør brug af i det daglige liv. Kræmmerens tal er ikke matematik [*Staten* 525d], ej heller den geometri man bruger til opmåling af en mark. Geometrien brugt i den sanselige verden er kun approximativ. Matematikken, PLATON taler om, omhandler evige og absolutte genstande. Derfor er matematik et rent intellektuelt foretagende og den matematiske metode dermed et forbillede for den dialektiske eller sokratiske metode. Som matematik handler dialektik om at undersøge grundlæggende begreber eller størrelser (antagelser/hypoteser) og udvikle konsekvenserne heraf (besvare spørgsmål). Når den sokratiske metode udøves, gøres der brug af dels intuition, dels deduktiv ræsonneren. De påståede begrebs-definitioner fremsættes nemlig vha. intuition og undersøges efterfølgende ved deduktiv ræsonneren [Cornford 1932:87].

Det, PLATON finder så forbilledligt ved matematikken, er den sikkerhed og de ubetvivlelige resultater, som dens undersøgelsesmetode giver. Matematikkens aksiomatiske struktur bevirker nemlig enighed om de nye resultater, som matematikerne finder frem til. Her opstår der ikke strid om resultaternes rigtighed, her er der ikke mulighed for skepticisme og relativisme.

At matematikkens metode er forbilledlig sås i både *Menon* og *Theaitetos* (jvf. 4.1 Forbilledlig metode og genstand, p.65). I irrationalitetsstedet var PLATON særdeles imponeret over matematikeren THEAITETOS' evne til at generalisere. THEAITETOS er et eksempel på hvilken gavnlig virkning, matematisk træning har, og netop det at kunne klassificere eller indordne enkelttilfælde under almene begreber, er, hvad PLATON ønsker at optræne og udvikle hos de potentielle filosoffer. At matematikken og dens metode er forbilledlig kommer også til syne senere i dialogen, hvor PLATON lader THEODOROS udtale, at for at de kan komme til bunds i en problemstilling, må de "betragte den ligesom en matematisk Opgave" [*Theaitetos* 180c].

Den matematiske metode er dog kun *delvis* forbilledlig, for den adskiller sig på afgørende vis fra dialektikkens metode. Dette bliver klart i *Staten*.

Metodernes forskelle.

Den afgørende forskel mellem matematikken og dialektikkens metoder er deres retning. Hvor den matematiske metode går fra en hypotese eller antagelse til et *ende*punkt, går den dialektiske metode mod et ikke-hypotetisk *begyndelses*punkt. I sin beskrivelse af liniestykkerne A og B (se figur 3) i linielignelsen skriver PLATON:

> Giv nu agt på hvordan vi skal dele den linie der står for tænkningens verden: Du har to liniestykker. I det første [afsnit B] bruger tanken

> billeder der tillige er originaler for efterligningerne i sansernes verden; og den er nødt til at basere undersøgelsen på forudsætninger for at nå frem, ikke til et første princip, men til en konklusion. Men i det andet [afsnit A] bevæger tanken sig i modsat retning, fra forudsætning frem mod et første princip der er forudsætningsløst. Og dér gør den ingen brug af de billeder som blev anvendt på det foregående stade, men foretager undersøgelsen udelukkende ved former og ideer [*Staten* 510b].

Matematikeren og dialektikeren bevæger sig altså i modsat retning ud fra et ens udgangspunkt, nemlig ubeviste hypoteser (definitioner/aksiomer). Ud fra hypoteserne beviser matematikeren sætninger, dvs. drager konklusioner. Men disse konklusioner bygger på forudsætninger, som selv behøver at blive retfærdiggjort, og de matematiske konklusioner er derfor stadig hypotetiske. Dialektikeren derimod ønsker at begrunde sin forudsætning, og søger dét hvorfra forudsætningen kan udledes, dvs. søger forudsætningens forudsætning. På den måde arbejder dialektikeren fra forudsætning hen imod et forudsætningsløst første princip (det godes idé), der ikke selv kan udledes fra noget andet. Dialektikkens metode er en opadrettet bevægelse. Dens erkendelse er tentativ, intuitiv og øjeblikkelig, idet dens opstigning fra forudsætning til forudsætningens forudsætning sker i pludselige spring [Cornford 1932:73]. Den matematisk metode derimod er en nedadrettet bevægelse, hvor der ræsonneres ved deduktive argumenter [Cornford 1932:67], dvs. erkendelsen er diskursiv og kontinuert. Dette forklarer matematikkens placering under dialektikken.

Det ser ud til, at PLATON mener, at matematikken er født med aksiomerne, dens grundlag for syntese, men der må have været en forudgående analyse, som han ikke har med. Dette skyldes sandsynligvis, at PLATON, der kendte til tidens matematik, men ikke selv udøvede eller udviklede matematik (se kapitel 3), kun har kendt eller fået præsenteret matematikken, som den kendes hos EUKLID, nemlig som syntese.

Når PLATON taler om hypoteser eller forudsætninger, tænker han på, hvad man i dag kalder definitioner og aksiomer. Han skriver

> de der beskæftiger sig med geometri og talteori, bruger visse forudsætninger: ulige og lige tal, og figurer, og tre forskellige slags vinkler, og beslægtede fænomener indenfor hver sit felt. Dem betragter de som kendte, idet de forudskikker dem som grundlæggende antagelser som det er unødvendigt at bevise både for sig selv og andre, fordi de er indlysende for enhver. Med dem som udgangspunkt går de frem skridt for skridt med indre konsekvens mod den konklusion de har sat sig som mål [*Staten* 510c-d].

Set med nutidens øjne er definitionerne af lige og ulige tal og de tre vinkler forståelige definitioner. Det er begreber, som er meningsfyldte, når først eksistensen af tal er forudsat. Derfor kan det give anledning til undren, når PLATON nævner disse som eksempler på hypoteser, der behøver retfærdiggørelse, men det hænger altså sammen med, at PLATON ikke skelner mellem hypoteser, forudsætninger, definitioner og aksiomer.

PLATON uddyber sin forklaring af afsnittene A og B i linielignelsen således:

> [matematikken] går ikke frem til et første princip, da den er ude af stand til at komme ud over eller bagved sine forudsætninger; men den bruger som billeder de genstande i vore sanselige verden, som igen selv kan danne afbildninger og skygger på det lavere plan; i sammenligning med disse afbildninger er fænomener højere agtet og værdsat (...) Angående det andet liniestykke [afsnit A] inden for intellektets område, må du forstå at jeg dermed mener alt hvad tankeprocessen opfatter ved dialektikkens hjælp, når den behandler sine forudsætninger, ikke som principielle udgangspunkter, men som virkelige forudsætninger, hypoteser; det vil sige som fodfæste og trin for en opstigning til noget som er forudsætningsløst og det sidste princip for alle ting; *når du har grebet det, kan tanken atter stige ned ved at følge vejen tilbage, nøje og konsekvent indtil konklusionen*.
>
> Under denne proces anvender den overhovedet intet af hvad der hører sanseverdenen til, men bevæger sig udelukkende fra form til form, og standser endegyldigt ved former eller ideer [*Staten* 511a-c, min kursivering].

Her kommer yderligere to vigtige elementer i forholdet mellem dialektikken og matematikken frem.

For det første berøres endnu en forskel (der også nævnes i citatet fra 510b, p.før denne) mellem de to metoder: Matematikken gør brug af figurer og tegninger, dvs. genstande fra den sanselige verden, genstande fra et mindre klart niveau på linien. Det gør dialektikken ikke. Den bevæger sig fremad kun ved hjælp af ideerne selv. Dette forhold underbygger dialektikkens og matematikkens tildelte position på linien, da det er en tilkendegivelse af, at dialektikken besidder større klarhed og nødvendighed end matematikken.

For det andet omhandler citatet den sikkerhed, som dialektikken kan give matematikken. Matematikken besidder nemlig ikke absolut sikkerhed i sig selv. Det er kun dialektikken, der arbejder sig mod det højeste princip, og derfor er det kun dialektikken, der kan opnå absolut sikkerhed. Matematikken befinder sig derimod "et sted mellem formodningernes og den sande kundskabs områder" [*Staten* 511d], og derfor kaldes matematikkens metode tænkning og ikke indsigt. PLATON forklarer matematikkens manglende vished således:

> til en vis grad omhandler [de matematiske fag] det værende, de ser dog kun virkeligheden som i drømme; med vågne øjne kan de aldrig se, så længe de må bruge ubeviselige forudsætninger som de må lade stå uudforskede, da de ikke kan forankre dem ved logisk begrundelse. For hvis udgangspunktet ikke er erkendt, og følgelig både mellemtrinene og konklusionen er en sammenvævning af det ikke-erkendte, hvordan i al verden kan disse fag, selv om de har indre konsekvens, nogensinde blive til indsigt [*Staten* 533b-c].

Så selvom matematisk beskæftigelse bibringer epistēmē (og altså ikke er falsk), og selvom det kun er gennem matematisk træning, at man kan evne dialektikken, så mangler matematikken det nødvendigt sikre grundlag for at være indsigt. Det er kun gennem dialektikken selv, at man kan opnå absolut sikkerhed.

Det, som citatet fra *Staten* 511a-c (det kursiverede) nu giver, er, at når man har grebet det højeste princip, kan man foretage en nedadrettet bevægelse fra ideerne ned gennem alle de trin, man besteg på vej op, og derved give trinene, dvs. de forudsætninger, man arbejdede ud fra, sikkerhed. Dermed er dialektikkens indsigt i det godes idé det ikke-hypotetiske udgangspunkt, som kan give matematikken den ønskede sikkerhed [Cornford 1932:76. Wedberg 1955:44, 59*f*, 67*f*. Friis 1994:236. Artmann&Mueller 1997:14]. Præcis hvordan indsigten i det godes idé sikrer matematikken, siger PLATON ikke. WEDBERGS fortolkning er, at man ud fra indsigten i det godes idé kan udlede al rationel viden. Således kan man udlede matematikkens hypoteser fra det godes idé og dermed sikre hypoteserne vished [Wedberg 1955:44, 60]. FRIIS mener ikke, man på den måde kan tale om en direkte forbindelse mellem matematikken og det højeste princip. Han mener, at man skal forstå PLATON således, at man med den indsigt i begreber og begrebssammenhænge, man får med dialektikken, opnår mulighed for at begrunde matematikken, ikke ved at udlede alt fra een grundlæggende idé, men ved at man kender betingelserne for viden [Friis 1994:237]. En lignende holdning finder man hos MUELLER. Som FRIIS mener han ikke, at PLATON tror på en deduktion af matematikkens hypoteser fra det godes idé. Ifølge MUELLER tænker PLATON snarere på, at matematikken vil optræde som en integreret del af det tankesystem af viden, der kan udvikles fra det godes idé. Det er på den måde, matematikken vil finde sit nødvendige grundlag og blive indsigt [Mueller 1991a:82*f*, 90. 1992:190].

PLATON præsenterer således i *Staten* et modificeret eller nuanceret billede af matematikken: I den tidligere dialog *Menon* angiver han matematikken som forbilledlig uden forbehold. I *Staten* er matematikken kun delvis forbilledlig, da dens forudsætninger ikke er første principper eller begrundet i sådanne, hvorfor matematikken ikke giver virkelig indsigt.

