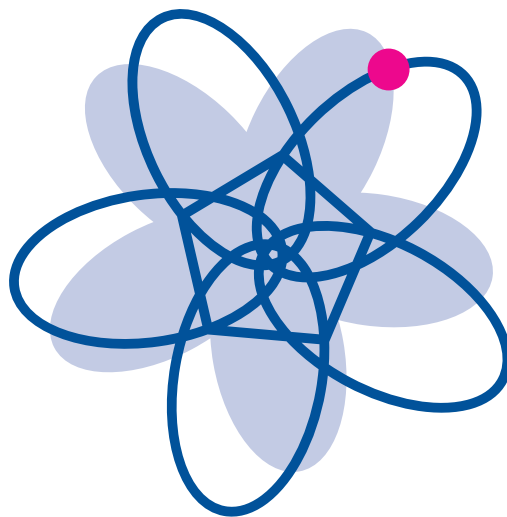


RePoSS #32:

**Studieretningsprojekter i
matematik og historie: Kvalitative
og kvantitative undersøgelser
samt en konstruktiv
matematikhistorisk tilgang til
gode samspil**

Mie Johannesen

October 2015

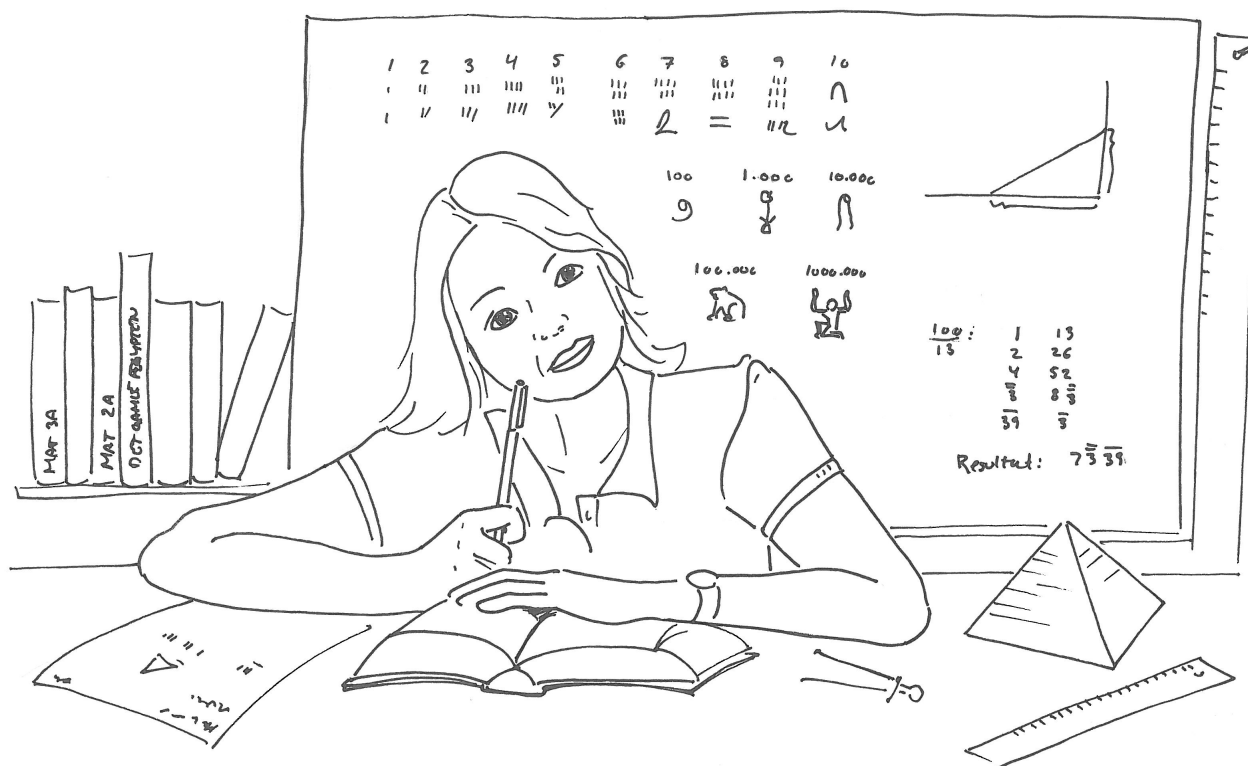


Please cite this work as:

Mie Johannesen (2015). *Studieretningsprojekter i matematik og historie: Kvalitative og kvantitative undersøgelser samt en konstruktiv matematikhistorisk tilgang til gode samspil*. RePoSS: Research Publications on Science Studies 32. Aarhus: Centre for Science Studies, University of Aarhus. URL: <http://www.css.au.dk/reposs>.

Studieretningsprojekter i Matematik og Historie

kvalitative og kvantitative undersøgelser samt en konstruktiv matematikhistorisk tilgang til gode samspil



Specialeafhandling i matematik

Mie Johannesen

Vejleder: Henrik Kragh Sørensen
Medvejledere: Kristian Danielsen og Hanne Andersen

Årskortnummer: 20091541

Institut for Matematik
Aarhus Universitet

1. juni 2015

Abstract

All students in upper secondary school (in Denmark: STX) have to write a big assignment during their last year. The assignment must be written in an interplay between two subjects. A lot of students choose the subjects mathematics and history. The present master's thesis treats some of the challenges this combination causes teachers and students.

In connection with this thesis 118 problem statements in the combination of the subjects mathematics and history have been analysed and the interplay between the subjects has been categorised. Not all problem statements are able to create a good interplay between the subjects and in a few it is only the headline of the problem statement the subjects have in common. This implies that the teachers have problems making connections between the subjects.

A survey conducted in connection with the thesis indicates that the students also have problems finding connections between the subjects. It is also seen that some of the students have not experienced an interplay between the subjects before they have to choose their combination of subjects for the assignment. 546 students have completed the questionnaire – all with the option of choosing the combination of subjects mathematics and history. 52 of these students have chosen this combination of subjects and the survey shows that they come from all mathematical levels without a particular majority of strong or weak students.

The thesis focuses on how source based history of mathematics can create a good interplay between the subjects mathematics and history and can serve as topic of the assignment accordingly. In the thesis a case study of the mathematics in ancient Egypt has been made. Here a number of previously set problem statements within the topic have been considered, and among these, collaboration problems have been identified. By focusing on concrete mathematical and historical sources it is illustrated how a problem statement within the topic of Egyptian mathematics can be constructed based on source based history of mathematics. The thesis finishes with two concrete problem statement proposals based on source based history of mathematics, and the difference between these and previously set problem statements is specified in details.

In Denmark it is required that history of mathematics is included in the teaching of mathematics in upper secondary school. In the survey there are relatively few students who indicate that they have experienced courses of the history of mathematics in the teaching. The thesis therefore also contains a proposal to a general analysis model which can be used in upper secondary school to handle sources in the history of mathematics – both in the teaching of mathematics and regarding the assignment.

Resumé

Alle elever på gymnasiet (STX) skal på deres tredje gymnasieår skrive en stor opgave kaldet studieretningsprojektet. Studieretningsprojektet skal skrives i et samspil mellem to gymnasiefag. Mange elever vælger fagkombinationen matematik og historie. Dette speciale omhandler nogle af de udfordringer, fagkombinationen giver lærere og elever.

I forbindelse med specialet er 118 problemformuleringer indenfor fagkombinationen matematik og historie analyseret, og samspillet mellem fagene i problemformuleringerne kategoriseret. Ikke alle problemformuleringer formår at skabe godt samspil mellem fagene, og i enkelte er det kun problemformuleringens overskrift, fagene har til fælles. Dette antyder, at lærerne har problemer med at skabe sammenhæng mellem fagene.

En spørgeskemaundersøgelse foretaget i forbindelse med specialet viser, at eleverne også har problemer med at gennemskue fagenes sammenhæng. Det ses også, at en del af eleverne ikke har oplevet samspil mellem fagene, inden de skal vælge fagkombination til studieretningsprojektet. 546 gymnasieelever har udfyldt spørgeskemaet – alle med mulighed for at vælge fagkombinationen matematik og historie. 52 af disse elever har valgt fagkombinationen og undersøgelsen viser, at de kommer fra alle matematikfaglige niveauer uden særlig overvægt af stærke eller svage elever.

Specialet fokuserer på, hvordan kildebaseret matematikhistorie kan skabe godt samspil mellem fagene matematik og historie og hermed kan benyttes som emne i studieretningsprojekterne. I specialet er der lavet et case-studie af matematikken i Det gamle Ægypten. Her betragtes en række tidligere stillede problemformuleringer inden for emnet, og blandt disse findes også samspilsproblemer mellem fagene. Ved at fokusere på konkrete matematiske og historiske kilder illustreres, hvordan en problemformulering inden for emnet ægyptisk matematik kan sammensættes med udgangspunkt i kildebaseret matematikhistorie. Specialet afsluttes med to konkrete forslag til problemformuleringer baseret på kildebaseret matematikhistorie og forskellen mellem disse og de tidligere stillede problemformuleringer er udspecificeret.

I Danmark er det et krav, at matematikhistorie skal inddrages i gymnasiets matematikundervisning. I spørgeskemaundersøgelsen er der relativt få elever, der markerer, at de har oplevet matematikhistoriske forløb i undervisningen. Specialet indeholder derfor også et forslag til en generel analysemodel, som kan benyttes i gymnasiet til at håndtere matematikhistoriske kilder – både i matematikundervisningen og i forbindelse med studieretningsprojekter.

Indhold

Indhold	iv
1 Indledning	1
2 Matematikhistorie	5
2.1 Hvad er matematikhistorie?	5
2.2 Matematikhistorie i gymnasiets matematikundervisning	10
Forskellige tilgange til undervisning i matematikhistorie	12
Hvorfor skal gymnasieelever beskæftige sig med matematikhistorie?	15
2.3 Matematikhistorie i gymnasiets tværfaglige samarbejder	17
Almen studieforberedelse	17
Studieretningsprojekter	18
2.4 Konklusion	19
3 Udarbejdelse og gennemførelse af spørgeskemaundersøgelse	21
3.1 Spørgeskemaets rammer og formål	21
3.2 Spørgeskemaets opbygning og udarbejdelse	22
Baggrundsspørgsmål	22
Fravalg af fagkombinationen matematik og historie	24
Tilvalg af fagkombinationen matematik og historie	25
Emnevalg	26
Elevernes forudsætninger	26
3.3 Undersøgelsens begrænsninger	27
3.4 Kommentarer til den faktiske udførsel af spørgeskemaundersøgelsen	28
4 Resultater af spørgeskemaundersøgelse	29
4.1 Elevernes valg af emne	29
Hvor mange elever synes, emnet er afgørende for fagvalg?	29
Hvor finder eleverne inspiration?	31
Eleverne med fagkombinationen matematik og historie	35
4.2 Elevernes baggrund – niveau og studieretninger	36
Fordeling på studieretninger for hele elevgruppen	36
Fordeling på niveau for hele elevgruppen	37
Eleverne med fagkombinationen matematik og historie	38
4.3 Tilvalg/fravalg af fagkombinationen	41
Eleverne, der er tvunget til at vælge matematik i studieretningsprojektet	43
4.4 Elevernes forudsætninger for at beskæftige sig med matematikhistorie i studieretningsprojektet	44
Elevernes tidligere erfaringer med forløb	44
Ser eleverne sammenhæng mellem fagene matematik og historie?	47
Hvor mange gymnasielærere underviser i matematikhistorie?	48
4.5 Opsamling af undersøgelsens resultater	50