Selvom matematikken handler om den intelligible verden og ikke kan finde et sikkert grundlag i den sanselige verden, så forestiller PLATON sig ikke, at matematikken (f.eks. en geometri) eksisterer uden nogen forbindelse til den sanselige verden. Matematikken er tilnærmelsesvis sand i den sanselige verden og bidrager sammen med de andre videnskaber til en forståelse af den sanselige verden. Men denne forståelse er afhængig af en anden forståelse, nemlig forståelsen af en intelligibel, ideel verden, der har det godes idé som øverste element [Mueller 1992:194]. Først med den dialektiske erkendelse kan den diskursive erkendelse gøres sikker, først hermed kan videnskabernes forudsætninger begrundes.

Matematikkens vigtighed.

Det er som nævnt matematikkens evne til at vende sjælen, der er PLATONS begrundelse for at anse matematikken som nødvendig forberedelse til hovedfaget dialektik. Men det er ikke kun i den ideelle uddannelse for de ideelle regenter, at matematikken prioriteres højt, matematik har en gavnlig effekt for alle. PLATON skriver således:

> har du lagt mærke til at de der har gode anlæg for regnekunsten [talteori], i de fleste tilfælde også er opvakte og kvikke til andre fag? og selv om de trægere naturer måske ikke har megen anden nytte af den, gør de i hvert fald alle gode fremskridt i hurtig opfattelse, når de bliver grundigt trænede i regning [talteori] [*Staten* 526b].

> Desuden viser erfaringen at med hensyn til hurtig og nøjagtig tilegnelse af alle andre fag, har den der kan sin geometri et umådeligt og afgørende forspring for den der ikke kan den [*Staten* 527c].

Matematisk kunnen er altså god i det hele taget. Den højner effektivt ens evne til at tilegne sig viden og bibringer den studerende dygtighed generelt, og det gælder ikke kun for filosofferne - de bedst udrustede -, men også for den almindelige borger. I sin sidste dialog *Lovene* kommer PLATON atter ind på dette, idet han skriver:

> Thi baade naar det gælder privat Husførelse og Statens Ordning og en hvilken som helst Kunst eller Haandværk, er der ikke noget enkelt Undervisningsfag, der har saa stor en Betydning som Studiet af Tallene. Men Hovedsagen er, at det vækker den, der af Naturen er sløv og uforstandig, gør ham lærenem og skarpsindig og udvikler hans Hukommelse, saa at han i Modstrid med sin Natur gør Fremskridt ved Hjælp af den guddommelige Kunst [*Lovene* 747a-b].

Selvom mangel på matematiske studier ikke er så katastrofalt for den almindelige borger, som det er for filosoffen, så er en sådan mangel dog ikke desto mindre fordærvende. PLATON kommer ind på dette senere i *Lovene*, hvor han kritiserer hellenerne for ikke at kende nok til rumgeometri og inkommensurable størrelser. Om denne situation skriver han:

> det gik op for mig, at denne Tilstand virkelig ikke passer for Mennesker, men snarere for saadanne Skabninger som Svin, og den slags, og jeg skammede mig ikke alene på mine egne Vegne, men ogsaa paa alle Hellenernes Vegne [*Lovene* 819d].

Måske er dette blot en kritik fra PLATONS side af, at den almindelige borger ikke interesserer sig nok for PLATONS hjertebarn matematikken. Men svine-analogien synes at rumme mere end det [Brumbaugh 1968:66]. Under udviklingen af det ideelle bysamfund i *Staten* skitserer SOKRATES nemlig et bysamfund, der alene dækker borgernes basale behov. SOKRATES' samtalepartner GLAUKON kalder dette et samfund for svin [*Staten* 372d]. Det, der adskiller menneskene fra svin, er, at mennesker har brug for mere end blot fysisk føde, mennesker har også brug for åndelig føde, og deres kendetegn er intellekt og sociale relationer. Hvis man som borger derfor ikke interesserer sig for matematikken, så mister man noget som menneske og nærmer sig svinets åndsløse levevis. At have kendskab til matematik er derfor i højeste grad vigtig for alle borgere. Jo mere omfattende kendskab des bedre - både for den individuelle dygtighed/kompetence og for samfundet som helhed.

***Staten*s kritik af de rumgeometriske studier.**

Det er ikke kun i *Lovene*, at PLATON klager over hellenernes manglende kundskaber i rumgeometri. Han gør det også i *Staten*. Dette sker i forbindelse med hans gennemgang af filosoffernes pensum.

> denne videnskab (stereometri) er, mig bekendt, endnu ikke blevet genstand for forskning [sagt af Glaukon, og Sokrates svarer]
>
> - Nej. Og grundene dertil er to. For det første ligger den brak fordi ingen stat opmuntrer den, vanskelig som den er. For det andet vil de der studerer den, næppe gøre større fremskridt uden forudsætning af en vejleder, hvilken vil være svær at finde. Og skulle han end findes, vil han, som sagerne står, ikke vinde megen gehør hos dem der lægger sig efter studiet; dertil er eleverne for indbildske. Kun hvis en hel stat ville opmuntre dem og stille vejledere til rådighed, ville de være samarbejdsvillige. Så ville der gennem udholdende og energisk forskning være håb om at kaste lys over dens væsen. Selv nu, hvor

dette fag står i ringeagt hos det brede folk, og samtidig forfuskes af de studerende der ikke har begreb om dets gavnlighed, øver det dog en vis tiltrækning og gør trods alt visse fremskridt. Det skulle ikke undre mig om det engang ville vise sig livskraftigt [*Staten* 528bc].

Denne klage over rumgeometriens tilstand har givet anledning til mange fortolkninger. CORNFORD tager den bogstavelig og mener at PLATON beskriver den manglende dyrkning og udvikling af rumgeometrien på det tidspunkt, dialogen foregår (dvs. ca. 421 f.Kr.) [Cornford 1932:66]. Dette stemmer dog ikke overens med det faktum at rumgeometrien *blev* dyrket af matematikerne i stor udstrækning i 400-tallet f.Kr. [Zeuthen 1949:86. van der Waerden 1954:138].

HEATH mener, at det er et bestemt geometrisk problem PLATON tænker på, nemlig kubens fordobling [Heath 1921:303]. Hermed vender han om på situationen fra virakken om kubens fordobling: I sin redegørelse for denne fortæller HEATH, at kube-problemet blev af stor interesse for matematikerne efter at oraklet på Delos, ifølge en antik tragediedigter, krævede at få et kubeformet alter gjort dobbelt så stort. HEATH fortæller videre, at PLATON skulle have ment om dette krav, at det ikke var alteret, oraklet var utilfreds med, men den kendsgerning, at hellenerne interesserede sig for lidt for rumgeometrien og matematik i det hele taget, en gengivelse HEATH mener er sandsynlig [Heath 1921:246]. HEATH mener altså, at det er sandsynligt, at PLATON har vendt kube-problemet til en kritik af en manglende interesse for matematik og rumgeometri generelt, samtidig fortolker han PLATONS generelle kritik af interessen i rumgeometrien som kritik af manglende kundskaber om et enkelt geometrisk problem, nemlig kube-problemet. Det virker ikke helt konsistent.

En anden og mere sammenhængende forklaring giver EVA SACHS. Hun mener ikke, at PLATON kritiserer den rumgeometriske udvikling generelt og afviser ligeledes, at tekststedet omhandler 'det deliske problem', dvs. kubens fordobling, samt en idé, der har været om, at det skulle tilkendegive, at PLATON er opfinder af rumgeometrien [Sachs 1917:146*f*]. I stedet argumenterer hun for, at der på PLATONS tid manglede *systematisk* undervisning i rumgeometri, og at PLATON med omtalte tekststykke propaganderer for sig selv som ansvarlig for den undervisning, han efterlyser: som leder af Akademiet kan han føre Akademiets matematikerne til et mere systematisk studium af rumgeometrien [Sachs 1917:155*f*, 159]. Denne forklaring får opbakning af VAN DER WAERDEN [1954:139] og MUELLER [1992:n.45], og også CORNFORD kommer ind på en lignende fortolkning [Cornford 1932:78].

I redegørelsen for matematikken og dens vigtighed i uddannelsen, opnår PLATON således en lille bonus: han får gjort reklame for sin egen og skolens fortræffelighed.

5. Påvirkningen af PLATONs matematiksyn på udviklingen af hans filosofi.

PLATON havde et godt kendskab til matematik (se kapitel 3), og han havde en mening om, hvad matematik er, hvad dens genstand er, hvilken plads den skal indtage i uddannelsen af mennesket, og hvordan den forholder sig til hovedfaget over dem alle, nemlig dialektikken (se kapitel 4). Det spændende er nu, om dette PLATONs syn på matematik var med til at forme eller påvirke udviklingen af hans filosofi, udviklingen af idélæren, og dét er emnet for nærværende kapitel.

De mennesker, der udtaler sig om denne problematik, kan deles i tre grupper, dem, der er af den overbevisning, at PLATON helt sikkert har foretaget en ekstrapolation fra matematik til ideer, dem, der kort nævner det som en mulighed, men lader spørgsmålet stå åbent, og dem, der slet ikke nævner det.

5.1 Fortalere for ekstrapolationen fra matematik til ideer.

Blandt dem, der er tilhængere af en ekstrapolation, finder man en del fortolkere, der blot mere eller mindre direkte fastslår, at idélæren tager sit udspring i matematikken uden at forklare eller uddybe det nærmere. Andre, f.eks. VLASTOS, MITTELSTRAß og RYLE udtaler sig direkte om sammenkoblingen mellem matematik og udviklingen af idélæren og forklarer, hvordan de mener den er kommet i stand. Begge grupper betragtes i det følgende.

GREGORY VLASTOS.

Blandt PLATON-fortolkere er der enighed om, at der sker en udvikling i PLATONs dialoger, og at denne udvikling hænger sammen med PLATONs egen udvikling. Som nævnt i afsnit 2.2 Værkerne, ændrer dialogerne karakter, idet de tidlige dialoger indeholder en SOKRATES, der ingen ting ved, og ender uden konklusion. De midterste dialoger, hvor PLATON udvikler sin egen filosofi, opererer derimod med en SOKRATES, der ved noget og har en mening om tingene. Det er forskellene mellem de to SOKRATES'er, VLASTOS arbejder med. Blandt andet ser han på, hvordan SOKRATES i de tidlige dialoger inddrager alle og enhver i den filosofiske samtale, her er alle kvalificeret til at bedrive filosofi. Dette er ikke tilfældet i *Staten*, hvor kun de bedst udrustede skal have denne mulighed og først, når de som gamle besidder den nødvendige uddannelse - PLATON er midtvejs i sit forfatterskab blevet elitær.

I sin bog *Socrates: ironist and moral philosopher* opstiller og argumenterer VLASTOS, der er professor i filosofi, for ti teser om forskellene mellem SOKRATES i de tidlige dialoger og SOKRATES i de midterste dialoger [Vlastos 1991:47*ff*]. Den for dette speciale interessante tese er den, der omhandler den matematiske viden, SOKRATES besidder i de to grupper af dialoger. Tesen siger, at hvor SOKRATES i PLATONs midterste dialoger behersker tidens matematiske viden, interesserer dette emne ikke SOKRATES i de tidlige dialoger, og han giver ikke udtryk for at besidde nogen ekspertise heri [Vlastos 1991:48, tese V]. I behandlingen af tesen og matematikkens indvirkning på PLATONS forfatterskab sammenkæder VLASTOS PLATONS matematiske studier med udviklingen af idélæren.