5	Problemformuleringer for studieretningprojekter i fagkombinationen matematik og historie	53
5.1	Tidligere stillede problemformuleringer i fagkombinationen matematik og historie	53
	Kryptologi	54
	Epidemier	56
	Spilteori og Cubakrisen	56
	Antikkens Grækenland	57
	Renæssancen	57
5.2	Karakterisering af samspillet mellem matematik og historie i problemformuleringerne	58
6	Kan fagene matematik og historie forbindes via matematikhistorie? – Et casestudie omhandlende ægyptisk matematik	65
6.1	Hvordan kan gymnasieelever håndtere matematikhistoriske kilder?	66
	Inspirationskatalog af spørgsmål, der kan bruges i forbindelse med læsning af matematiske kilder	68
	Model for matematikhistorisk kildearbejde	69
6.2	Introduktion af casestudiet	71
	Kort introduktion til Det gamle Ægypten	71
6.3	Tidligere stillede problemformuleringer om ægyptisk matematik	73
6.4	Kilder fra Det gamle Ægypten	77
	Rhind og Moskva matematiske papyrus	79
	Indkredsning af brugbare matematiske kilder	79
	Relaterede historiske kilder	81
6.5	Konkrete eksempler på behandling af kilder	83
	Rationsberegning	83
	‘Brød og øl’-opgaver	95
6.6	Forslag til problemformuleringer med kildebaseret matematikhistorie	101
7	Konklusion og perspektiver	105
A	Interview med fagkonsulenten	111
B	Spørgeskemaundersøgelsen	121
B.1	Spørgeskemaet	121
B.2	Oversigt over deltagende gymnasier	124
B.3	Rådata for sidste del af spørgsmål 3	124
B.4	Rådata for sidste del af spørgsmål 4	124
B.5	Rådata og kategorisering af spørgsmål 6	128
B.6	Rådata fra spørgeskema, spørgsmål 8	143
B.7	Rådata fra spørgeskema, spørgsmål 9	148
B.8	Rådata fra spørgeskema, spørgsmål 10	153
B.9	Rådata fra spørgeskema, spørgsmål 13	155
C	Statistisk behandling af hypotese om fagligt niveau	157
D	Uddrag af Borchardt [2, s. 114-115]	161
	Litteratur	165

Kapitel 1

Indledning

Der er lavet meget forskning om undervisning i matematikhistorie i gymnasiet – både nationalt og internationalt. Derimod er der ikke forsket ret meget i matematikhistorie i studieretningsprojekter. Kun nogle få artikler samt Kasper Jensens speciale [20] fra 2010 har jeg fundet inden for området. Derfor mener jeg, at der er rum til og måske endda behov for denne forskning.

Jeg blev inspireret til at arbejde med emnet under en workshop, hvor en medstuderende fremlagde en skitse til sit bachelorprojekt om studieretningsprojekter i fagkombinationen matematik og historie. Hendes plan var at undersøge fagkombinationen fra lærernes synspunkt. Jeg valgte derfor et andet perspektiv og besluttede i stedet at spørge eleverne til deres synspunkt. Mit indtryk er, at det ofte er lærernes oplevelser, der undersøges, og eleverne derfor kun bliver hørt gennem lærernes erfaringer. Jeg var derfor meget motiveret for at undersøge elevernes forhold til fagkombinationen matematik og historie. Bachelorprojektet blev desværre opgivet, og derfor er der stadig et åbent projekt i at undersøge lærernes forhold til fagkombinationen.

Mit ønske om at undersøge elevernes perspektiv på fagvalg til studieretningsprojektet med fokus på fagkombinationen matematik og historie er endt i en omfattende spørgeskemaundersøgelse. Undervejs i udarbejdelsen af spørgeskemaet var der flere aspekter, jeg blev interesseret i at undersøge. For eksempel nævnte fagkonsulenten, at det især var de svage elever, der valgte fagkombinationen matematik og historie. Denne udtalelse forekom mig en smule provokerende, og jeg satte mig derfor for at be- eller afkræfte hendes hypotese. Derudover kom medstuderende med gode idéer, f.eks. til hvordan elevernes tidligere erfaringer relateret til deres til-/fravalg af fagkombination matematik og historie kunne inkluderes i spørgeskemaet.

Fagvalget matematik og historie i studieretningsprojekter leder frem til spørgsmål om, hvordan fagene spiller sammen. Tidligt i processen både hørte og læste jeg om problemer med parallel opgaver inden for fagkombinationen. Jeg ville derfor gerne forsøge at identificere eventuelle samspilsproblemer og komme med konstruktive løsningsforslag. Jeg havde her en grundlæggende idé om, at matematikhistorie kunne være en måde at få de to fag til at spille sammen på. Længere inde i processen har jeg specificeret arbejdet til at omhandle kildebaseret matematikhistorie og undersøge, om det kan skabe samspil mellem fagene. Min andet ønske var, at jeg gerne ville skabe et redskab til lærerne. Jeg ville gerne komme med anvendeligt materiale til håndtering af kildebaseret matematikhistorie og nogle konkrete forslag til inddragelse af dette i studieretningsprojekter. Derfor har jeg lavet et casestudie om ægyptisk matematik, hvor jeg går helt til bunds i, hvordan kildebaseret matematikhistorie kan skabe sammenhæng mellem fagene matematik og historie.

Som ovenstående antyder, befinder dette speciale sig i en gråzone mellem didaktik og matematikhistorie. Min baggrund som matematiker (altså hverken didaktiker

eller historiker) vil uden tvivl være afspejlet i specialet, selvom jeg forsøger at dække så mange aspekter som muligt.

For at kunne udtale sig om matematikhistorie i studieretningsprojekter er det nødvendigt at have mange elementer i spil, og elementerne spiller sammen på kryds og tværs. For overskuelighedens skyld vil jeg her kort præsentere specialets kapitler:

Kapitel 2: Matematikhistorie.

I første afsnit diskuteres, hvad matematikhistorie er. Der er ingen klar definition af området og forskellige matematikhistorikere har forskellige tilgange til emnet. Dernæst betragter jeg matematikhistorie i den danske matematikundervisning i gymnasiet, og i den forbindelse laver jeg en todelt kategorisering af synet på matematikhistorie. Jeg kommer også ind på hvordan og hvorfor, der skal undervises i matematikhistorie. Til sidst kommer jeg kort omkring mulighederne for inddragelse af matematikhistorie i gymnasiets tværfaglige samarbejder.

Kapitel 3 og 4: Spørgeskemaundersøgelse.

Jeg har i forbindelse med specialearbejdet gennemført en spørgeskemaundersøgelse med 546 deltagende gymnasieelever, som på spørgetidspunktet netop havde valgt fagkombination til studieretningsprojekt. Denne undersøgelse har primært til formål at undersøge elevernes forhold til fagkombinationen matematik og historie samt forsøge at klarlægge årsagerne til deres valg. Derudover har undersøgelsen haft til formål at undersøge elevernes forudsætninger for at arbejde med matematikhistorie i deres studieretningsprojekt. Spørgeskemaet introduceres, og der redegøres for metoder og gennemførelse i kapitel 3. Kapitel 4 indeholder spørgeskemaets resultater, samt analyse og diskussion heraf.

Kapitel 5: Problemformuleringer.

I kapitlet betragtes en række tidligere stillede problemformuleringer inden for fagkombinationen matematik og historie. Kapitlet giver hermed et indtryk af, hvilke typer problemformuleringer, der stilles inden for fagkombinationen. I problemformuleringerne kommer forskellige samspilstyper mellem fagene matematik og historie til udtryk. Disse er samlet i en model, som kategoriserer samspilstyperne i problemformuleringer. Til slut diskuteres hvilken samspilstype, der bør bestræbes.

Kapitel 6: Matematikhistorie som bindingsled.

Dette kapitel fokuserer fagligt på matematikhistorie i studieretningsprojekter. Hvordan skal matematikhistorie gribes an, hvis der skal skabes et godt samspil med historie? Kapitlet indledes med at give nogle redskaber til generel håndtering af matematikhistoriske kilder, således at lærere og elever har et analyseværktøj både til undervisningsbrug og i forbindelse med studieretningsprojekter. Resten af kapitlet omhandler Det gamle Ægypten og arbejder frem imod at skabe problemformuleringer inden for ægyptisk matematik. For at nå dette mål skal kilder først indkredses og siden behandles. Kapitlet afsluttes med fremlæggelse af to konstruerede problemformuleringer, som illustrerer, hvordan kildebaseret matematikhistorie kan skabe gode samspil mellem matematik og historie.

Tak til

Tusind tak til alle, der har hjulpet med at gøre dette speciale muligt! Først og fremmest stor tak til gymnasierne, der har bidraget til data. Tak til kontaktpersonerne Jakob Østergaard (Herning Gymnasium), Lasse Broby Rieks (Aarhus Katedralskole), Lars Bo Kristensen (Egaa Gymnasium), Jane Sundbæk Johansen (Silkeborg Gymnasium), Bjarne Aagaard (Viby Gymnasium), Hanne Stenholt Krogh (Marselisborg Gymnasium) og Henriette Andersen (Horsens Gymnasium). Jeres hjælp til planlægning af besøgene og kontakt til lærerne har været uvurderlig. Uden jer havde spørgeskemaundersøgelsen ikke været mulig at gennemføre. Tak til alle lærere, der har ladet mig bruge 15 min. af en lektion på spørgeskemaundersøgelse,

og tak til alle elever, der har taget sig tid til at udfylde spørgeskemaet. Derudover vil jeg gerne rette en særlig tak til de lærere, der har hjulpet til fremskaffelse af problemformuleringer.

En stor tak skal også lyde til mine medstuderende. Tak til alle, som jeg sidder på kontor med, for at være klar til at udfylde spørgeskemaer, tyde elevkommentarer, diskutere matematikhistoriske kilder og meget andet. Tak til Line Edslev Andersen for altid at have tid til sparring. Tak til Astrid Kousholt og Britta Anker Bak for hjælp til de statistiske tests. Og sidst, men ikke mindst, tak til Elisabeth Frederiksen for at inspirere mig til dette projekt.

Specialet havde aldrig fået sit flotte udseende uden hjælp og støtte til LaTeX. Tusind tak til alle, der har hjulpet. Det flotte udseende hænger også sammen med den flotte forside. Tusind tak til Mette Bjerre, for at tage sig tid til at lave forside-tegningen til specialet og til Lars Madsen for opsætningen.

Stavefejl og slåfejl havde der været mange flere af, hvis det ikke var for korrekturlæserne. Tusind tak til Julie Jacobsen, min mand og min mor for både at fremhæve store og små fejl.

Sidst, men ikke mindst, skal den største tak lyde til mine vejledere. Tusind tak til Henrik Kragh Sørensen for stor inspiration og for hjælp til at definere projektets rammer. Tusind tak til Hanne Andersen og Kristian Danielsen for at træde til i Henriks fravær. Det har betydet meget for det endelige resultat.

Kapitel 2

Matematikhistorie

Som nævnt i indledningen skal mange elementer i spil for at diskutere matematikhistorie i gymnasiet. Dette kapitel har til formål at sætte de grundlæggende rammer for diskussionen. Første afsnit forsøger fra et forskningsmæssigt synspunkt at karakterisere matematikhistorie. Hvad kan defineres som matematikhistorie, og hvilke historiesyn kommer til udtryk i den matematikhistoriske litteratur? Næste afsnit handler bredt om matematikhistorie i gymnasiets matematikundervisning. Hvad er kravene til inddragelse af matematikhistorie, og hvordan kan de gribes an i praksis? Hvordan er sammenhængen mellem formålet med undervisningen, undervisningsformerne og matematiklærerens syn på matematikhistorie? Jeg vil herefter give en meget kort beskrivelse af nogle af de fordele, der kan være ved inddragelse af matematikhistorie i matematikundervisningen. Kapitlets sidste afsnit er en kort introduktion til gymnasiets tværfaglige projekter, og hvilken rolle matematikhistorie kan spille i forhold til disse. Således kommer vi omkring matematikhistorie i en forskningsmæssig og en gymnasial kontekst.

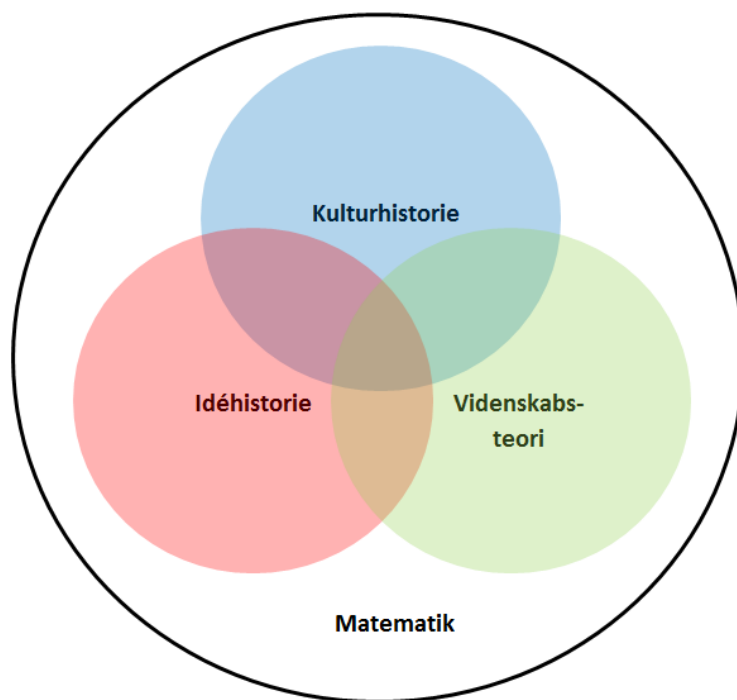
2.1 Hvad er matematikhistorie?

Matematikken har udviklet sig over tid. Det er ikke en statisk størrelse, som mange lærerbøger let kommer til at give indtryk af. Dette gør matematik til et objekt, der kan betragtes med historiefaglige metoder. Dansk Matematisk Forenings nyhedsbrev, Mathilde, havde i 2003 tema om matematikhistorie, og i indledningen forsøger Tinne Hoff Kjeldsen at definere matematikhistorie. Hun skriver:

Matematikhistorie er ikke matematik, og matematikhistorisk forskning er ikke matematisk forskning. Matematikhistorie har matematik som genstandsområde og søger at forstå og kortlægge matematikkens historiske udvikling indholdsmæssigt, sociologisk og institutionelt.

Når der arbejdes matematikhistorisk skal vi således ikke opfinde ny matematik. Vi skal heller ikke anvende eksisterende teorier internt eller eksternt i matematikken på nye måder. I stedet skal vi se tilbage på matematikkens historiske udvikling. Vi gør ‘matematik’ til det, vi analyserer. Matematikhistoriske metoder er derfor både historiske og matematiske. Det er dog farligt at forsøge at lave en kortfattet beskrivelse af, hvad matematikhistorie er. I Kjeldsens definition ovenfor er der f.eks. ikke lagt vægt på det kulturelle; matematikkens historiske udvikling i et kulturelt perspektiv. Dette aspekt er derimod fremhævet i Henrik Kragh Sørensens model for matematikkens historie og videnskabsteori (figur 2.1).

Sørensens model består af tre overlappende cirkler: kulturhistorie, idéhistorie og videnskabsteori. Ved alle tre begreber er ordet ‘matematikens’ udeladt (f.eks. ‘matematikens videnskabsteori’). En matematikhistorisk kilde kan ses i lyset af alle



Figur 2.1: Henrik Kragh Sørensens model for matematikkens historie og videnskabs-teori

tre aspekter, og matematikhistorie fremstår derfor som et meget bredt felt i Sørensens model. Alle tre cirkler er helt inkluderet i feltet “matematik”. Hermed hævder Sørensen, at alle tre områder er en del af matematikken. Ligeledes viser modellen, at et af disse områder ikke fyldestgørende kan betragtes uden at bringe de andre i spil – der er overlap mellem områderne. I Sørensens model optræder idéhistorie, de matematiske idéers udvikling. Dette er formodentligt sammenfaldende med det, som Kjeldsen refererer til som udvikling af matematikkens indhold. Sørensen har også valgt at benytte begrebet kulturhistorie. Vi ser her, at fortolkning af begreber skaber konflikter. Det er svært at afgøre, om Kjeldsen og Sørensen er enige om, hvad der hører under betegnelsen matematikhistorie. For eksempel kan kulturhistorie defineres meget bredt, men relationen til ordene ‘sociologisk’ og ‘institutionelt’ er ikke oplagt. Disse to fremstillinger af matematikkens historie viser allerede, at det er svært med få ord at beskrive området matematikhistorie. Dette resulterer både i udeladelser, men også en (muligvis overdreven) fremhævelse af enkelte elementer. For eksempel nævner Kjeldsen institutionalisering, hvilket, vi i afsnit 6.1 vil se kun dækker en lille del af de mulige kontekstualiserende spørgsmål. Lad os derfor opgive at lave en egentlig definition af matematikhistorie, men i stedet få en idé om, hvilke perspektiver af matematikhistorie, der er vigtige for en række andre matematikhistorikere.

Begrebet ‘matematikere’ begynder først regelmæssigt at blive brugt i engelsk litteratur fra 1570 og frem [32, s. 30], så når vi historisk betragter matematikken er det ikke via en undersøgelse af alle, der blev kaldt ‘matematikere’ og deres arbejde. I stedet identificerer vi det producerede og bevarede materiale som matematik ud fra indholdet. Som Sørensen skriver på sin hjemmeside (<http://matematikhistorie.dk>):

[...] når vi ønsker at spore forhistorier og for eksempel fortælle ‘mate-

matikkens historie’, så indgår der en række mere eller mindre eksplicitte valg af, hvad og hvem der tæller med som matematik og matematikere.

Så for at definere matematikkens historie er vi faktisk nødt til at vælge, hvordan vi definerer matematik og matematikerne. Selve denne diskussion ligger uden for dette speciales rammer. Det vigtige at bemærke er, at ‘matematik’ og ‘matematikere’ ikke er veldefinerede begreber i matematikhistorisk kontekst.

Når matematikhistorikeren undersøger en problemstilling, kan det gøres simpelt eller mere komplekst. For at illustrere dette lad os undersøge tilblivelsen af Fermats sidste sætning samt beviset herfor. En enkel og hurtig fremstilling kunne være:

- Pierre de Fermat (født i 1601) skrev sætningen i marginen af sit eksemplar af Diofants “Arithmetica”.
- Sætningen blev bevist af Andrew Wiles i 1995.

De færreste matematikhistorikere vil ifølge Jacqueline Stedall mene, at denne fortælling er tilstrækkelig. I “The History of Mathematics: A Very Short Introduction” [32, s. 111] skriver Stedall om nutidens matematikhistoriske forskning:

It is no longer enough simply to ask who discovered what and when. We also want to know what mathematical practices engaged groups of people or individuals and why. What historical or geographical influences were at work? How were mathematical activities perceived, by the participants or by others? What aspects were particularly valued? What steps were taken to preserve or hand on mathematical expertise? Who was paying for it? How did an individual mathematician manage his (or her) time and skill? What were their motivations? What did they produce? What did they do with it? And with whom did they discuss, collaborate, or argue along the way?

Skal man følge disse retningslinjer bliver undersøgelsen meget kompleks og de historiske metoder vil hurtigt dominere de matematiske metoder, der skal benyttes for at forstå indholdet af Fermats sidste sætning. Stedall giver ved nogle af ovenstående spørgsmål udtryk for en eksternalistisk tilgang til historie. I “Dictionary of the History of Science” [3, s. 145-146, 211] defineres begreberne eksternalisme og internalisme således:

Externalism: The view that social, political, and economic circumstances affect the pursuit of knowledge of Nature

Internalism: The view that science is primarily an abstract intellectual enterprise insulated from social, political, and economic circumstances.

Disse to begreber angår primært årsagerne til udvikling af naturvidenskab. Udvikles naturvidenskab grundet omkringliggende omstændigheder – omstændigheder uden for det videnskabelige samfund. Eller er tilfældet, at videnskaben udvikles isoleret fra de omkringliggende omstændigheder. De fleste matematikhistorikere placerer sig formodentligt mellem disse to historiesyn. Når Stedall spørger til, hvilke historiske indflydelser der har været på spil, er dette et udtryk for eksternalisme. Derimod er spørgsmål om den matematiske praksis et udtryk for internalisme. Hun virker derfor ikke afvisende overfor eksterne indflydelser. Både Sørensens fremstilling og Kjeldsens definition af matematikhistorie viser også både eksternalistiske og internalistiske syn på videnskaben.

Et andet oplagt sted at undersøge perspektiver på matematikhistorie er i de store overbliksværker skrevet om matematikkens historie. Af store værker kan bl.a. nævnes:

- Kline; Mathematical thought from ancient to modern times, år 1972 [24]
- Stillwell; Mathematics and Its History, år 1989 [33]
- Grattan-Guinness; The fontana history of the mathematical sciences, år 1997 [12]
- Katz; A History of Mathematics, an Introduction, år 2009 [23]

Lad os betragte Stillwells anerkendte bog, som er blevet brugt som undervisningsbog i matematikhistorie f.eks. i Australien (forelæsninger kan ses på youtube via linket <https://www.youtube.com/watch?v=dW8Cy6Wr094&list=PL55C7C83781CF4316>). I Stillwell behandles emnet “Fermats sidste sætning” således:

Fermats citat fra marginen af “Arithmetica” er indsat i starten af afsnittet om “Fermats sidste sætning”. Det forklares kort uden problematiseringer at Fermats inspiration kommer fra Diofantos problemer med ligninger af typen $x^2 + y^2 = z^2$. Stillwell fastslår herefter sætningen i moderne termer:

Ligningen $x^n + y^n = z^n$ har ingen løsning $(x, y, z) \in \mathbb{Z}^3$ for $n > 2$.

Han bruger herefter resten af afsnittet på at opgive navne på dem, der har bevist resultatet for specifikke n , samt lidt uddybene matematik omkring de sidste forsøg på at løse problemet. Andrew Wiles er ikke nævnt, hvilket giver god mening, da bogen er udgivet i 1989. Bogen giver således et meget traditionelt billede af matematikhistorie som “Hvem gjorde hvad hvornår?”. I bogens forord står der:

This book aims to give a unified view of undergraduate mathematics by approaching the subject through its history.

Så bogens formål er ikke at bedrive matematikhistorie, men at udnytte matematikhistorie til formidling af moderne matematik. At bogen bruges som grundbog i matematikhistoriekurser, stiller store krav til supplerende noter og perspektivering af forelæseren, hvis det ønskes at give de studerende et nuanceret syn på matematikhistorie. Den meget kortfattede historie kommer også let til at give indtryk af en internalistisk holdning til matematikhistorie, da der sjældent vil være behov for inddragelse af ydre omstændigheder.