VLASTOS tager fat i den rolle matematikken tildeles i *Staten*. Han fremhæver matematikkens vigtighed, det omfang, den har i uddannelsen af filosofferne, og PLATONS begrundelse herfor (matematikkens sjælsvendende effekt). Ud fra dette mener VLASTOS at kunne konkluderer to ting:

> (1) At på dette tidspunkt [hvor Platon skrev *Staten*] var hans egne matematiske studier af tilstrækkelig stort omfang og grundighed til at overbevise ham om, at det ikke var et emne for amatører: hvis filosoffer skal have gavn af den, må de investere en indsats så intens og langvarig, som der forventes nu om dage fra dem, der forbereder sig på en profession som forskningsmatematiker.
> (2) At det var under udøvelse af sådanne studier og i vid udstrækning *på grund af* dem, at Platon var kommet frem til det metafysiske (livs)syn, der karakteriserede hans midterste periode [Vlastos 1991:108].
>
> ORIGINAL: (1) That by this time Plato's own mathematical studies had been sufficiently far-ranging and thorough to convince him that this was no subject for amateurs: if philosophers are to benefit from it, they must invest in it effort as intense and prolonged as that expected nowadays from those preparing for a vocation as research mathematicians.
> (2) That it was in the course of pursuing such studies himself and to a great extent *because* of them that Plato had reached the metaphysical outlook that characterized his middle period.

Vidnesbyrd for matematikkens indvirkning på filosofien mener VLASTOS at kunne spore i den måde, PLATON lader SOKRATES drive dialektik på.

I de tidlige dialoger forfølger SOKRATES sandheden ved at gendrive en tese, som en af hans samtalepartnere fremsætter og forsvarer. SOKRATES forsvarer ikke sin egen tese, for han ved ikke noget og kan ikke selv bidrage med forslag, men må forsøge at trække sandheden ud af samtalepartneren. Her i de tidlige dialoger er det ligegyldigt, hvad samtalepartneren fremsætter af utraditionelle eller usandsynlige påstande. Sålænge samtalepartneren selv tror på udsagnet, indleder SOKRATES sig på en samtale om det. Denne metode bygger på en antagelse om, at enhver falsk påstand kan fanges i en modstrid, og ydermere er dens konklusioner ikke almengyldige, men kan kun begrundes per induktion - måske viser det sig at slå fejl ved næste samtale. Dermed kan metoden ikke bibringe vished.

Ifølge VLASTOS sker der et skift væk fra denne metode i overgangsdialogerne

(dialogerne mellem de tidlige dialoger og de midterste dialoger, se Værkernes gruppering (i fire grupper), p.9). Disse dialoger forfattes efter PLATONS første Sicilienstur. Det nye er, at SOKRATES selv fremsætter de teser, han tager under behandling, og selv står for gendrivelsen. Hans samtalepartnere er langt mere medgørlige end tidligere, og den belærende karakter træder frem. Den afgørende forskel er, at SOKRATES tager udgangspunkt i nogle teser eller sætninger, som han siger det vil være meningsløst og latterligt at betvivle [Vlastos 1991:117] - ligesom matematikerne gør. Dette adskiller sig i høj grad fra den tidligere metode, hvor ethvert forslag til samtalens tese var velkommen.

Da man må gå ud fra, at det er PLATONS holdning, der kommer til udtryk gennem SOKRATES-figuren, må metodeændringen bunde i en ændret holdning hos PLATON. VLASTOS mener, at årsagen skal findes i PLATONS matematiske studier hos pythagoræerne.

> Da Platon ikke fortæller os [årsagen], må vi gætte, dvs. ty til en hypotese. Min er, at nu, midtvejs i karrieren, har Platon selv vovet det dybe, lange spring ind i de matematiske studier, som han kommer til at kræve af alle filosoffer, når han skriver bog VII af *Staten*, og at *effekten har vist sig at have en så forvandlende virkning på hans eget udsyn, som han mener den vil have på deres*. Direkte vidnesbyrd for denne hypotese har vi ikke. Men der er ikke mangel på indirekte beviser [Vlastos 1991:118, min kursivering].
>
> ORIGINAL: Since Plato doesn't tell us, we have to guess, i.e. resort to a hypothesis. Mine is that now, in midcareer, Plato himself has taken that deep, long plunge into mathematical studies he will be requiring of all philosophers when he comes to write book VII of the Republic and that the effect is proving as transformative of his own outlook as he believed it would be of theirs. Direct evidence for [t]his hypothesis we do not have. But of indirect evidence there is no lack.

VLASTOS mener, at den nye metode til at søge sandheden er en efterligning af den aksiomatisering af geometrien, som er under udvikling. Den nye metode er altså inspireret af matematikernes metode, og han anfører en række 'indirekte vidnesbyrd' herfor.

Den første dialog, PLATON skriver, efter han er hjemkommet fra sin rejse til Sicilien, er *Gorgias*. At PLATONS matematiske kendskab ikke kommer til udtryk i denne dialog, skyldes, ifølge VLASTOS, at alt det, PLATON har lært hos pythagoræerne, endnu ikke har bundfældet sig [Vlastos 1991:130]. Derfor er det først i de næste dialoger, at matematikken inddrages for alvor.

Menon er den første dialog, hvor PLATON lader sin interesse for og kendskab til matematik komme til udtryk i stort omfang [Vlastos 1991:118]. VLASTOS finder derfor sine første indirekte vidnesbyrd i denne dialog. Ved slavedrengspassagen fremhæver han, at PLATON her er i færd med at argumentere for, at *al* viden er generindring. Det matematiske eksempel, der illustrerer, hvad generindring vil sige, er altså samtidig en tilkendegivelse af den vej, PLATON mener man bør følge for at opnå erkendelse i det hele taget [Vlastos 1991:120], nemlig matematikkens vej.

At matematikkens metode angives som forbilledlig, sker også - og meget direkte - i passagen med matematikerens hypotesemetode. VLASTOS mener, at idet PLATON her angiver matematikerens metode som forbilledlig for den filosofiske undersøgelse, tager han afstand fra den måde, den tidlige SOKRATES bedriver dialektik på, og prioriterer i stedet en metode, som kan give moralfilosofien den sikkerhed, der kendetegner matematikken med dens aksiomatiske struktur.

Selvom *Menon* er dialogen, hvor PLATON for alvor slår sig løs med at inddrage matematikken, så kan man allerede i nogle af de tidligere dialoger se tegn på PLATONS indgående studier af matematik. Et sådant tegn, skriver VLASTOS, finder man f.eks. i dialogen *Euthydemos*. PLATON skriver

> Der findes ingen Form for Jagt, som fører videre end til det at efterjage Byttet og faa det i sin Magt. Naar de, der jager, er naaet saa vidt, saa ved de ikke, hvorledes de skal bruge Byttet; og saa leverer Jægerne og Fiskerne deres Udbytte til Kokkene. Ligeledes Matematikerne, Astronomerne og Regnemestrene; de er jo ogsaa en Slags Jægere, eftersom Matematikerne ikke skaber deres Figurer, Astronomerne og Regnemestrene ikke deres Tal, men de opsporer Ting, som er til i Forvejen; da disse Folk ikke forstaar at bruge det, de opsporer, overlader de gerne Dialektikerne at udnytte deres Resultater, for saa vidt det [matematikerne] er nogenlunde forstandige Mennesker [*Euthydemos* 290b-c].

VLASTOS mener, at denne vurdering af matematikken tilkendegiver, at PLATON har haft et stort kendskab til matematik. PLATON ville nemlig aldrig på den måde fælde dom over matematikkens resultater, og hvad de skal bruges til, hvis han ikke havde studeret matematikken omhyggeligt og mente, at han besad den fornødne kompetence til at lave en sådan vurdering [Vlastos 1991:128]. PLATON har altså taget matematikken til sig, og det skinner klart igennem i hans dialoger.

VLASTOS fremfører andre vidnesbyrd på matematikkens indvirkning på filosofien, som dog ikke skal gennemgås her, men hans konklusion er altså, at den sokratiske metode ændres på grund af PLATONS matematiske studier og det matematiksyn, han sideløbende udvikler.

Ud over den vished og enighed angående nye resultater, som matematikkens aksiomatiske struktur giver, anfører VLASTOS en anden grund til, at PLATON har ladet sig indfange af matematikken og valgt at overføre dens metode til filosofien:

> Vi ved, hvor påvirkelig han var overfor skønhed. Er noget produkt af den menneskelige forestillingsevne mere skønt end nogle af beviserne hos Euklid? [Vlastos 1991: 130].
>
> ORIGINAL: We know how susceptible he was to beauty. Is any product of the human imagination more beautiful than are some of the proofs in Euclid?

Det er altså ikke kun på grund af matematikkens diskursive, sikre erkendelse, at PLATON overgiver sig helt og aldeles til matematikken. Det er også på grund af dens *skønhed*. I sammenligning med matematikkens metode er den undersøgelsesmetode, som SOKRATES i de tidlige dialoger bruger, "en rodet affære" [Vlastos 1991:130]. Derfor foretrækker og overtager PLATON matematikkens metode.

I sin argumentation for sammenspillet mellem PLATONS matematiske kendskab og udøvelsen af den sokratiske metode kommer VLASTOS således ind på, at udviklingen af PLATONS filosofi i de midterste dialoger udspringer af hans forhold til matematikken. VLASTOS mener (jvf. citatet p.83, det kursiverede), at PLATON angiver matematikstudier som vejen frem til filosofisk erkendelse, til ideerne, fordi det netop er ved at gå denne vej, at PLATON selv har udviklet en forestilling om ideer.

VLASTOS' argumentation for matematikkens indvirkning på udviklingen af PLATONS filosofi koncentrerer sig om den matematiske metode, dens vished og deraf følgende forbilledlighed. Ifølge VLASTOS er det altså overvejelser over matematikkens metode, der inspirerer PLATON i udviklingen af hans filosofiske tankesystem.

JÜRGEN MITTELSTRAß.

En anden, der inkluderer matematikken i idélærens ophav, er MITTELSTRAß. Han er professor i filosofi og videnskabsteori. At MITTELSTRAß mener, at idelæren tager sit udspring i matematikken, fremgår af hans gennemgang af idélæren i artiklen 'Platon' i *Filosofi. Antikken & Middelalderen*. MITTELSTRAß skriver således, at geometrien er en vigtig del af "de teoretiske krav og indsigter, der fører frem til idélæren" [Mittelstraß 1992:41]. Ifølge ham opstår idélæren ikke pludseligt i PLATONS tanker "som et spekulativt indfald" [Mittelstraß 1992:42], men er et resultat af bestemte overvejelser angående geometrien, og idélæren er dermed "for væsentlige deles vedkommende opstået i geometriens ånd" [Mittelstraß 1992:43].

I modsætning til VLASTOS er det ikke så meget matematikkens metode, som det er matematikkens genstand, der har været det direkte ansporende i udviklingen af forestillingen om ideer. MITTELSTRAß lægger dog ud med at understrege den vigtige position matematikkens metode har i PLATONS tankeunivers, idet PLATON bruger geometrien som forbillede for epistēmē. MITTELSTRAß forklarer denne brug ved, at PLATON i geometrien har en teori, der med sin aksiomatisk opbygning, sætninger og beviser, besidder den eksakthed, der opfylder PLATONS forestilling om viden. MITTELSTRAß mener videre, at det er filosofiske overvejelser over denne geometri, der har været springbrættet for PLATONS udvikling af idélæren. Han tager fat i PLATONS opfattelse af, at matematikken benytter sig af forudsætninger, den ikke kan forklare eller begrunde (se 4.2 Metodernes forskelle, p.74*ff*), og henviser til *Staten* 510c-d (også citeret p.75):

> de der beskæftiger sig med geometri og talteori, bruger visse forudsætninger: ulige og lige tal, og figurer, og tre forskellige salgs vinkler, og beslægtede fænomener indenfor hver sit felt. Dem betragter de som kendte, idet de forudskikker dem som grundlæggende antagelser som det er unødvendigt at bevise både for sig selv og andre, fordi de er indlysende for enhver. Med dem som udgangspunkt går de frem skridt for skridt med indre konsekvens mod den konklusion de har sat sig som mål [*Staten* 510c-d].

MITTELSTRAß ser dette som en kritik af matematikerne, en kritik af, at de ikke har styr på, hvad det er, de arbejder med; de har ikke styr på de geometriske genstandes ontologiske status. PLATON vil redegøre for denne ontologiske status, og han kommer gennem overvejelser herover frem til, at de geometriske genstande ikke er empiriske genstande, men ideale genstande; han kommer frem til, at de er ideer. MITTELSTRAß mener, at PLATON med denne redegørelse opnår to ting: dels forklarer de matematiske genstandes idé-status de unøjagtigheder, som de tegnede figurer indeholder, idet disse kan forklares som ufuldkommen eksemplificering; dels begrunder deres idé-status, at matematikerne kan arbejde med de tegnede figurer, som om de var ideelle, dvs. som om de besad de fuldkomne egenskaber. Fra forestillingen om ideale matematiske genstande er PLATON så gået til forestillingen om ideale moralske genstande og ideale æstetiske genstande for derefter at udvikle en egentlig idélære. MITTELSTRAß synes dermed at mene, at PLATON har foretaget en ekstrapolation fra matematik til ideer. Efter ekstrapolationen slipper han grundlaget for denne og koncentrerer sig om det, der virkeligt tæller (det godes idé), og får placeret matematikken som det forberedende fag, den er.

MITTELSTRAß har ikke ret i, at PLATON i citatet 510c-d bebrejder matematikerne at arbejde med begreber og størrelser, de ikke kan begrunde - at filosofere over de matematiske genstandes ontologiske status er ikke matematisk beskæftigelse, men dialektisk beskæftigelse [Vlastos 1991:130. Mueller 1992:189. Friis 1994:236, 515].

Citatets kontekst er linielignelsen og forklaringen af den intelligible verdens to afsnit, og det, PLATON gør her, er blot at konstatere, at sådan gør matematikerne nu engang, og han bruger det til at vise forskellene mellem matematikkens og dialektikkens metode. Til gengæld har MITTELSTRAß ret i, at PLATON anså det for optimalt at kunne redegøre for matematikkens forudsætninger eller genstande. Det er derfor meget muligt, at det er gennem overvejelser over geometriens genstande, at PLATON er nået frem til forestillingen om ideelle genstande.

HANS FINK.

Filosoffen FINK mener, at PLATONS matematiksyn i høj grad påvirkede hans filosofi [mundtlig overlevering]. Han mener, at det er en selvfølge, at PLATON er kommet til idélæren gennem matematikken, og at man slet ikke kan forklare idélæren uden at snakke matematik.

FINK begrunder sin opfattelse med PLATONS brug af matematikken og den hyppighed, hvormed den inddrages i PLATONS kamp mod sofisternes skeptiske og relativistiske opfattelse af verden. Sofisterne var en meget broget skare, og mange af dem interesserede sig som de fleste grækere overhovedet ikke for matematik, hvilket PLATON bebrejder dem. Han bruger netop matematikken som eksemplet over dem alle på noget, man faktisk *kan* vide noget om. Når PLATON skelner mellem doxa og epistēmē, så er det netop matematikken, han giver som eksempel på epistēmē. Det er ikke tilfældigt, at det igen og igen er matematikken, der bringes frem som eksempel, for hele PLATONS tankemåde - med den store indflydelse fra pythagoræerne - er knyttet til den matematiske abstraktion. Linielignelsen, mener FINK, giver, at PLATON har foretaget ekstrapolationen fra matematik til ideer. Linielignelsen giver nemlig, at matematik er det næsthøjeste, og at en ekstrapolation herfra tillader PLATON at tale om ideerne, det højeste. En uformidlet indsigt i ideerne er ikke mulig. Matematik er det tætteste på det. Det er matematikken, der åbner for, at man kan tænke formelt om tingene. Matematik er dermed indgangen til ideerne. Det er ikke tilfældigt, mener FINK, at platonismen ikke er død i matematikken, som i så mange andre vidensgrene, for matematikken inviterer til platonisme, til den slags genstande, som ikke kan undgå at være foreliggende i PLATONS filosofi.

FINK påpeger, at PLATON ikke fagopdeler, sådan som man gør i dag. For ham betyder filosofi kærlighed til alle former for viden, så matematikken er dermed en del af filosofien. Dialektik er tænkning om de højeste spørgsmål, men PLATON har en forestilling om, at al viden udgør en enhed.

GILBERT RYLE.

I artiklen om PLATON i *The Encyclopedia of Philosophy* kommer filosoffen RYLE ind på idélærens ophav. Han skriver:

[Idélæren] udsprang af flere forskellige og delvis uafhængige træk ved generelle ideer eller begreber, der udgjorde de stadigt tilbagevendende emner i de dialektiske disputter [Ryle 1967:321 spalte 1].

ORIGINAL: It originated out of several different and partly independent features of the general ideas or notions that constituted the recurrent themes of dialectical disputations.

- og blandt disse begreber finder man både moralske og matematiske begreber.

RYLE lægger ud med at afvise, at PLATONS udgangspunkt for idélæren var semantiske overvejelser (subjekt-prædikat overvejelser). Overvejelser af denne art, skriver RYLE, kom først til PLATON, efter han havde fremsat idélæren, og den var blevet udsat for kritik. Derimod var matematikken en del af idélærens udgangspunkt:

En betragtning, som helt sikkert påvirkede PLATON under udviklingen af hans idé-ontologi, var, at geometri og aritmetik helt sikkert var videnskaber, og videnskaber, hvis visheder var højere end, eller snarere af en anden orden forskellig fra den begrænsede evne til at overbevise, som kendetegnede overvejelserne hos naturvidenskabsmændene, f.eks. astronomerne og lægerne [Ryle 1967:322 spalte 2].

ORIGINAL: One consideration which certainly did move Plato in developing his ontology of Forms was that geometry and arithmetic were certainly sciences and sciences the certainties of which were higher than, or rather of an order different from the limited convincingness of the speculations of the natural scientists, such as the astronomers and the doctors.

Dette hænger sammen med, at matematikken er en videnskab, der ikke handler om de tegnede figurer, og hvis resultater ikke fremkommer ved at måle på tegnede figurer eller tælle fysiske genstande. Matematikeren arbejder med tal og trekanter løsrevet fra de ufuldstændige eksemplarer, der findes i den sanselige verden, og matematikkens resultater gælder derfor ikke én bestemt trekant, men alle trekanter med de relevante egenskaber. RYLE konkluderer:

De genstande, som geometrien er en videnskab om, er på en essentiel måde generelle genstande (...) [dvs.] geometriens sandheder er uindskrænkede, generelle sandheder udtrykkende ideelle begreber [Ryle 1967:322 spalte 2-323 spalte 1].

ORIGINAL: The objects of which geometry is the science are, in an essential way, general objects (...) geometrical truths are unrestrictedly general truths embodying ideal limit concepts.

RYLE mener altså, at udviklingen af idélæren helt sikkert havde afsæt i matematikken, i dens natur og genstande. Men i modsætning til eksempelvis MITTELSTRAß taler RYLE ikke om en ekstrapolation til ideer primært fra matematik. Ifølge RYLE var udgangspunktet for idélæren i lige så høj grad overvejelser over begreber i det hele taget, f.eks. moralske begreber så som retfærdighed og skønhed [Ryle 1967:321 spalte 1, 323 spalte 1]. RYLE er således fortaler for en ekstrapolation fra matematik til ideer, men matematikken fremhæves ikke som mere afgørende for udviklingen af idélæren end overvejelser over eksempelvis generelle, moralske begreber.

5.2 En mulighed eller ingen omtale.

Mange fortolkere omtaler ekstrapolationen fra matematik til ideer som en mulighed, men lader spørgsmålet stå åbent og behandler i det hele taget emnet ganske kortfattet. Blandt disse er ARTMANN & MUELLER. ARTMANN er ansat ved Darmstadts Tekniske Højskole, matematisk fagområde, og MUELLER er professor i filosofi. De understreger, som FINK og mange andre, at det ikke er tilfældigt, at PLATON bruger matematikken, når han skal give et eksempel på hvad viden er i slavedrengspassagen i *Menon* [Artmann&Mueller 1997:8]. De konkluderer ydermere, at PLATONS filosofi overordnet bunder i den matematiske udvikling på hans tid [Artmann&Mueller 1997:16]. Hvad angår selve udviklingen af idélæren, er de dog ikke sikker på det matematiske udgangspunkt:

> Vi ved ikke, hvordan Platon fik tanken om perfekte former [ideer]. Een mulighed er, at han så matematikken som et paradigme for viden og forbandt dette træk med dens genstandes ideelle karakter [Artmann&Mueller 1997:8-9].
>
> ORIGINAL: We do not know how Plato got the idea of perfect Forms. One possibility is that he saw mathematics as a paradigm of knowledge and associated this feature with the ideal character of its objects.

PLATON kunne altså være gået fra erkendelsen af de matematiske genstandes ideelle status til at mene, at netop denne idealitet måtte være kendetegnende i det hele taget for genstandene for viden - en tolkning i lighed med MITTELSTRAß'. ARTMANN & MUELLER kommer desværre ikke videre ind på dette.

En anden, der kun omtaler ekstrapolationen som en mulighed og ikke går i dybden med aspektet, er ANDERS WEDBERG i hans *Plato's Philosophy of Mathematics*. WEDBERGS eneste kommentar falder i kapitlet om geometri, hvor han beskriver ekstrapolationen som "sandsynlig":

Reflektion over geometriens begreber var sandsynligvis een af hovedkilderne til den platoniske idélære i almindelighed. Når Platon fremstiller teorien trækker han nogen gange på geometri for at komme med eksempler på hvad han mener med en idé [Wedberg 1955:48].

ORIGINAL: Reflection upon the concepts of geometry was probably one of the main sources of the Platonic theory of Ideas in general. When expounding the theory Plato sometimes draws upon geometry for examples of what he means by an Idea.

WEDBERG anfører således i den efterfølgende sætning en kendsgerning til støtte for denne mulige ekstrapolation, nemlig at PLATON eksemplificerer idé-begrebet ved matematikken, men forlader derefter emnet.