I kurset “Aspekter af Matematikkens Historie” på Aarhus Universitet bruges Katz. I Katz’ fremstilling af Fermat besvares mange af spørgsmålene stillet af Stehdall. En lille biografi fortæller f.eks. at matematik for Fermat var en hobby – dog en hobby, han brugte meget af sin tid på – og hans indtægter kom fra arbejdet som jurist. Ligeledes beskrives hvordan Fermat ikke selv udgav sine resultater, og at han ikke personligt opsøgte andre matematikere, men kommunikerede via brevveksling. Bogen giver også en præsentation af samtiden og en grundig gennemgang af Fermats matematik (dog i moderne fortolkning) samt nogle af de matematikere, der senere blev optaget af og udviklede hans idéer. Andrew Wiles er også nævnt, dog er dette afsnit mere kortfattet. Katz giver hermed et langt mere nuanceret billede, hvilket også viser at hans forståelse af matematikhistorie strækker sig langt videre end “hvem gjorde hvad hvornår”-tilgangen.

Som nævnt ovenfor er det at bedrive matematikhistorie et spørgsmål om valg, både angående ‘hvad er matematik’ og ‘hvem var matematikerne’. I overbliksbøgerne har forfatterne truffet valg om, hvad den vigtige matematik er, hvem de vigtige matematikere var, og hermed hvilken historie, de gerne vil fortælle. Store dele af matematikkens historie så som døde ender og fejlslagne teorier er ofte ikke inkluderet i disse bøger for at holde længden overskuelig og have rød tråd i fortællingerne – også selvom disse må siges at være en vigtig del af matematikkens historie. Kline skriver i indledning til sit værk [24]:

This book treats the major mathematical creations and developments from ancient times through the first few decades of the twentieth century. It aims to present the central ideas, with particular emphasis on those currents of activity that have loomed largest in the main periods of the life of mathematics and have been influential in promoting and shaping subsequent mathematical activity. The very concept of mathematics, the changes in that concept in different periods, and the mathematicians' own understanding of what they were achieving have also been vital concerns.

Kline forklarer altså grundlaget for sin valgproces; han fokuserer på den matematik, der har haft størst betydning i samtiden, og som har formet eller dannet grundlag for fremtidig matematisk aktivitet. Han giver også til sidst et indtryk af hans forståelse af matematikhistorie: at han ud over resultaterne også vægter ændringer i forståelse af matematikken og matematiske koncepter. Han deler altså Kjeldsens fokus på matematikkens udvikling - hvad er der sket over tid inden for matematik. Man skal dog passe på med altid at tage udgangspunkt i nutidens matematisk kendte koncepter. Som Grattan-Guinness skriver [12, s. 7]

I take *the word 'history'* to relate to the question 'What happened in the past?'; by contrast, mathematicians (and scientist in general, and even a distressing number of historians) take history to mean 'How did we get here?'

De to spørgsmål, han stiller, giver grundlæggende forskellige tilgange til historie. Spørgsmålene 'What happened in the past?' og 'How did we get here?' giver en adskillelse mellem **Historie** og **Arv** [35]. Med historien om et matematisk emne menes udviklingen af emnet i en speciel periode; dets lancering og tidlige form, dets indflydelse og dets anvendelser. Med arven af et matematisk emne menes emnets indflydelse på senere matematik. Her er matematik i fokus, og matematiske relationer vil blive bemærket – ikke historiske. På mange måder er denne 'arv'-tilgang sammenlignelig med et Whig-historiesyn. I "Dictionary of the History of Science" [3, s. 445-446] er Butterfields definition af begrebet 'Whig-historie' fra 1931 angivet:

the tendency in many historians to write on the side of Protestants and Whigs, to praise revolutions provided they have been successful, to emphasize certain principles of progress in the past and to produce a story which is the ratification if not the glorification of the present.

Whig-historikere roser revolutioner, forudsat de er en succes. Nutidens tilstand anses for værende bedre end tidligere, og de betragter "fremskridt", som leder frem til nutidens tilstand. Som citatet beskriver bliver historien et middel til at glorificere nutiden. I sin mest ekstreme grad bliver Whig-historie en fortælling om helte og skurke, hvor heltene er dem, der har gjort fremskridt som passer med den nuværende forståelse af videnskaben. Denne opfattelse falder godt sammen med synet på matematikkens historie som arv. Vi betragter kun dele af historien, der leder frem til nutidens tilstande og analyserer historien i lyset af den moderne opfattelse af matematikken.

Vil man som Stillwell benytte historien som tilgang til nutidens matematik er det nødvendigt at vælge emner ud efter et Whig-historiesyn. Ligeledes gør dette formål også at behandlingen af historien let får et Whig-præg, da historien netop skal fremhæve og forklare nutidens matematik. Ligeledes vil de fleste oversigtsbøger gerne illustrere sammenhængende aktivitet og derfor fokuseres, som Kline skriver, på centrale matematiske ideer, som viderefoster ny matematik. Selvom Whig-historie næsten altid anses for værende skidt (se f.eks. [15, s. 6]), så kan historiesynet (i mild grad) være nødvendigt at tage for at opfylde formålet med oversigtsbøger.

Benjamin Wardhaugh har skrevet bogen “How to read Historical Mathematics”, i hvilken han gennemgår, hvordan man griber en primær historisk kilde an. Han definerer altså “historisk matematik” til at være kilder. Dette er meget naturligt, da den eneste måde at undersøge historisk matematik er ved at se, hvad der blev skrevet på den tid (primære kilder) og om den tid (sekundære kilder). Kilder kan være svære at læse, da notationen og sprogbruget omkring matematik kan være meget anderledes end den, vi bruger i dag. I de fleste oversigtsbøger er det stærkt begrænset hvor meget primær kildetekst, der er inkluderet. Disse bøger har et undervisningsperspektiv og vil gerne være forståelige og har derfor oversat meget matematik til moderne notation. I moderne matematikhistorisk forskning er der ifølge Stedall fokus på at forsøge at forstå, hvordan forfatteren har set på matematikken, hvordan hans forståelse er af de begreber, han bruger, og hvorfor hans notation ser ud, som den gør (langt fra Whig-historie). Der er ofte ikke noget endeligt svar, noget faktuel svar på disse spørgsmål. Hodgkin [15] skriver om historiske overblikbøger:

(...) the live field of doubt and debate which is research in the history of mathematics finds itself translated into a dead landscape of certainties.

Hodgkin fremhæver altså dette diskussionselement som en central del af matematikhistorie og understreger hermed igen pointen om at ‘hvem gjorde hvad hvornår’-tilgangen til matematikhistorie ikke er tilstrækkelig. Vi skal besvare mange spørgsmål for at bedrive matematikhistorie, og hvis vi f.eks. skal udtale os grundigt om Fermat, eller endnu værre Diofant, kommer mange usikkerheder i spil. Ser vi kun på den sikre viden, kan matematikhistorie blive et spørgsmål om ‘hvem gjorde hvad hvornår’.

Ovenstående diskussion af forskellige syn på matematikhistorie illustrerer en stor bredde inden for feltet. Bred enighed er der selvfølgelig omkring, at matematik skal være genstandsområde, men allerede i valget af hvad/hvem der tæller som matematik og matematikere ligger en individuel vurdering foretaget af den enkelte historiker. De store værker har ofte et progressivt syn - det historiske skal relatere til det moderne. Grattan-Guinness opfordrer dog til forsigtighed omkring denne “arv”-tilgang til matematikhistorie. Matematikkens historie kan gribes an som “hvem gjorde hvad hvornår”, men en mere nuanceret tilgang med stort fokus på omkran-sende faktorer spiller en vigtig rolle for mange moderne matematikhistorikere. For at forstå den pågældende matematikers tankegang og hermed tilvejebringelsen af det pågældende stykke matematik er det nødvendigt at betragte de primære kilder og at stille mange kontekstualiserende spørgsmål. Kilder er ofte svære at læse og ikke alle spørgsmål har et faktuel svar, men diskussion af usikre elementer anses også for et centralt element i matematikhistorien.

Matematikhistorie som forskningsfelt er i dag langt mere bredt, end det tidligere har været. Går vi tilbage til midten af 1900-tallet er matematikhistorikere matematikere, der har valgt efter mange års matematikbeskæftigelse at fokusere på de historiske materialer inden for deres felt. Men for disse var matematikken det primære fokus - en teknisk interesse i, hvad fortidens matematikere havde bedrevet. I dag accepteres teknisk matematiske artikler stadig som matematikhistorie, men artikler med filosofiske og kulturelle billeder af matematikken har også fundet deres plads på den matematikhistoriske hylde.

2.2 Matematikhistorie i gymnasiets matematikundervisning

For faglærerne i gymnasiet kan matematikhistorie være svært at placere. Metoderne i matematikhistorie kan, som tidligere nævnt, i høj grad være historiske, så der kan være nogle matematiklærere, som anser området for værende udpræget humanistisk

og hermed ikke en del af fagets identitet. Matematikhistorie som fagområde ligger langt fra den moderne matematik, der undervises i i gymnasiet. Som Fried skriver:

The main difficulty is that while one wants to see historical topics in the classroom or an historical approach in teaching, the commitment to teach the modern mathematics and modern mathematical techniques necessary in the pure and applied sciences forces one either to trivialize history or to distort it. [9]

Han problematiserer altså inddragelse af matematikhistorie i undervisningen, da det står i skarp kontrast til den rene, polerede matematik, der ellers undervises i. I dette afsnit vil jeg fremhæve nogle få pointer i forhold til inddragelse af matematikhistorie i matematikundervisningen. Lad os først og fremmest slå fast, at i Danmark er matematikhistorie i gymnasiets matematikundervisning et krav. I bekendtgørelsen for STX matematik A [37] står der følgende:

2.1. Faglige mål

Eleverne skal kunne:

...

- demonstrere viden om matematikkens udvikling i samspil med den historiske, videnskabelige og kulturelle udvikling
- demonstrere viden om fagets identitet og metoder

...

2.3. Supplerende stof

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof i matematik A, herunder samspillet med andre fag, skal perspektivere og uddybe kernestoffet, udvide den faglige horisont og give plads til lokale ønsker og hensyn på den enkelte skole. For at eleverne kan leve op til alle de faglige mål, skal det supplerende stof, der udfylder ca. 75 timer, blandt andet omfatte sammenhængende forløb:

...

- om matematik-historiske emner.

I dette citat fra bekendtgørelsen har jeg fremhævet de to pinde i mængden af faglige mål, som med fordel kan belyses via matematikhistorie. Det faglige mål om matematikkens udvikling i samspil med historisk, videnskabelig og kulturel udvikling er umiddelbart svært at nå, uden eleverne beskæftiger sig med matematikhistorie. Endnu mere specificeret er det under punktet med supplerende stof, hvor der står at matematikhistoriske emner skal være en del af undervisningen. De faglige mål falder godt i tråd med ovenstående diskussion af matematikhistorisk forskning. Bekendtgørelsen lægger op til, at eleverne ikke blot skal have et "hvem gjorde hvad hvornår" billede af matematikhistorie, men også et samtidsbillede både historisk, videnskabeligt og kulturelt, for at kunne sammenholde den matematiske udvikling med disse aspekter. Det kunne altså umiddelbart tyde på, at den brede forståelse af matematikhistorie allerede har nået gymnasieverdenen. Gymnasielæreren i matematik og historie, Rasmus Østergaard, [29] skriver:

Læser man moderne lærebøger i matematikkens historie er de blevet meget bedre de sidste par år, (...) her har matematikerne bevæget sig mod større fleksibilitet.