Politikens filosofileksikon har en længere artikel om PLATON. Der angives desværre ikke, hvem der har skrevet de enkelte artikler, men det må antages, at man har rådført sig med specialister på de pågældende områder. Forfatteren eller forfatterne til PLATON-artiklen kommer kort ind på muligheden af, at PLATON kan være gået fra matematik til ideer. Formuleringen adskiller sig dog noget fra de tidligere. I forbindelse med gennemgangen af linielignelsen skriver de:

Matematikken indtager en central plads i billedet [linielignelsen], og det er blevet hævdet, at Platons idélære er udsprunget af, at Platon betragtede matematikken som forbillede for al anden virkelighed [Politikens filosofi leksikon, 1. udgave, 1996:341].

Hvor de tidligere korte omtaler af ekstrapolationen var formuleret som en positiv mulighed, omtales den mulige ekstrapolation her som noget, der er “blevet hævdet”, og deri ligger måske en vurdering af denne mulighed som værende ikke sandsynlig.

En, der slet ikke nævner ekstrapolationen som en mulighed, er KARSTEN FRIIS JOHANSEN. I sin gennemgang af idélæren bliver det ikke nævnt en eneste gang, at overvejelser over matematikken kan have været udgangspunkt for udviklingen af ide-begrebet [Friis 1994:224*ff*]. Dog kommer han kort ind på emnet i et senere kapitel om hellenistisk filosofi og videnskab. I forbindelse med gennemgangen af den hellenistiske matematik, specielt EUKLID, skriver FRIIS således om den gensidige påvirkning mellem matematikkens metode (det aksiomatiske ideal) og den platoniske metodelære:

Metoden [Euklids metode, det aksiomatiske ideal] i sig selv går langt tilbage - til Pythagoræerne antagelig -, *den var paradigme for den generaliserede platoniske metodeteori*, *hypothesis*-metoden, og den antikke tradition har formentlig ret i, at den platoniske metodelære så igen har virket tilbage på matematisk procedure. (...) Der er også i det

> mindste strukturelle ligheder mellem den dialektiske op- og nedstigning i *Staten* og den matematiske 'analyse' - dvs. tilbageførelse af et givet problem til et kendt teorem - og matematisk 'syntese' - dvs. det deduktive bevis ud fra et kendt teorem [Friis 1994:517, min kursivering].

Konteksten er en gennemgang af EUKLID, *Elementerne* og den dér anvendte metode, og det er uklart, præcis hvilken lejr, der påvirkede hvem mest - matematikkens metode eller den platoniske metodelære - og hvorfra de originale bidrag til den videre udvikling skal findes. Da konteksten er en anden fremgår det altså ikke klart, hvad FRIIS mener om den mulige ekstrapolation. Den kursiverede sætning er den eneste direkte tilkendegivelse af, at PLATON har ladet sig inspirere af matematikken.

CORNFORD arbejder en del med de ligheder mellem matematisk analyse/syntese og dialektikkens først opad- og derefter nedadgående bevægelse, som FRIIS nævner i det ovenstående citat [Cornford 1932:67*ff*]. Det fremgår dog heller ikke hos CORNFORD, om det primært er matematikken, der har været inspiration for PLATON, eller omvendt. CORNFORD skriver blandt andet:

> Det er ganske muligt at acceptere udsagnet, at Platon 'opdagede' analyse-metoden (...); det vil sige, han var den første til at reflektere over den tankeproces, der er forbundet hermed, og til at beskrive den som modsætning til syntese-processen. Og det er sikkert, at i redegørelsen for den dialektiske opstigen beskriver Platon den opadgående tankebevægelse, som er blevet illustreret ved geometrisk analyse [Cornford 1932:72].
>
> ORIGINAL: It is quite possible to accept the statement that Plato 'discovered' the method of Analysis (...); that is to say, he was the first to reflect upon the process of thought involved and to describe it in contrast with the process of Synthesis. And it is certain that in his account of the dialectical ascent Plato is describing the upward movement of thought which has been illustrated from geometrical analysis.

Her synes CORNFORD først at sige, at PLATON har været den store bidragyder til matematikken ved at gennemtænke de to begreber analyse og syntese, for derefter at slå fast, at det er den geometriske analyse, PLATON er blevet inspireret af i sin redegørelse for dialektikkens opadgående retning. Selvom CORNFORD ikke skriver direkte om en ekstrapolation fra matematik til idélære, så skinner matematikkens store indflydelse igennem.

Andre igen, f.eks. SKIRBEKK & GILJE, nævner slet ikke matematikken som idélærens mulige ophav.

6. Konklusion.

Med analyserne i kapitlerne 'Matematikken i *Menon* og *Theaitetos*' og 'PLATONS brug af matematikken i filosofien' blev der redegjort for PLATONS matematiske kunnen - at han var med fremme i den matematiske udvikling og vidste, hvad matematikken drejer sig om -, samt hvordan han bruger matematikken i filosofien, dvs. hans syn på matematik - at matematikkens genstande er ideelle genstande og dens metode (delvis) forbilledlig. Sammen besvarede de to kapitler de to underspørgsmål, jeg havde sat op i problemformuleringen for dette speciale (jvf. 1.1 Problemformulering og afgræsning, p.11), og de gav det nødvendige grundlag for analyserne i kapitlet 'Påvirkningen af PLATONS matematiksyn på udviklingen af hans filosofi'. Det vigtige, der står tilbage, er at konkludere på selve hovedspørgsmålet: I hvilken grad påvirkede PLATONS syn på matematik udviklingen af hans idélære?

De folk, der mener, at PLATON har foretaget en ekstrapolation fra matematik til ideer, kan deles i to grupper. Den ene gruppe består af dem, der mener, at det primært er på grund af overvejelser over matematikkens *genstande* og erkendelsen af deres idealitet, at PLATON har udviklet forestillingen om ideer. Denne gruppe tæller folk som MITTELSTRAß, FINK, RYLE og eventuelt WEDBERG og ARTMANN & MUELLER. Den anden gruppe lægger vægt på, at det er gennem *metode*teoretiske overvejelser, at PLATONS dybdegående forhold til matematik har influeret udviklingen af hans idélære. Denne gruppe er repræsenteret først og fremmest af VLASTOS, men også af CORNFORD og eventuelt FRIIS.

Som matematikhistoriker ville det være skønt at kunne konkludere, at PLATON faktisk *har* foretaget ekstrapolationen, men dette er ikke helt uproblematisk. For det første - og det indrømmer flere af ekstrapolationstilhængerne - er det i bund og grund gætværk, når de siger, at det er sådan det er foregået. For det andet er det ikke rigtigt, når FINK udtaler, at man slet ikke kan forklare idélæren uden matematik. Det går glimrende i adskillige tilfælde, f.eks. filosofihistorierne af FRIIS [1994:224*ff*] og SKIRBEKK & GILJE [1995:65*ff*] Det går også udmærket for WEDBERG i hans *Plato's philosophy of Mathematics* [Wedberg 1955:kap.3].

SKIRBEKK & GILJE nævner matematik i deres redegørelse af idélære, men det sker som et forklaringseksempel på lige fod med andre måder at forklare idélæren på [Skirbekk&Gilje 1995:68]. Her indtager matematik ikke en speciel status i forhold til idélæren. Hos WEDBERG er matematikken helt fraværende i redegørelsen af idélæren. I hans tredie kapitel, der hedder "The theory of Ideas", dvs. Idélæren, lægger han ud med at sige, at PLATONS matematikfilosofi hænger nøje sammen med idélæren, hvorfor han vil forklare, hvad den går ud på. Det gør han så efterfølgende fuldstændigt uafhængigt af matematik. WEDBERG opstiller i stedet den semantiske og den ontologiske formulering af det problem som PLATON løser med idélæren: Ser man på sætningen 'SOKRATES er et menneske' opstår det semantiske eller betydningsmæssige problem om prædikatet ‘menneske’ betegner noget, betegner en størrelse. Ser man på sætningen ‘SOKRATES, MENON og THEAITETOS er mennesker’, opstår det ontologiske problem om der eksisterer en entitet, f.eks. menneskelighed, som de alle er relateret til på samme måde. Med udgangspunkt i disse to formuleringer og PLATONS bekræftende svar herpå (ja, der findes den slags entiteter, nemlig ideer), redegør WEDBERG for idélæren. Han nævner i denne sammenhæng kun matematiske ideer som een ud af fem typer af ideer [Wedberg 1955:33].

En tredie indvending mod uden videre at overtage ekstrapolationsfortolkningen er, at denne tolkning åbenbart ikke er så indlysende, at alle bare samtykker. Hvorfor ellers den forsigtige formulering fra forfatterne til Politikens filosofi leksikon? (jvf. citatet p.89).

Jeg synes dog, at disse indvendinger eller forbehold er ubetydelige i forhold til argumenterne *for* en ekstrapolation. Jo mere man arbejder med PLATONS matematiske passager og hans belysning af matematikken, desto mere overbevisende forekommer ekstrapolationen fra matematik til ideer. Det er da også karakteristisk, at der ikke er nogen, der argumenterer decideret *imod* ekstrapolationen og siger, at sådan er det overhovedet ikke foregået.

VLASTOS synes at have nogle gode argumenter for matematikkens påvirkning på filosofien F.eks. når han pointerer overensstemmelsen mellem PLATONS rejser til Sicilien, hvor han mødte pythagoræerne, og den efterfølgende overvældende inddragelse af matematik i dialogerne - de dialoger, hvor PLATON udvikler sine egne filosofiske tanker -, og ændringen i måden at drive dialektik på, som synes at være inspireret af matematikken. Men specielt forekommer det overbevisende, når VLASTOS påpeger, at effekten af PLATONS matematiske studier må have haft den afgørende virkning på PLATON selv, som han håber studierne vil bibringe filosofferne (jvf. citatet p.83, det kursiverede). Sagt med andre ord: når PLATON angiver matematikken som den uundgåelige vej til ideerne, er det sandsynligt, at det netop er denne vej, han selv er kommet tæt på ideerne, dvs. udviklet en forestilling om ideerne. Selvom man godt kan give et indblik i idélæren uden at inddrage matematik (f.eks. vha. hulelignelsen), så er vejen til indsigt i ideerne ikke desto mindre *brolagt* med matematisk træning - en træning foruden hvilken, begreb om filosofi ikke er mulig. Det fremgår tydeligt af *Staten* (se kapitel 4), at det er de matematiske fag, der løfter blikket mod den intelligible verden, at det netop er disse fag, der evner at vende sjælen, disse fags genstande, der tilhører den mellemliggende erkendeform mellem ideernes indsigt og fænomenernes formodning, og dermed er forbindelsesleddet mellem erkendelsen af fænomener og erkendelsen af ideer. Det synes derfor oplagt, at PLATON selv har oplevet den matematikkens sjælsvendende evne, som han beretter om i *Staten*.

Denne opfattelse falder også godt i tråd med opfattelsen om, at PLATON har udviklet forestillingen om ideer gennem matematikfilosofiske overvejelser over de matematiske genstandes ontologiske status. Der er således god overensstemmelse mellem de to grupper af ekstrapolationstilhængere. Den ene udelukker på ingen måde den anden. Tværtimod synes de begge at være sandsynlige veje PLATON har gået, og sammen begrunder de konklusionen, at matematikken er et afgørende udgangspunkt for PLATONS udvilking af kernen af hans filosofiske tankesystem, af idélæren. Som blandt andre RYLE og MITTELSTRAß anfører, har grundlaget for ekstrapolationen til ideer bestået af andet end overvejelser over matematikken (jvf. 5.1 MITTELSTRAß p.85, RYLE p.87), men matematikken indtager en helt speciel plads i PLATONS tankeunivers som forbindelsesled mellem fænomenverdenen og idéverdenen (jvf. kapitel 4), og det er ikke tilfældigt, at det er matematikken PLATON inddrager som eksempel på epistēmē og som et forbillede for den højeste kundskab, dialektikken. Matematikken synes dermed at være ikke bare *ét* afgørende udgangspunkt, men *dét* afgørende udgangspunkt for udviklingen af idélæren - matematikken synes at have været det egentlige springbræt for ekstrapolationen.

Matematikken har på den måde haft samme virkning på PLATON, som den havde på PLATONS store inspirationskilde PYTHAGORAS - matematikken virkede for dem begge som drivkraft til udvikling af et filosofisk tankesystem. PYTHAGORAS udviklede nemlig sin filosofi med matematikken som sit altafgørende udgangspunkt - en filosofi PLATON lærte at kende sammen med et dybdegående studie i matematik. Det var efter dette bekendtskab, at PLATON selv udviklede sine originale bidrag til filosofien.

APPENDIKS A.

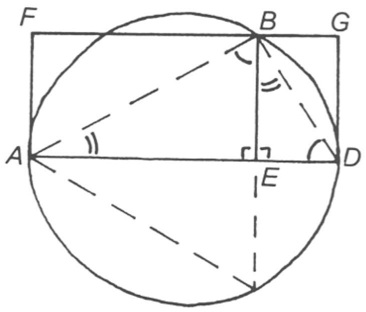
Matematikken i matematikerens hypotesemetode.

Bevis for, at betingelsen opstillet i matematikerens hypotese er tilstrækkelig og nødvendig.

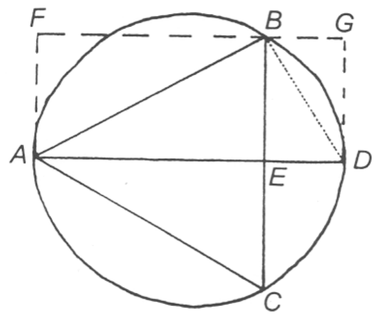
Matematikerens hypotese: Hvis man kan anlægge det givne areal som en flade (rektangel) langs cirklens diameter, således at det tiloversblevne diameterstykke er side i en flade ligedannet med den anlagte, så kan det givne areal indskrives som trekant i den givne cirkel, ellers ikke.

Tilstrækkeligheden.

At betingelsen er tilstrækkelig indses ved at antage, at betingelsen er opfyldt, dvs. at der er anlagt et rektangel med det rigtige areal, således at rektanglet, der bliver tilovers (*EBGD* i figur A1a), er ligedannet med det anlagte (*AFBE*). Da rektanglerne er ligedannede, vil også trekanterne *ABE* og *EBD* være ligedannede, hvorfor vinkel *B* i trekant *ABD* er ret. Da vinkel *B* samtidig spænder over diameteren, giver cirklens egenskaber, at *B* må ligge på cirkelperiferien. *BE* kan nu forlænges til *C*, og *BC* bliver grundlinien i en ligebenet trekant, som har det givne areal, og som er indskreven i den



Figur A1a



Figur A1b

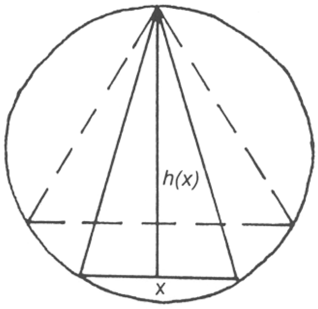
givne trekant.

Nødvendigheden.

At betingelsen er nødvendig, dvs. at den er opfyldt, hvis indskrivningen kan lade sig gøre, kan man indse ved at forestille sig, at arealet *er* indskrevet i cirklen som en ligebenet trekant *ABC* (se figur A1b). For at argumentere for, at ligebenetheden ikke medfører tab af generalitet, indføres et lemma.

LEMMA 1:
Hvis et areal kan indskrives som en trekant i en cirkel, kan det også indskrives som en ligebenet trekant.

BEVIS FOR LEMMA 1 (ved et moderne argument):



Figur A2

Betragt figur A2. Arealet af den ligebenede trekant med grundlinie x og højde $h(x)$ kaldes $\Delta(x)$, dvs. $\Delta(x) = ½\, x\, h(x)$. Dette er en kontinuert funktion, der går fra $[0,x_{max}] \rightarrow$ værdimængde $V_{\Delta(x)}$. Derfor, hvis der eksisterer en (vilkårlig) trekant, der kan indskrives i cirklen, dvs. der eksisterer et $y \in V_{\Delta(x)}$, giver mellemværdisætningen, at der findes et x, som er grundlinie i en indskreven, ligebenet trekant med samme areal. Det vil sige, at hvis et areal kan indskrives i cirklen som en trekant, kan det også skrives som en ligebenet trekant.

Dette argument er moderne, idet det bygger på mellemværdisætningen, som grækerne ikke har haft. Men grækerne kendte til kontinuitet og havde overvejelser, der minder om mellemværdisætningen [Gericke 1996:116]. De har derfor sandsynligvis brugt lemma 2 som intuitivt acceptabelt.

Man kan altså uden tab af generalitet antage, at den indskrevne trekant *ABC* (figur A1b, p.97) er ligebenet.

Tegnes *BD*, giver cirklens egenskaber, at vinkel *ABD* er ret. Følgesætningen i EUKLID VI.8 giver nu, at *BE* er mellemproportionalen mellem *AE* og *ED*, dvs.

$$AE:BE = BE:ED \qquad (1)$$

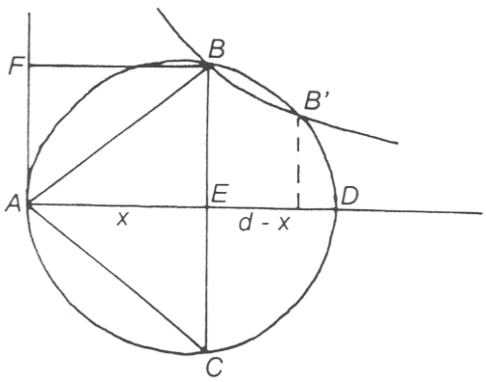
Dermed er rektangel *AFBE* og *EBGD* ligedannede. PLATONs betingelse gælder således, hvis indskrivning er mulig.

At løse indskrivningsproblemet.

At anlægge arealet således, at betingelserne opstillet i hypotesen er opfyldt, svarer til, at det anlagte rektangels hjørne ligger på cirklen. Det ønskede punkt på cirklen kan findes på to måder: ved keglesnitslæren og ved en form for indskydningslineal.

At løse indskrivningsproblemet ved keglesnitslæren.

Betragt figur A3, hvor *AD* giver *x*-aksen, *AF* *y*-aksen. Da (1) gælder, er $BE = \sqrt{x(d-x)}$, hvorfor arealet *a* af det anlagte kvadrat og dermed trekanten er $x\sqrt{x(d-x)}$. Ligningen, der skal løses, er derfor



Diameteren = *d*
AE = *x*
ED = *d* - *x*

Figur A3

$$x\sqrt{x(d-x)} = a \text{ , dvs.}$$

$$x^3(d-x) = a^2 \qquad (2)$$

hvorfor problemet er ækvivalent til en fjerdegradsligning.

En (ud af mange) mulighed(er) for at løse denne ligning er at finde skæringen mellem cirklen

$$(x-\tfrac{d}{2})^2 + y^2 = (\tfrac{d}{2})^2 \qquad (3)$$

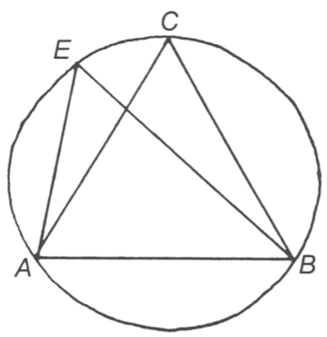
og hyperblen

$$xy = a \tag{4}$$

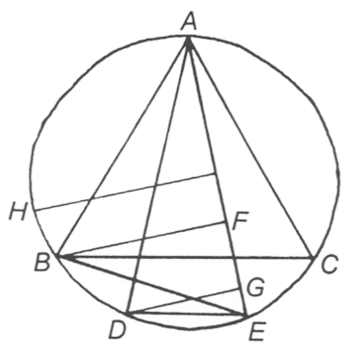
At dette løser ligningen, kan indses ved at isolere *y* i (4) og indsætte udtrykket i (3).

Antallet af løsninger afhænger af det givne areals størrelse i forhold til det maksimale areal, en indskreven trekant kan have. Den maksimale trekant er den ligesidede trekant.

LEMMA 2:
Den maksimale trekant, der kan indskrives i cirklen, er den ligesidede trekant med



Figur A4a



Figur A4b

arealet $M = \frac{3\sqrt{3}}{16} d^2$.

BEVIS FOR LEMMA 2 [første del er en næsten ordret oversættelse af beviset i Knorr 1986:73, note 58]:

Del 1: Betragtes en given korde *AB* (figur A4a), er den ligebenede trekant *CAB* den største af alle trekanter på korden. Derfor er det kun nødvendigt at sammenligne den ligesidede trekant med den ligebenede.

Først betragtes den ligebenede trekant *ADE* (figur A4b) hvis grundlinie *DE* er parallel med og kortere end en side *BC* i den indskrevne ligesidede trekant *ABC*. Da *H*, der halverer bue *ADE*, ligger på bue *AB*, er trekant *ABE* større end *ADE*, fordi højde *BF* i den første er større end højde *DG* i den sidste. Det tidligere tilfælde giver nu, at den ligesidede trekant *ABC* er større end *ABE* (da den førstnævnte er ligebenet i forhold til den fælles grundlinie *AB*), hvorfor *ABC* er større end *ADE*.

Tilsvarende, hvis siden *DE* er større end *BC* (figur A4c), er *ABE* igen større end *ADE*, fordi *H*, der halverer bue *ADE*, ligger på bue *BC*. Som før følger det nu, at den ligesidede trekant *ABC* er større end *ADE*. Dermed er det bevist, at den ligesidede trekant er større end enhver anden trekant indskrevet i den samme cirkel.