Som underviser værdsætter han denne nye bredde inden for området, men det skal nok ses i lyset af, at han underviser i historie som sit andet fag. Det er ikke muligt at sige, om rene naturvidenskabelige matematiklærere har større tendens til at slutte sig til Frieds bemærkning om, at matematikhistorie ikke hører hjemme i matematikundervisningen.

Forskellige tilgange til undervisning i matematikhistorie

Eftersom matematikhistorie er en del af bekendtgørelsen, må der være gode grunde til at inddrage matematikhistorie i undervisningen. Der findes meget litteratur omkring hvorfor og hvordan man skal undervise i matematikhistorie i gymnasiet og en dybdegående diskussion af dette aspekt ville fjerne dette speciales fokus fra studieretningsprojekter. Derfor er nedenstående en kort præsentation af nogle enkle argumenter fra denne diskussion.

Alt matematikhistorisk forskning har selvfølgelig til mål at udbygge matematikens historie, men når vi taler matematikhistorie i gymnasial sammenhæng, er målet ikke at lave ny matematikhistorie. Formålet med matematikhistorie i undervisning kan i følge Jankvist [19] opdeles i to kategorier: matematikhistorie som middel og matematikhistorie som mål.

Historie kan enten tjene som et *værktøj* (middel) til at øge indlæring af matematik hos de studerende. Med dette forstås at de studerende gennem historien vil opnå en større fortrolighed med, og eventuelt forståelse af, matematisk notation, matematiske begreber, formler, teoremer og beviser - og måske matematisk praksis i det hele taget. Eller historie kan tjene som et *mål* i sig selv til at belyse forskellige sider af faget matematik, dets indretning og dets plads i verden.

Formålet med inddragelse af matematikhistorie kan spille tæt sammen med måden, hvorpå der undervises i matematikhistorie. Jankvist præsenterer i [19] 3 forskellige tilgange til undervisning i matematikhistorie. Hvis matematikhistorie blot skal tjene som middel til at gøre matematikken mere spændende, ender det måske bare med en god historie frakoblet matematikundervisningen. Denne måde at inddrage matematikhistorie på betegner Jankvist [19, s. 76] som *illustrationstilgangen*. Det kan bestå af korte anekdoter, små bokse i tekstbøgerne med sjove fakta, gode historier - "matematikhistorie som kryderi til undervisningen". Det kan også være lidt længere tekster, der f.eks. har til formål at afslutte et forløb med historiske perspektiver. Om denne tilgang problematiserer Jankvist:

Et problem ved illustrationstilgangene er at matematikhistorie ofte forekommer som en form for påklstring til teksten eller undervisningen [...] og at disse derfor "springes over" af de studerende (eller underviserne selv).

Jankvist fremhæver både problemer med integration af matematikhistorie i undervisningen hvis kun illustrationstilgangen benyttes. Han nævner også, at matematikhistorie let "springes over". For eksempel kan eleverne let undlade at læse små bokse med historiske oplysninger i grundbogen, hvis disse ikke har betydning for indholdet. I bekendtgørelsen står, at de matematikhistoriske emner (sammen med resten af det supplerende stof) skal perspektivere og uddybe kernestoffet samt udvide den faglige horisont, og disse formål kan sagtens opnås ved illustrationstilgangen. Ved enkelte tekster kan kernestoffet perspektiveres til ældre matematik - f.eks. ved et andet historisk bevis for en allerede gennemgået sætning som tilføjelse i slutningen af forløbet. Et sådan bevis vil også uddybe kernestoffet, da det giver eleven nye perspektiver på sætningen. Ligeledes kan vendingen 'udvide den faglige horisont'

forstås som blot et krav om mere matematik - hvilket også opnås ved illustrationstilgangen. Dog vil jeg påstå, at bekendtgørelsens krav om et 'sammenhængende forløb' forhindrer illustrationstilgangen til matematikhistorie, og hermed sikrer at eleverne opnår andre end blot faglige og faktuelle kompetencer via arbejdet med matematikhistorie. Der er dog ikke konsensus omkring dette. Som Ditte Jørgensen skriver i sit speciale:

Dog vil jeg i denne forbindelse betone, at kravet om matematikhistoriske forløb ikke er meget mere præcist end kravet om det matematikhistoriske aspekt. I ovenstående citat fra læreplanen ses det, at der står ikke noget om "selvstændige" eller "uafhængige" forløb. [...] Yderligere bør det påpeges at der ikke ses noget krav til længden af disse matematikhistoriske forløb, andet end der er sat en bestemt mængde tid af til det supplerende stof. Herved kan de matematikhistoriske forløb være alt mellem 5 min og flere timer, alt afhængigt af hvilken underviser, der fortolker hvad der er indeholdt i "matematikhistoriske forløb". [21]

Hun mener altså at kravet om matematikhistoriske forløb på ingen måde forhindrer illustrationstilgangen. Hvorvidt eleverne bliver udsat for sammenhængende forløb vender jeg tilbage til i afsnit 4.4.

Jankvist nævner to andre tilgange: *modultilgang* og *historiebaserede tilgang*. Sidstnævnte benytter matematikhistorie indirekte, idet den historiske udvikling udnyttes til at fastlægge rækkefølgen, hvori de matematiske emner præsenteres for eleverne. Et eksempel på litteratur med denne tilgang er Stillwell [33] – i hvert fald ud fra hans indledning citeret ovenfor. Hvorvidt underviseren benytter denne tilgang, tror jeg i høj grad afhænger af, hvilken litteratur underviseren benytter i sin undervisning. I forbindelse med specialet interviewede jeg fagkonsulenten Bodil Bruun. Hun udtaler:

[...] noget matematikundervisning foregår ved, at man går ned i bogkælder og henter en lærebog og så starter man på side to og slutter på side 200 og det var så det år. Og hvis det lærebogsmateriale ikke tilbyder noget som helst historisk, så har man ikke gjort det. Så har man ikke lavet det med mindre man har haft en særlig interesse i det selv. [...] i den tid jeg har været matematiklærer, der har det været "faget med bogen".

Fagkonsulenten henviser til den afhængighed faget matematik har af en god lærebog. Hun har selv været medforfatter af lærebogsserien "Hvad er matematik?" [13], hvor historiske projekter er vægtet højere end i flertallet af lærerbøger. Med denne bogserie er hun med til at anerkende, at matematikhistorie direkte skal serveres for underviseren for at blive en del af elevernes pensum. Jeg har selv på mit studie været i praktik som gymnasielærer, og det ophold bekræfter i høj grad fagkonsulentens billede af "faget med bogen". Lærebogen blev fulgt helt slavisk, og da jeg fik lov at overtage elementer af undervisningen, var det også s. a-b i lærebogen, jeg blev bedt gennemgå med eleverne. Den historiebaserede tilgang kræver en overordnet planlægning af emnet og et kendskab til emnets historie, da lærerbøgerne ikke nødvendigvis følger historien i forhold til rækkefølgen af stoffet. Jeg tror derfor, at de færreste matematiklærere benytter denne måde til at inddrage matematikhistorie i undervisningen. Det skal også nævnes, at den historiske rækkefølge muligvis heller ikke altid er den mest hensigtsmæssige. Tekstbogsforfatternes didaktiske egenskaber og matematisk overblik skal ikke undervurderes. Disse autoriteter har via deres materiale tilrettelagt, i hvilken rækkefølge eleverne skal præsenteres for emnerne, og selvom de muligvis er præget af traditioner, formoder jeg at der ligger kvalificerede

overvejelser bag. Derfor kan der være principielle årsager til at fravælge den historiebaserede tilgang. På den anden side kan den historiebaserede tilgang tydeliggøre hvilke aspekter af matematikken, der har skabt store forhindringer gennem tiden. Hvilke problemer har det taget adskillige år at finde en løsning på? Og hvordan er de nået frem til denne løsning? Måske kan deres idéer styrke elevernes forståelse af matematikken.

Dog mener jeg, at modultilgange er det som bør læses ud af bekendtgørelsens krav om sammenhængende matematikhistoriske forløb. Som Jankvist skriver:

Modultilgange er undervisningsenheder helliget historie og er ofte baseret på studier af konkrete cases.

Det kan være af 2-3 lektioners længde med et lille snævert emne tæt knyttet til pensum eller længere forløb af 10-20 lektioners længde, hvor der kan introduceres ny matematik og dette kan diskuteres i historiske, samfundsmæssige eller kulturelle aspekter. Denne tilgang kan give eleverne mulighed for selv at arbejde med stoffet, og så husker de forløbet, som fagkonsulenten påpeger. Ligeledes er det for underviseren ét forløb, der skal planlægges uden for tekstbogens rammer. De har hermed mulighed for grundigt at overveje indholdet af forløbet og hvilket udbytte, de mener, eleverne skal have af forløbet – er historie et middel til, at de skal blive bedre til matematik eller er det historien, der er i sig selv er målet med forløbet, således at eleverne udvikler større indsigt i historiske og måske endda videnskabsteoretiske aspekter af matematikken.

I den modulbaserede tilgang til matematikhistorie kunne det være oplagt at lade eleverne beskæftige sig med en historisk kilde. Denne kilde kan med lidt sekundær litteratur udgøre en case. Hvordan læreren underviser i matematikhistorie afspejler hans/hendes eget syn på matematikhistorie. Tilbage i afsnit 2.1 blev den moderne matematikhistoriske forskning fremlagt i sammenligning med, hvordan der tidligere er blevet bedrevet matematikhistorie. Dette leder frem til to forskellige syn på matematikhistorie og hermed to forskellige tilgange til kildelæsning. Jeg har valgt at benævne disse ‘Det matematiske syn’ og ‘Det historiske syn’.

Det matematiske syn

Har man det matematiske syn på matematikhistorie, ligger den primære interesse i det matematiske indhold. Man forsøger gennem matematikkens historie at blive klogere på den moderne matematik. Historiske kilder bliver oversat til moderne notation så vidt som muligt og uden overvejelser om hvorvidt man overfortolker forfatterens abstraktionsniveau og hans begrebsforståelse – der bliver let tendens til Whig-historie. Ligeledes ses historien som arv i forhold til Grattan-Guinness’ todeling i dette kapitels første afsnit. Man beskæftiger sig kun med områder af matematikhistorien, der direkte har bidraget til nutidig viden. Målet er at opnå en større forståelse af det matematiske indhold i den moderne matematik. Perspektiveres til Jankvists inddeling bliver historie et middel. Da det er matematikken, der er i fokus, bliver der ligesom i Stillwells oversigtsbog et internalistisk historiesyn, der kommer til udtryk, da historiske omkransende faktorer ikke er nødvendige at beskæftige sig med.

Det historiske syn

Har man det historiske syn på matematikhistorie ligger den primære interesse i de historiske omstændigheder. Man vil gerne opnå viden om fortiden, hvorfor og hvordan blev matematikken egentligt til, hvilke tanker og idéer havde forfatteren. Både internalistiske og eksternalistiske faktorer vil blive overvejet som grund til udvikling. Historiske kilder bliver oversat efter nødvendighed for forståelse, men

der er stor forsigtighed omkring oversættelserne - især vedr. abstraktionsniveau og begrebsforståelse. Man er interesseret i "hvad der skete i fortiden" og har derfor Grattan-Guinness' historiesyn. Man udviser også interesse for døde ender og mislykkede teorier og adskiller sig hermed klart fra Whig-historikere. Målet er at opnå større forståelse for datidens matematik og matematiske forståelse. I Jankvists inddeling er historie et mål i sig selv.

Jeg snakkede under et af besøgene med en underviser, der rent faktisk havde kørt et matematikhistorisk forløb. Eleverne havde læst en ældre version af et bevis, der indgik i deres lærebog. Da jeg spurgte yderligere indtil forløbet fortalte underviseren, at beviset var blevet fremstillet i helt moderne termer - eleverne var altså ikke stødt på en original kilde. Dette er et eksempel på inddragelse af matematikhistorie i undervisning og forløbet giver udtryk for at underviseren har et matematisk syn på matematikhistorie. Målet er at udvikle elevernes faglige matematiske kompetencer ved at give dem flere vinkler på en svær sætning. Hvis man som underviser benytter illustrationstilgangen, er det også et udtryk for førstnævnte historiesyn. Hvis målet er at opnå større forståelse for datidens matematik, så kræver det en grundig behandling af emnet. Ligeledes vil en historiebaseret tilgang til undervisningen ofte placere underviseren som havende et matematisk historiesyn, da denne tilgang både istemmer synet på matematikhistorie som arv og der vil formodentligt kun benyttes moderne termer i forløbet. Den modulbaserede tilgang, som jeg ovenfor argumenterede for som værende bedst i overensstemmelse med bekendtgørelsen, giver mulighed for udfoldning af begge matematikhistoriesyn, alt efter hvordan forløbet konstrueres.

Det er selvfølgelig klart at en så skarp opdeling i syn på matematikhistorie efterlader en lang række gråzoner. Et godt eksempel på det er, at jeg har koblet Grattan-Guinness og Jankvists opdelinger på hver deres historiesyn. I en artikel fra 2012, som opsummerer og kategoriserer grunde til inddragelse af matematikhistorie i undervisning [35], giver disse to opdelinger anledning til en 4-delning som vist i figur 2.2.

	Historie	Arv
Historie som mål		
Historie som middel		

Figur 2.2: Model for karakterisering af undervisning i matematikhistorie - hvordan og hvorfor. Modellen er beskrevet i artiklen [35]

I ovenstående opdeling negligeres altså denne models øverste højre kasse og nederste venstre kasse. I artiklen er der eksempler på grunde til inddragelse af matematikhistorie i undervisning, som placerer sig i alle fire kasser. Hermed vil der være undervisere, der følger sig sat i bås ved ovenstående opdeling, da de måske hælder til den ene, men ved enkelte punkter klart tilhører den anden. Opdelingen har til formål at øge bevidstheden om, hvilket syn på matematikhistorie der videregives til eleverne og er vigtig, når jeg i de kommende afsnit skal diskutere matematikhistorie i gymnasiet op i mod det tværfaglige krav i studieretningsprojekter.

Hvorfor skal gymnasieelever beskæftige sig med matematikhistorie?

Hvordan og hvorfor matematikhistorie skal inddrages i undervisningen hænger tæt sammen. I forskellige artikler gives mange bud på hvorfor/hvorfor ikke matematikhistorie skal inddrages. Ses på bekendtgørelsens faglige mål kan et forløb i matematikhistorie sikre, at eleverne opnår "viden om matematikkens udvikling i samspil

med den historiske, videnskabelige og kulturelle udvikling” og måske også “viden om fagets identitet og metoder”. Ved at disse aspekter inddrages lægger de faglige mål op til, at en grundlæggende viden om matematikkens historie er nødvendigt for egentligt at forstå faget matematik. Nogle mere konkrete aspekter er opsummeret herunder. Punkterne har jeg defineret og beskrevet med inspiration fra [35], der er en international artikel fra 2012 som opsummerer og kategoriserer grunde til inddragelse af matematikhistorie i undervisning.

1. Historisk udvikling vs. tekstbogens polerede fremstilling. Undervisningsbøgerne er pænt opstillet med teoremer, sætninger og eksempler og afspejler sjældent den kaotiske og kreative process, der ligger til grund for resultaterne. Mange centrale pointer om matematik, så som at det er en dynamisk, kontekstafhængig disciplin, og at udviklerne laver fejl, risikerer at gå tabt i undervisning via de gængse lærebøger. Disse aspekter af matematikken kan matematikhistorie være en indgang til. Historien kan også hjælpe læreren med at finde ud af, hvor der naturligt vil være forhindringer i indlæringsprocessen hos eleverne

2. Historie som motivation. Nogle elever – især dem med stor interesse inden for historie – kan have glæde af en ny vinkel på undervisningen, hvor de får mulighed for at udfolde deres kompetencer og lade disse spille sammen med matematikken. Det kan øge lyst til fortsat at beskæftige sig med faget. Ligeledes kan matematikhistorie bidrage med anderledes opgaver. Også underviseren kan indirekte benytte historie i undervisningen via en undersøgelse af de historiske motivationsfaktorer for et givet emne og delagtiggørelse eleverne i denne.

3. Menneskeliggørelse af matematikken. Matematikken var ikke færdigudviklet fra dag 1 – det er en menneskegjort disciplin med alt hvad der her medfølger af fejl, usikkerhed og misforståelser. Noget matematik har været svært og længe undervejs. Der står mennesker bag som har fået idéerne, struktureret dem og noteret dem, så de er læselige for det brede publikum.

4. Matematikhistorie som brobygger til tværfagligt samarbejde Lige som jeg i dette speciale forsøger at benytte matematikhistorie til at skabe bro mellem matematik og historie, vil det også være muligt via matematikhistorie at skabe andre tværfaglige projekter omkransende en historisk udviklingsprocess af et givet emne.

Det er dog vigtigt at fremhæve, at der også er modargumenter i forhold til inddragelse af matematikhistorie i undervisningen. I Danmark er det en del af bekendtgørelsen, som nævnt ovenfor, men i andre lande er inddragelse af matematikhistorie ikke et krav til undervisningen. Jeg har valgt her kun at medtage de positive aspekter ved inddragelse af matematikhistorie, da dette speciale er rettet mod danske gymnasielærere. Motivationspunkt 3 i ovenstående kan opnås via illustrationstilgangen. Nævnes mange velvalgte eksempler og bruges et par lektioner på at se på fejlede idéer kan det for eleverne menneskeliggøre matematikken. De andre tre punkter kræver i højere grad en modtilgang, hvis målet skal realiseres. Tværfaglige projekter kræver tid og ligeledes kræver det tid at se ikke-poleret matematik, hvis eleverne skal opnå en forståelse af, hvad indholdet er, og hvorfor det har ført til udvikling af en given teori. Punkt 2 med motivation kan det selvfølgelig argumenteres for kan opnås via illustrationstilgangen. Men hvis de mere historieinteresserede elever skal føle sig hørt og værdsat for deres evner inden for dette område både i klassekammeraters og undervisers øjne, kræver det tid til at arbejde til bunds i et emne.

Det er muligt at udvide ovenstående liste og diskutere disse fordele og ulemperne ved inddragelse af matematikhistorie i matematikundervisningen, som blandt andet kan findes i Frieds artikel [9]. Dette arbejde ligger dog uden for dette speciales rammer. Jeg vil dog i det kommende uddybe punkt 4. Jeg vil blandt andet diskutere samspilstyper mellem matematik og historie og i kapitel 6 vil jeg vise, hvordan matematikhistorie kan være faglig brobygger mellem fagene matematik og historie.

2.3 Matematikhistorie i gymnasiets tværfaglige samarbejder

Med gymnasireformen vedtaget i 2003, indført i 2005, kom der stor vægt på samspil mellem fagene i gymnasiet. Allerede i bekendtgørelsens formål, kapitel 1, stk 2 står der:

Formålet med uddannelsen er at forberede eleverne til videregående uddannelse, herunder at de tilegner sig almindelig viden og kompetencer gennem uddannelsens kombination af faglig bredde og dybde og gennem samspillet mellem fagene. [38]

Eleverne vælger sig ind på studieretninger i kontrast til den tidligere forgrening i en matematisk og en sproglig linje. ([36], §3). En studieretning består af 2-3 fag, som definerer elevens interesseområde. Allerede i overvejelserne om, hvilke studieretninger der udbydes, skal fagenes samspil tages i betragtning:

§25. Skolens leder vælger 3. studieretningsfag, således at samtlige studieretningsfag i en studieretning har gode muligheder for fagligt samspil [...]. [38]

Kravet om samarbejde mellem fagene var nyt for gymnasiet i 2005. Især to store forandringer tvinger faglærerne til at samarbejde i hverdagen - almen studieforberedelse og studieretningsprojekter.

Almen studieforberedelse

Almen studieforberedelse (forkortes AT) er en ny del af gymnasireformen i 2005. Kravet om disse forløb tvinger fagene til at samarbejde. Betragt dette udpluk af bekendtgørelsens bilag 3 om almen studieforberedelse [39]:

1.1 Almen studieforberedelse er et samarbejde mellem fag inden for og på tværs af det almene gymnasiums tre faglige hovedområder: naturvidenskab, humaniora og samfundsvidenskab.

2. I almen studieforberedelse arbejdes med sager, hvis belysning kræver flere fag, og hvor arbejdet samtidig er med til at kaste lys på videnskabelige, teknologiske, kunstneriske og idemæssige spørgsmål.

2.1. De faglige mål med almen studieforberedelse er, at eleverne skal kunne:

- tilegne sig viden om en sag med anvendelse af relevante fag og faglige metoder
- foretage valg, afgrænsning og præcisering i arbejdet med sagen og på dette grundlag opstille og behandle en problemformulering samt selvstændigt fremlægge resultatet heraf
- perspektivere sagen
- vurdere de forskellige fags og faglige metoders muligheder og begrænsninger i forhold til den konkrete sag

- demonstrere indsigt i videnskabelig tankegang og gøre sig elementære videnskabsteoretiske overvejelser i forhold til den konkrete sag.

Bemærk først og fremmest at eleverne gennem almen studieforbereelse oplever samarbejde mellem metodemæssigt nærliggende fag – altså fag inden for samme gymnasiefaglige hovedområde – og fjerntliggende fag. Almen studieforbereelse har til formål at lære eleverne, hvordan forskellige fag kan hjælpe og støtte hinanden til at belyse en faglig problemstilling. Det er vigtigt at bemærke, at fagene ikke nødvendigvis skal spille tæt sammen. Der er netop en pointe i, at eleverne kan adskille fagene og de faglige metoder, så det er klart for eleven, hvordan fagene bidrager med hver deres tilgangsvinkel.