Del 2: Arealet af den ligebenede trekant kan findes ved at betragtes figur A4d. Vinkel Q er 60°, og følgende gælder

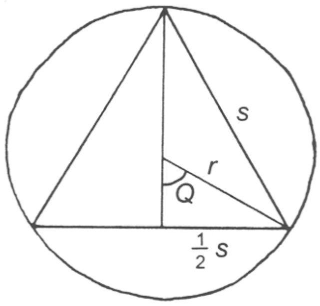
$$\sin 60^\circ = \frac{\frac{1}{2}s}{r} \Rightarrow \tfrac{1}{2}s = r\,\tfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow s = r\sqrt{3}$$

Hermed kan højden udtrykkes ved hjælp af den pythagoræiske læresætning således:

$$h^2 = s^2 - (\tfrac{1}{2}s)^2 = \tfrac{3}{4}s^2 = \tfrac{9}{4}r^2 \Rightarrow h = \tfrac{3}{2}r$$

Arealet af den ligebenede trekant er altså

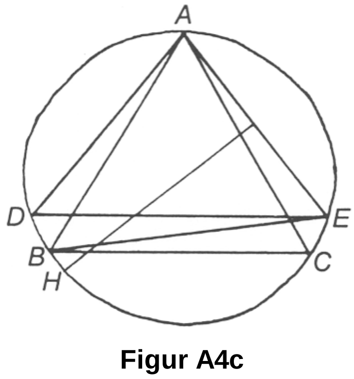
$$M = (\tfrac{1}{2})(\tfrac{3}{2}r)(r\sqrt{3}) = \tfrac{3\sqrt{3}}{4}r^2 = \tfrac{3\sqrt{3}}{16}d^2 .$$



Figur A4d

Tilbage ved keglesnitslærens løsning og spørgsmålet om, hvornår ligning (2) har en løsning, betragtes funktionen

$$f(x) = x^3(d - x) .$$



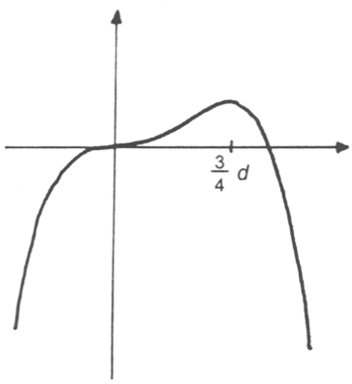
Figur A4c

En funktionsanalyse giver at

$$f'(x) = 3x^2 d - 4x^3 = x^2(3d - 4x)$$

dvs. $f'(x) = 0$ for $x = 0$ og $x = \frac{3}{4}d$. Derforuden gælder, at $f(x) \to -\infty$ for $x \to \pm\infty$. Dermed ser grafen for *f*(*x*) ud som vist i figur A5 (p.102) med maksimum i $x = \frac{3}{4}d$. Da

$$f(\tfrac{3}{4}d) = (\tfrac{3}{4}d)^3(\tfrac{1}{4}d) = \tfrac{3^3}{4^4}d^4$$

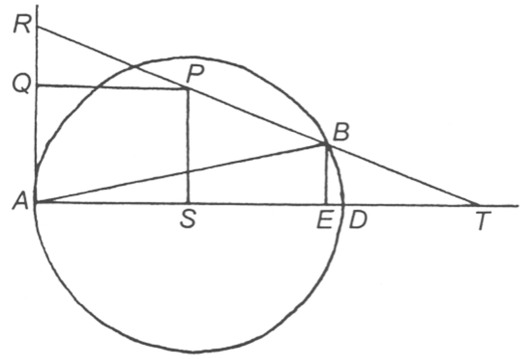


Figur A5

har ligning (2) en løsning, hvis og kun hvis $a^2 \le \frac{3^3}{4^4}d^4$, dvs., hvis $a \le \frac{3\sqrt{3}}{16}d^2$, som netop var det maksimale areal, der kan indskrives i cirklen (jvf. Lemma 2). Derfor, hvis det givne areal *a* er større end arealet af den ligesidede trekant, der kan indskrives i cirklen, dvs. større end *M*, er det ikke muligt at løse ligningen. Hvis det givne areal er lig *M,* er der een løsning, i hvilket tilfælde hyperblen tangerer cirklen. Hvis det givne areal er mindre, er der to løsninger (*B*, *B'* i figur A3, p.99), og altså to skæringspunkter. Kravet, der skal være opfyldt for, at betingelsen (opstillet i reduktionen) er opfyldt, er altså, at $a \le M$.

At løse indskrivningsproblemet ved indskydningslineal.

Sædvanlig brug af indskydningslineal går ud på at konstruere en ret linie med en given længde, som har endepunkter på to givne kurver, og således, at linien eller dens forlængelse går gennem et bestemt punkt [Zeuthen 1949:80]. Græske matematikere arbejdede kun med passer og lineal ved konstruktioner. Linealen var normalt uden inddeling, men i tilfældet med indskydning påtegnede de nogle hjælpeafmærkninger.



Figur A6

Den indskydning, HEATH [1921:301*f*] angiver som mulig løsning til indskrivningsproblemet, er noget anderledes end den sædvanlige indskydning. HEATHs foreslåede metode drejer sig om at indskyde en længde, *l*, mellem dels et punkt og en kurve, dels to kurver, hvor *l* ikke er bestemt på forhånd, men afhænger af punktet og de tre kurver. Punket *B* (figur A3, p.99) kan nemlig findes således: Først lægges det givne areal som et vilkårlig rektangel langs diameteren (rektangel *AQPS* i figur A6, p.103). Der indskydes nu en linie mellem forlængelsen af *AQ* og forlængelsen af *AD*. Linien, der skærer disse forlængelser i *R* hhv. *T*, skal gå gennem punktet *P* og et punkt på cirklen *B*, således at *RP* er lig *BT*. Dette gøres ved at placere en lineal i punktet *P* og dreje den om *P,* til de påkrævede betingelser er opfyldt. Da nu *RP* = *BT,* er *AS* = *ET*, hvorfor *AE* = *ST,* og *AE*:*AS* = *ST*:*ET*. Da trekanterne *TEB* og *TSP* er ensvinklet, gælder, at *TS*:*TE* = *SP*:*EB*. Altså *AE*:*AS* = *SP*:*EB*, hvorfor rektanglet med siderne *AE* og *EB* er lig rektanglet med siderne *AS* og *SP*, og trekant *AEB* er halvdelen af den ønskede (ligebenede) trekant. Det ønskede punkt *B* er således fundet.

APPENDIKS B.

Gennemgang af VAN DER WAERDENS foreslåede metode til at bevise inkommensurabiliteten mellem enheden og siderne i kvadraterne på 3, 5, 13, 17 og 19 kvadratfod.

I udvælgelsen af kvadratrødder til gennemgang i dette appendiks synes de mest relevante at være √3, √5, √13, √17 og √19. √3, √5 og √17, fordi disse er THEODOROS' begyndelses- og endepunkter. √19, fordi dens tilhørende mangefold af forholdsomskrivninger ifølge VAN DER WAERDEN er skyld i stoppet ved √17. √13, fordi den kun kræver een omskrivning mindre end √19.

Det, appendikset viser, er dels, at omskrivningerne fortsætter indtil den substituerede rest bliver *e*, dels, at VAN DER WAERDEN i sidste trin - for at opnå to liniestykker som dem, han begyndte med - ikke udtømmer det største liniestykke.

Irrationaliteten af √3.
w = siden i kvadratet på 3 kvadratfod.
e = enheden.

Den vekselvise subtraktion	Liniestykkerne med interessant forhold (subtrahend, rest)	Substitutionsliniestykkerne
	(w, e)	
$w = \mathbf{1}\cdot e + (w - e)$	$(e, w - e)$	$(w + e, 2e)$
$(w + e) = \mathbf{1}\cdot 2e + ((w + e) - 2e)$		
$= \mathbf{1}\cdot 2e + (w - e)$	$(2e, w - e)$	$(w + e, e)$
$(w + e) = \mathbf{1}\cdot e + ((w + e) - e)$	(e, w).	

Irrationaliteten af √5.

w = siden i kvadratet på 5 kvadratfod.

e = enheden.

Den vekselvise subtraktion	Liniestykkerne med interessant forhold (subtrahend, rest)	Substitutionsliniestykkerne
	(w, e)	
$w = \mathbf{2}\cdot e + (w - 2e)$	$(e, w - 2e)$	$(w + 2e, e)$
$w + 2e = \mathbf{2}\cdot e + (w + 2e - 2e)$		
$= \mathbf{2}\cdot e + w$	(e, w).	

Irrationaliteten af √13.

w = siden i kvadratet på 13 kvadratfod.

e = enheden.

Den vekselvise subtraktion	Liniestykkerne med interessant forhold (subtrahend, rest)	Substitutionsliniestykkerne
	(w, e)	
$w = \mathbf{3}\cdot e + (w - 3e)$	$(e, w - 3e)$	$(w + 3e, 4e)$
$w + 3e = \mathbf{1}\cdot 4e + (w + 3e - 4e)$		
$= \mathbf{1}\cdot 4e + (w - e)$	$(4e, w - e)$	$(w + e, 3e)$
$w + e = \mathbf{1}\cdot 3e + (w + e - 3e)$		
$= \mathbf{1}\cdot 3e + (w - 2e)$	$(3e, w - 2e)$	$(w + 2e, 3e)$
$w + 2e = \mathbf{1}\cdot 3e + (w + 2e - 3e)$		
$= \mathbf{1}\cdot 3e + (w - e)$	$(3e, w - e)$	$(w + e, 4e)$
$w + e = \mathbf{1}\cdot 4e + (w + e - 4e)$		
$= \mathbf{1}\cdot 4e + (w - 3e)$	$(4e, w - 3e)$	$(w + 3e, e)$
$w + 3e = \mathbf{3}\cdot e + (w + 3e - 3e)$		
$= \mathbf{3}\cdot e + w$	(e, w).	

Irrationaliteten af √17.

w = siden i kvadratet på 17 kvadratfod.
e = enheden.

Den vekselvise subtraktion	Liniestykkerne med interessant forhold (subtrahend, rest)	Substitutionsliniestykkerne
	(w, e)	
$w = \mathbf{4}\cdot e + (w - 4e)$	$(e, w - 4e)$	$(w + 4e, e)$
$w + 4e = \mathbf{4}\cdot e + (w + 4e - 4e)$		
$= \mathbf{4}\cdot e + w$	(e, w).	

Irrationaliteten af √19.

w = siden i kvadratet på 19 kvadratfod.
e = enheden.

Den vekselvise subtraktion	Liniestykkerne med interessant forhold (subtrahend, rest)	Substitutionsliniestykkerne
	(w, e)	
$w = \mathbf{4}\cdot e + (w - 4e)$	$(e, w - 4e)$	$(w + 4e, 3e)$
$w + 4e = \mathbf{2}\cdot 3e + (w + 4e - 6e)$		
$= \mathbf{2}\cdot 3e + (w - 2e)$	$(3e, w - 2e)$	$(w + 2e, 5e)$
$w + 2e = \mathbf{1}\cdot 5e + (w + 2e - 5e)$		
$= \mathbf{1}\cdot 5e + (w - 3e)$	$(5e, w - 3e)$	$(w + 3e, 2e)$
$w + 3e = \mathbf{3}\cdot 2e + (w + 3e - 6e)$		
$= \mathbf{3}\cdot 2e + (w - 3e)$	$(2e, w - 3e)$	$(w + 3e, 5e)$
$w + 3e = \mathbf{1}\cdot 5e + (w + 3e - 5e)$		
$= \mathbf{1}\cdot 5e + (w - 2e)$	$(5e, w - 2e)$	$(w + 2e, 3e)$
$w + 2e = \mathbf{2}\cdot 3e + (w + 2e - 6e)$		
$= \mathbf{2}\cdot 3e + (w - 4e)$	$(3e, w - 4e)$	$(w + 4e, e)$
$w + 4e = \mathbf{4}\cdot e + (w + 4e - 4e)$		
$= \mathbf{4}\cdot e + w$	(e, w).	

Litteratur.

Allan, D. J.