Reformen sætter ikke faste rammer for præcis, hvilke fag og emner der skal i spil. Det er op til de enkelte skoler. Indholdet i forløbene må gerne være en del af kernestoffet i det enkelte fag. For eksempel står der i reformens bilag 35 om matematik A følgende:

Der skal tilrettelægges sammenhængende undervisningsforløb med det hovedsigte at udvikle elevernes kendskab til matematikkens vekselvirkning med kultur, videnskab og teknologi. Dette skal ske gennem et samarbejde med andre fagområder eller ved at inddrage elevernes kendskab til disse fagområder. De forløb, hvor matematik A indgår i et samarbejde med andre fag, skal fremgå af undervisningsbeskrivelsen. ([40], afsnit 3.4)

“Matematikens vekselvirkning med kultur, videnskab og teknologi” er et af de faglige mål for matematik A undervisningen. Samarbejde mellem fagene skal altså være med til at dække en del af de faglige mål i de indgående fag, ligesom det også skal indgå i fagenes undervisningsbeskrivelser. På denne måde sikres at temaerne i AT-forløbene ikke er helt frakoblet indholdet i den almindelige undervisning. Med netop dette faglige mål kunne et AT-forløb mellem matematik og historie være oplagt. I et tværfagligt arbejde mellem matematik og historie er det således muligt at introducere eleverne til matematikhistorie. AT-forløbene kan hermed af matematikunderviseren udnyttes til netop at lave et sammenhængende forløb inden for matematikhistorie og hermed kunne sætte flueben ved den del af det supplerende stof. Som diskuteret ovenfor er historiefaglige metoder en vigtig del af matematikhistorie, og faget historie kan hermed både bidrage i analyserne og med kontekstualisering, samt give perspektiver til store begivenheder i historien eller hverdagen på det undersøgte tidspunkt. Har underviserne et eksternalistisk syn på matematikhistorie bliver histories bidrag i høj grad meningsfuldt for den matematikhistoriske analyse. Almen studieforbereelse giver hermed en platform for samarbejde mellem matematik og historie og en tilgangsvinkel kunne være matematikhistorie.

Studieretningsprojekter

Studieretningsprojektet er en stor skriftlig opgave, som alle elever skal lave i 3.g. Projektet tæller dobbelt i beregningen af karaktergennemsnittet efter gymnasiet, dvs. det vægter dobbelt så meget som f.eks. en skriftlig årskarakter i matematik eller en mundtlig karakter i et C-niveau fag. Desuden skal eleven selvstændigt arbejde med opgaven i to uger, så det er meget omfangsrigt. Det er derfor vigtigt som underviser allerede tidligt at gøre eleverne bevidste omkring eksistensen af dette projekt og begynde at inspirere dem til emnevalg og hermed fagvalg.

Før gymnasireformen i 2005 skrev eleverne ‘større skriftlig opgave’ i 3.g. Her skulle eleverne skrive projektet inden for ét fag. I studieretningsprojektet skal to fag indgå:

\$1. Formål

Formålet med studieretningsprojektet er, at eleverne arbejder selvstændigt med at fordybe sig i og formidle en faglig problemstilling inden for et selvvalgt område i tilknytning til deres studieretning. Ved at kombinere forskellige faglige tilgange og discipliner, som forstærker den faglige fordybelse, skal eleverne demonstrere, at de er i stand til selvstændigt at udvælge, inddrage og anvende relevant baggrundsstof, og at de er i stand til at gennemføre en kritisk vurdering på et fagligt og metodisk grundlag. I arbejdet med studieretningsprojektet styrker eleverne således deres studiekompetence ved, at de gennem skriftlig fremstilling skal dokumentere, at de er i stand til at overskue, bearbejde, disponere, sammenfatte og formidle en faglig og kompleks problemstilling.

[...]

\$3.2 Studieretningsprojektet skal skrives inden for et område og en faglig problemstilling, således at ét af de studieretningsfag, eleven har på A-niveau, samt et fag på mindst B-niveau indgår i besvarelsen af projektet. [37]

Allerede i første paragraf med formålet fremstår vigtigheden af samspillet mellem de to fag. Studieretningsprojektet sammen med almen studieforberedelse sikrer elevernes kompetencer inden for samarbejde mellem fagene. Studieretningsprojektet skal forankres i mindst et af elevens studieretningsfag på A-niveau. Hermed fastholder studieretningsprojektet elevernes fokus på deres valgte studieretning og er herved med til at sikre et sammenhængende gymnasialt forløb.

Betragtes elever med matematik A i sin studieretning, er det muligt for dem at vælge fagkombinationen matematik og historie, da historie er obligatorisk A-niveau fag i gymnasiet. Derfor er det umiddelbart muligt for eleverne at arbejde med matematikhistorie i deres studieretningsprojekt. Bekendtgørelsen lægger ikke hindringer i vejen for dette, hvis ellers emnet kan skabe forbindelse mellem fagene matematik og historie.

På studieretningen 'matematik A, fysik B, kemi B' forekommer det, at der er elever, hvor matematik er det eneste studieretningsfag, de har på A-niveau. En gymnasieelev skal have mindst 4 fag på A-niveau, så med denne studieretning skal de hæve et fag til A-niveau. På nogle gymnasier er der ud over muligheden for at hæve studieretningsfagene fysik og kemi også mulighed for at hæve engelsk, tysk eller et andet fremmedsprog til A-niveau. Elever med sproglig interesse vil måske hæve et sprogfag og vil derfor i studieretningsprojektet være tvunget til at vælge matematik. Denne elevgruppe vender vi tilbage til i kapitel 4.

2.4 Konklusion

I dette kapitel er der indført en række begreber som skal bidrage til de videre analyser. Først og fremmest er forskellige tilgange til matematikhistorie blevet præsenteret, og mange af begreberne fra første afsnit er samlet i de to forskellige syn på matematikhistorie: Det matematiske syn og det historiske syn. Det blev også konkluderet, at for at opnå det historiske syn skal en modulbaseret tilgang til undervisningen tilstræbes. Jeg fortolkede også bekendtgørelsen til at kræve modulbaserede tilgange. Hvordan der bliver undervist i matematikhistorie, kommer vi kort tilbage til i kapitel 4. Ligeledes vil jeg i kapitel 6 vende tilbage til fordelene ved det historiske syn, når der skal laves gode problemformuleringer inden for matematikhistorie.

Jeg har lavet en kort oversigt over formål med inddragelse af matematikhistorie i gymnasietsundervisningen. I dette speciale vil jeg dybdegående forklare, hvordan matematikhistorie kan benyttes til tværfagligt samarbejde (motivationspunkt 4).

Som jeg vender tilbage til i kapitel 6, kan matematikhistorie skabe bro mellem fagene matematik og historie. Jeg kommer også omkring vigtigheden af elevernes kendskab til matematikhistorie, inden de skal skrive studieretningsprojekt.

Sidst men ikke mindst har vi etableret begreberne AT og studieretningsprojekt, som vil blive brugt ofte i resten af specialet. Det blev også bemærket, at et AT-forløb mellem matematik og historie måske kunne være en mulighed for at lave et længere matematikhistorisk forløb – en modulbaseret tilgang til undervisningen i matematikhistorie.

Kapitel 3

Udarbejdelse og gennemførelse af spørgeskemaundersøgelse

Jeg har gennemført en stor spørgeskemaundersøgelse med formålet at belyse elevernes forhold til fagkombinationen matematik og historie. I dette kapitel præsenteres undersøgelsen. Jeg redegør for de metoder, som er benyttet, og forklarer hvilke valg, der er truffet undervejs i processen. Kapitlet slutter af med et lidt kommentarer omkring udførelsen af undersøgelsen, samt bemærkninger til elementer i spørgeskemaet, som efter transkribering har vist sig problematiske.

3.1 Spørgeskemaets rammer og formål

Spørgeskemaet har primært til formål at klarlægge elevernes valg af fagkombination til studieretningsprojekt med fokus på fagkombinationen matematik og historie. I elevernes valgproces spiller mange parametre ind. Dette er alt lige fra faglige parametre, underviserne, klassekammeraterne, medierne, familien eller andre måske helt tilfældige begivenheder. Et andet formål med spørgeskemaet er en undersøgelse af elevernes forudsætninger og motivation for at vælge fagkombinationen matematik og historie. Eleverne skal derfor i spørgeskemaet skrive, hvorvidt de husker projektsamarbejde(r) mellem matematik og historie, eller om de har haft et forløb i matematikhistorie. Sidst men ikke mindst, opnås der gennem baggrundsspørgsmålene en karakterisering af elevgruppen, der har valgt fagkombinationen matematik og historie.

Spørgeskemaet har været uddelt til 3.g elever med matematik på A-niveau. Som det ses i oversigt over uddelingen (bilag B.2) deltog 7 gymnasier i undersøgelsen og på hvert gymnasium bidrog 2-5 klasser/hold. Spørgeskemaet er uddelt til alle elever i klasserne (samlet har 546 elever udfyldt spørgeskemaet). På alle gymnasier deltagende i spørgeskemaundersøgelsen er proceduren således, at eleverne først vælger fagkombination. Herefter tildeles eleven vejledere, én underviser indefor hvert fag. Efter en periode (typisk 1-2 måneder) indeholdende vejledningssamtaler vælger eleverne emne inden for den tidligere valgte fagkombination. Ud fra emnevalget og vejledningssamtaler udformer vejlederne en problemformulering, som udleveres til eleven på første skrive dag, og som danner ramme for elevens opgave. Alle spørgeskemaer er uddelt inden for to uger efter, at eleverne har valgt fagkombination til studieretningsprojekt, dvs. at eleven på undersøgelsestidspunktet har fastlagt sig på fag, men ikke på emne.

3.2 Spørgeskemaets opbygning og udarbejdelse

Spørgeskemaet kan ses i bilag B.1. Kort fortalt indleder spørgeskemaet med to baggrundsspørgsmål. Herefter todeles eleverne alt efter om de har valgt at skrive i fagkombinationen matematik og historie eller ej og skal begrunde deres valg/fravalg. Dernæst fokuseres på elevernes emnevalg og derefter deres tidligere erfaringer inden for samarbejde mellem matematik og historie samt deres kendskab til matematikhistorie undersøges. Spørgeskemaet slutter af med, at eleverne selv skal vurdere deres faglige niveau.

I de følgende afsnit forklares og begrundes valget af de forskellige delelementer i skemaet. Ligeledes fremhæves udvalgte korrektioner lavet undervejs i udarbejdelsen af skemaet ud fra bagvedliggende teori om 'det gode spørgeskema'. Den primære kilde til dette er Henning Olsens "Guide til gode spørgeskemaer" [28].

Baggrundsspørgsmål

I et typisk spørgeskema indgår en række baggrundsspørgsmål. Disse kan være omfattende at udfylde og bør derfor minimeres. Der bør kun stilles baggrundsspørgsmål, der er relevante for undersøgelsen. I dette spørgeskema stilles fire baggrundsspørgsmål. De to første er:

- Angiv studieretningsfag
- Angiv A-niveau fag

I bekendtgørelsen [37] står der som tidligere citeret, at i studieretningsprojektet skal der indgå ét af de studieretningsfag, eleven har på A-niveau, samt et fag på mindst B-niveau. Ud fra de to ovenstående baggrundsspørgsmålene kan jeg se, hvilke studieretningsfag eleven har på A-niveau. Alle eleverne i min målgruppe har matematik som studieretningsfag på A-niveau, og har hermed mulighed for at skrive i fagene matematik og historie, da historie er obligatorisk på A-niveau. Efter første uddeling af spørgeskemaet er ordlyden af første spørgsmål ændret fra "Angiv studieretning" til "Angiv studieretningsfag", da enkelte elever i første uddeling spurgte "Går vi på en naturvidenskabelig studieretning?", og det er bestemt ikke hensigten, at de skal svare "naturvidenskabelig", da jeg så ikke kan skelne, hvorvidt de har fysik, biologi eller noget tredje i deres studieretning. Dette er den eneste rettelse, der er lavet i spørgeskemaet undervejs i gennemførelsen af undersøgelsen.