1975 ‘Plato’ i *Dictionary of Scientific Biography*, vol. XI, ed. C. C. Gillispie, Charles Scribner’s Sons, New York.

Anderhub, J. H.

1941 *Joco-Seria aus den Papieren eines reisenden Kaufmannes*, Kalle & Co., Wiesbaden, Biebrich.

Artmann, B. & Mueller, I.

1997 *Plato and Mathematics*, Mathematische Semesterberichte 44, pp.1-17, Springer-Verlag.

Baum, Robert J.

1973 *Philosophy and Mathematics*, Freeman, Cooper & Co., San Francisco.

Benecke, Adolph

1867 *Ueber die geometrische Hypothesis in Platons Menon*, Elbing.

Brumbaugh, Robert S.

1968 *Plato’s Mathematical Imagination (The Mathematical Passages in the Dialogues and Their Interpretation)*, New York.

Cherniss, Harold

1951 *Plato as Mathematician*, i The Review of Metaphysics, vol. IV, No. 3, pp. 395-425.

Copleston, Frederick

1962 *A History of Philosophy*, vol. I, Image, New York, 1993, genoptryk af udgave fra 1962.

Cornford, F. M.

1932 ‘Mathematics and Dialectic in the *Republic* VI-VII’ i *Studies in Plato’s Metaphysics*, red. R. E. Allen, 1965, Routledge & Kegan Paul, London.

Crombie, I. M.

1962 *An Examination of Plato’s Doctrines*, bd. 1, Routledge & Kegan Paul, London.

Euklid
300 *Elementer* I-XIII. Skrevet ca. 300 f.Kr., udgivet 600 år senere af Theon fra Alexandria. Oversat af Thyra Eibe

Fine, Gail
1992 'Inquiry in the *Meno*' i *The Cambridge Companion to Plato*, red. af Richard Kraut, Cambridge University Press.

Foss, Otto
1996 'Indledning' til Platons *Staten*, dansk oversættelse af Otto Foss, Platonselskabets Skriftserie, Museum Tusculanums Forlag, Viborg.

Fowler, D. H.
1987 *The Mathematics of Plato's Academy*, Clarendon Press, Oxford.

Friis Johansen, Carsten
1989 *Platon*, Klassikerforeningens oversigter. Fagligt udvalg for græsk & oldtidskundskab, Århus.

1994 *Den europæiske filosofis historie - bind 1. Antikken*, 2. oplag, Nyt Nordisk Forlag Arnold Busck, Viborg.

Gericke, Helmuth
1996 *Talbegrebets historie*, Matematiklærerforeningen og Institut for de Eksakte Videnskabers Historie, Aarhus Universitet.

Gow, James
1884 *A Short History of Greek Mathematics*, Chelsea Publishing Company, New York, 1968, revideret genoptryk af den originale udgave fra 1884, Cambridge.

Grøn, Arne & Husted, Jørgen & Lübcke, Poul & Alstrup Rasmussen, Stig & Sandøe, Peter & Stefansen, Niels Christian
1983 *Politikens filosofi leksikon*, Kastrup, Politikkens Forlag.

Guthrie, W. K. C.
1975 *A History of Greek Philosophy*, vol. IV, Cambridge University Press, Cambridge, 1980, genoptryk af udgave fra 1975.

1978 *A History of Greek Philosophy*, vol. V, Cambridge University Press, Cambridge, 1979, genoptryk af udgave fra 1978.

Heath, Sir Thomas
1921 *A History of Greek Mathematics,* vol. I, Dover Publications, New York, 1981, genoptryk af udgave fra 1921.

Hjelmslev, J.
1919 *Geometriske Eksperimenter*, 2. udgave, Gjellerups forlag, København.

Hultsch, Friedrich
1893 *Die Näherungswerte irrationaler Quadratwurzeln bei Archimedes*, Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, Göttingen, pp. 367-428.

Katz, Victor J.
1998 *A History of Mathematics*, 2. udgave, Addison-Wesley.

Knorr, Wilbur Richard
1975 *The Evolution of the Euclidean Elements*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland.

1986 *The Ancient Tradition of Geometric Problems*, Birkhäuser, Boston.

Mittelstraß. Jürgen
1992 'Platon' i *Filosofi. Antikken & Middelalderen*, Politikens forlag.

Mueller, Ian
1991a 'On the Notion of a Mathematical Starting Point in Plato, Aristotle, and Euclid', i *Science and Philosophy in Classical Greece* red. af Alan C Bowen, Garland Publishing Inc., New York.

1991b 'Mathematics and Education: Some Notes on the Platonic Program', *Peri Ton Mathematon*, vol. 24, nr. 4, pp.85-104.

1992 'Mathematical method and philosophical truth' i *The Cambridge Companion to Platon*, red. af Richard Kraut, Cambridge University Press.

Nielsen, Mogens

1974 *Irrationalitetsteoriens udvikling i det 5. og 4. årh. f.Kr.*, speciale ved Institut for de eksakte Videnskabers Historie, Aarhus Universitet.

Norvin, William

1953 'Indledning til Menon' i *Platons Skrifter*, vol. II, udgivet ved Casten Høeg & Hans Ræder, C. A. Reitzels Forlag.

Pedersen, Olaf

1980 *Matematik og naturbeskrivelse i oldtiden*, Akademisk Forlag, København.

Pihl, Mogens

1950 *Theodoros-stedet i Platons 'Theaitetos' og de irrationale tals første historie*, Matematisk Tidsskrift A, årgang 1949-52, pp.19-38, København.

Platon

Menon, dansk oversættelse af Otto Foss i *Platons Skrifter*, vol. II, udgivet ved Casten Høeg & Hans Ræder, C. A. Reitzels Forlag, København 1953.

Meno, engelsk oversættelse af W. R. M. Lamb i serien The Loeb Classical Library, William Heinemann LTD, London, 1962.

Staten, dansk oversættelse af Otto Foss, Platonselskabets Skriftserie, Museum Tusculanums Forlag, Viborg 1996.

The Republic I + II, engelsk oversættelse af Paul Shorey i serien The Loeb Classical Library, William Heinemann LTD, London, 1963.

Theaitetos, dansk oversættelse af Otto Foss i *Platons Skrifter*, vol. VI, udgivet ved Carsten Høeg & Hans Ræder, C. A. Reitzels Forlag, København 1954.

Theaetetus, engelsk oversættelse af H. N. Fowler i serien The Loeb Classical Library, William Heinemann LTD, London, 1961.

Theaetetus, engelsk oversættelse af John McDowell, Clarendon Press, Oxford, 1999 (1973).

Lovene, dansk oversættelse af Hans Ræder i *Platons Skrifter*, vol. X udgivet ved Carsten Høeg & Hans Ræder, C. A. Reitzels Forlag, København 1955.

7. brev, dansk oversættelse af Hans Ræder i *Platons Skrifter*, vol. VIII, udgivet 1955 ved Carsten Høeg & Hans Ræder, C. A. Reitzels Forlag, København 1955.

Robinson, Richard
1953 *Plato's Earlier Dialectic*, Oxford at the Clarendon Press, Surrey.

Ryle, Gilbert
1967 'Plato' i *The Encyclopedia of Philosophy*, vol. 6, ed. Paul Edwards, The Macmillan Company & The Free Press, New York.

Ræder, Hans
1954 'Indledning til *Theaitetos'* i *Platons Skirfter*, bd. VI, C.A. Reitzels forlag, København.

Sachs, Eva
1917 *Die fünf platonischen Körper*, Arno Press, New York 1976, genoptryk af udgave fra 1917, Berlin.

Schoot, Albert van der
1998 *De onstelling van Pythagoras*, Kok Agora, Kampen.

Schreiber, Peter
1987 *Euklid*, Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, Band 87, BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig.

Skirbekk, Gunnar & Gilje, Nils
1995 *Filosofiens historie 1*, Gyldendal, Haslev.

Taylor, A. E.
1955 *Plato, the Man and his Work*, Methuen & Co. LTD, London.

Vlastos, Gregory
1991 *Socrates: ironist and moral philosopher*, Cambridge University Press.

Vogt, Heinrich
1909 'Die Entdeckungsgeschichte des Irrationalen nach Plato und anderen Quellen des 4. Jahrhunderts' i *Bibliotheca Mathematica*, bd. 10, 3. Folge,

pp. 97-155, B. G. Teubner, Leipzig 1909-1910.

Waerden, Bartel Leenert van der
1954 *Science Awakening*, P. Noordhoff LTD, Groningen, Holland.

1983 *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*, Springer-Verlag, Speyer, Tyskland.

Wedberg, Anders
1955 *Plato's Philosophy of Mathematics*, Almqvist & Wiksell / Gebers Förlag, Upsala.

Zeuthen, H. G.
1910 *Notes sur l'histoire des mathématiques VIII, Sur la constitution des livres arithmétiques des Élements d'Euclide et leur rapport á la question de l'irrationslité*, Det kgl. danske videnskabernes selskabs forhandlinger, no. 5.

1917 *Hvorledes Mathematiken i Tiden fra Platon til Euklid blev rationel Videnskab*, D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter, Naturvidensk. Og Mathem., 8. række, I.5, Høst & Søn, København.

1949 *Forelæsning over Mathematikens Historie Oldtiden*, Høst & Søns forlag, København.

Abstract.

The thesis deals with PLATO and mathematics: the mathematics PLATO knew, his views on mathematics and the influence they had on the development of the theory of Ideas.

The thesis begins with some background information about PLATO as a historical person, and a presentation of concepts and subjects relevant to the thesis.This is followed by an analysis of the mathematics in the dialogues *Meno* and *Theaetetus*; that is, an analysis of the kinds of mathematics PLATO uses, and the context in which they are used. The analysis shows that PLATO held an extensive amount of mathematical knowledge and was able to follow the mathematical development of his time. The analysis also shows that PLATO uses the mathematics as an example of knowledge (epistēmē) - as opposed to opinion (doxa) - and as a model of the road to knowledge, that is as a model of method.

The manner in which PLATO uses mathematics in his philosophical thinking is elaborated on in the following chapter which deals with PLATO's views on mathematics in general - views he voices in the *Republic* book VI and VII. Here it becomes clear why mathematics is a model of method as well as a model of object: the mathematics with its axiomatical structure provides a method of reaching knowledge - knowledge which no one can doubt; becauce the objects of mathematics belong to the intelligible world, mathematical occupation is an exercise in conceiving the unchangeable and imperishable, that is the Ideas. That is why PLATO is of the opinion that mathematical studies should play a main part in the education of the philosophers - those who will not be content with doxa, but seek epistēmē.

The last part of the thesis deals with the influence that PLATO's views on mathematics might have had on the development of the theory of Ideas. Both VLASTOS and MITTELSTRAß believe that mathematics was very important to this development. MITTELSTRAß emphasizes PLATO's opinion about the ideality of the objects of mathematics, and he believes that it is because of considerations about the objects of mathematics, that PLATO has developed the notion of Ideas. VLASTOS believes that PLATO was inspired by the certainty of mathematical method and wanted to transfer this certainty to the philosophy. As I see it, the most conclusive argument in favour of the view that PLATO has made an extrapolation from mathematics to Ideas is a claim which VLASTOS voices: PLATO regards the mathematical practice as crucial because PLATO himself has experienced an equivalent mathematical practice and through this reached what he wants his philosophers to reach, namely the conception of the Ideas.