Spørgeskemaets to sidste spørgsmål (spørgsmål 11 og 12) er også baggrundsspørgsmål. Jeg beder her eleverne angive deres faglige niveau. Spørgsmålene er placeret i slutningen, da jeg frygtede, at en niveauangivelse i starten kunne påvirke deres videre besvarelse af skemaet. At angive et fagligt niveau kan være meget følelsesladet, og eleverne kan føle, at den resterende udfyldelse skal afspejle deres eventuelle lave eller høje niveau. Man kunne frygte, at dygtige elever ville lave en ekstra grundig udfyldelse af skemaet, mens svage elever føler sig sat i bås og derfor får en negativ attitude over for skemaet.

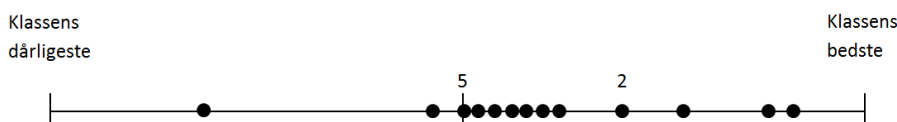
Eleverne skal angive deres niveau på en linje (se f.eks. figur 3.1). Jeg ønsker elevernes egen vurdering af niveau af flere årsager. I underviserens karakteruddeling spiller elevens aktivitet i undervisningen samt underviserens generelle indtryk af eleven en afgørende rolle, hvilket er parametre, jeg ikke er interesseret i. Karakter-skalaen er desuden ikke specielt nuanceret, så det kan være svært at afgøre, hvilke elever der ligger i middel. Er det dem der har fået 7 eller 4? Og tager man begge karakterer med, bliver middelgruppen meget stor. Desuden kan det være grænseoverskridende for eleven at angive sin karakter, hvis eleven ikke er tilfreds med den. Den vigtigste årsag er dog, at for elevens valg, må elevens egen følelse af niveau være det afgørende. Jeg måler elevernes faglige selvtillid. Hvis eleven føler sig dygtig til et fag, vil eleven formodentligt være mere tilbøjelig til at lade dette indgå

i sit studieretningsprojekt. Inden den endelige gennemførelse af undersøgelsen testede jeg spørgeskemaet på en pilotklasse. Med pilotklassen diskuterede jeg efter udfyldelse af skemaet, hvorvidt det var muligt for eleverne at placere sig på linjen. Nogle elever fandt det svært, men dette synes jeg er positivt, da det betyder, at de grundigt overvejer, hvor markeringen skal laves. Jeg synes netop, at der er en pointe i at undgå bokse, da flere vil sætte en markering i boksen middel, selvom de måske egentligt synes, at de ligger lige over eller lige under, men blot ikke mener, at de ligger så langt fra midten, som 'den næste boks i rækken' ville markere. For pilotklassen så fordelingen ud som vist på figur 3.1.

Matematik



Historie



Figur 3.1: Markeringer på niveaulinjerne for pilotklassen. Den øverste linje er resultatet for matematik og den nederste historie.

I matematik fordeler eleverne sig flot på linjen. Vi kan klart adskille middel, samt over og under middel. I historie fordeler eleverne sig noget mere ujævnt. Dette kan skyldes, at pilotklassen var et blandet matematik A hold. Det vil sige, at eleverne har historie i deres stamklasse, hvor kun et udsnit af pilotklassen indgår. Derfor kan det godt være tilfældet, at næsten alle ligger over middel i forhold til deres stamklasse. Det kan også være et udtryk for, at eleverne har sværere ved at vurdere deres historiefaglige niveau, da faget ikke har samme klare vurderingsmetoder som matematik.

I spørgeskemaet er en række mulige baggrundsspørgsmål fravalgt. For eksempel undersøges det ikke om geografisk placering, køn eller elevernes sociale baggrund er afgørende for valg af fagkombination. Der er to grunde til, at førstnævnte ikke undersøges. Først og fremmest gør den valgte metode med fysisk at besøge gymnasierne med et skema i papir det omfattende at besøge gymnasier jævnt spredt over hele landet, og ligeledes ville et større datasæt kræve tilsvarende længere tid at transkribere. Det ville derudover være svært med sikkerhed at afgøre grunden til en eventuel geografisk spredning. Hvis hypotesen f.eks. var at det skyldtes underviserne, der er uddannet fra forskellige institutioner, ville det ikke være muligt at eftervise uden yderligere undersøgelser. Køn er fravalgt, da der ikke generelt kønsdifferentieres i gymnasiet, og en eventuel grund derfor ville ligge i grundlæggende kønsforskelle, hvilket er en omfattende diskussion og unødvendig for dette projekt. Social baggrund er meget svært at spørge om, og igen har det intet at gøre med undervisningen. Social baggrund er interessant i forhold til karakterer og studievalg, men ikke umiddelbart i forhold til elevernes valg af fagkombination. Generelt er det vigtigt at overveje, hvilke baggrundsspørgsmål der er relevante for undersøgelsen, da man aldrig unødigt skal bede sine forsøgspersoner udføre ekstra arbejde.

Fravalg af fagkombinationen matematik og historie

Fravalg er i denne sammenhæng et ladet ord. For mange elever er der ikke tale om et fravalg, men blot et tilvalg af noget andet. Det er svært ikke at farve svaret gennem ordlyden af spørgsmålet. Tidligt i processen lød spørgsmålet som titlen på dette afsnit angiver:

Hvorfor har du fravalgt at skrive SRP i fagkombinationen matematik og historie?

Sidenhen havde versionen ordlyden “Hvorfor skal du [...]”, men “skal” forbindes ofte med en form for tvang, og dette er ikke meningen, da det er valgfrit, hvad eleverne vælger af fagkombination. Derfor blev spørgsmålet rettet til

Hvorfor vil du ikke skrive SRP i fagkombinationen matematik og historie?

Under spørgsmålet gives så en række muligheder for fravalget. Jeg kan umuligt afdække alle muligheder for fravalget, men kategorierne giver grunde, jeg gerne vil have eleverne til at overveje. De første tre grunde er:

- ☐ Jeg synes, at et andet fag/emne er mere spændende.
- ☐ Jeg er dygtigere til fagene, jeg har i min fagkombination.
- ☐ Jeg har en idé til emne og min fagkombination passer til dette emne.

Et kryds i en eller flere af disse markerer, at der ikke nødvendigvis er tale om et fravalg af fagkombinationen matematik og historie, men at eleven har tilvalgt noget andet. Ordlyden af disse spørgsmål er blevet ændret en smule undervejs. For eksempel er det blevet gjort klart, hvilken fagkombination, der henvises til: om det er fagkombinationen matematik og historie eller elevens egen fagkombination. Ligeledes havde den 2. valgmulighed tidligere formuleringen “jeg er dygtigere til et andet fag”, hvilket har en stor betydningsvidde og kan fortolkes på mange måder. I den endelige udgave er tilføjet flere ord af nødvendighed for indskrænkning af betydningsvidde ([28], s. 34).

Den næste kategori er

- ☐ Jeg tror ikke, jeg ville blive udfordret nok fagligt, hvis jeg valgte fagkombinationen matematik og historie.

Denne kategori var ikke oprindeligt en del af spørgeskemaet, men er tilføjet efter at en af forsøgspersonerne savnede netop denne mulighed. Håbet er at finde en begrundelse for, hvorfor de dygtige elever fravælger fagkombinationen.

De tre næste kategorier har været med helt fra begyndelsen

- ☐ Min matematiklærer har frarådet kombinationen.
- ☐ Min historielærer har frarådet kombinationen.
- ☐ Andre har frarådet kombinationen. Hvem? _____

Disse udspringer i en nysgerrighed om, hvor direkte underviserne påvirker eleverne. Om nogle elever, der faktisk havde tænkt sig at vælge fagkombinationen matematik og historie, har ændret deres valg grundet lærerne. Det er også interessant, hvem der er blevet frarådet – de fagligt svage, de fagligt stærke eller hele klassen.

Jeg vil også meget gerne undersøge, om eleverne har haft svært ved at se en sammenhæng mellem fagene matematik og historie. Jeg havde tidligere i processen haft et spørgsmål vedrørende dette placeret for sig, hvor alle skulle svare på det, men jeg blev bekymret for at give de, der har valgt fagkombinationen matematik og

historie et negativt syn på deres valg. Jeg har derfor blot angivet det som en kategori ved de, som har fravalgt kombinationen matematik og historie, så spørgsmålet ikke skiller sig ud fra mængden. Punktet lyder:

- ☐ Jeg tror, det ville være svært at lave en sammenhængende opgave med fagkombinationen matematik og historie.

Det kan være svært at kombinere fag fra gymnasiets forskellige hovedområder, så jeg forventer at mange vil sætte kryds ved denne. Det mest interessante er, om elever, der har koblet fag fra det naturvidenskabelige hovedområde med fag fra andre hovedområder (f.eks. fysik og historie, eller kemi og dansk), sætter kryds i denne. Derfor er det relevant, at jeg øverst har bedt eleverne angive deres valgte fagkombination.

Tilvalg af fagkombinationen matematik og historie

Spørgeskemaets første todeling leder elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie ned til spørgsmålet:

Hvorfor vil du skrive SRP i fagkombinationen matematik og historie?

Igen er der angivet en række muligheder. De første to skal afdække, om personen primært er interesseret i matematik eller historie.

- ☐ Jeg ville gerne skrive i matematik. Historie var den bedste kombinationsmulighed.
- ☐ Jeg ville gerne skrive i historie. Matematik var den bedste kombinationsmulighed.

Det kan dog være, at mange sætter kryds i den første, da matematik skal indgå i deres projekt (jf ovenstående), mens historie aldrig kan være tvungen valg. Jeg valgte dog at beholde formuleringen, da en ud af testklassens fire personer med fagkombinationen matematik og historie valgte at sætte kryds i nr. 2. Længere nede kommer muligheden

- ☐ Jeg var tvunget til at vælge matematik. Historie var den bedste kombinationsmulighed.

I pilotskemaet var formuleringen

- ☐ Jeg følte mig tvungen til at vælge matematik, og historie var den bedste kombinationsmulighed.

Grammatikken i spørgsmålet blev ændret for at gøre det mere mundret, da adskillige testpersoner måtte læse spørgsmålet to gange for at forstå det. I spørgeskemaets tidligere dele står der flere steder “matematik og historie”, og det er derfor naturligt for læseren ved første gennemlæsning ikke at holde pause inden “og”, hvilket gør spørgsmålet uforståeligt. Ved pilotklassen satte ingen af eleverne kryds i denne, også selvom jeg kunne se på deres baggrundsoplysninger, at de var tvunget til at vælge matematik. Jeg var derfor tilbøjelig til at fjerne muligheden, men valgte trods alt at beholde den, da jeg tror situationen kan opstå. Jeg udskiftede dog ordet “følte”, da det er meget subjektivt.

De sidste tre kategorier er fuldstændigt symmetriske med dem under fravalg af fagkombinationen (spørgsmål 3).

Emnevalg

De næste spørgsmål i skemaet omhandler elevernes valg af emne. Alle eleverne har på spørgetidspunktet kun valgt fagkombination og ikke emne. Jeg har derfor spurgt, om de har en idé til emne. Svarer de “ja”, ledes de videre til spørgsmål om, hvorfra de har fået idéen. Jeg har her opgivet at lave et lukket eller delvist lukket spørgsmål, da mængden af svarkategorier ville blive meget omfattende. Derfor skal eleverne her selv skrive, hvorfra de har hentet inspiration og så må jeg efterfølgende kategorisere deres svar. Dette kan sammen med ovenstående være med til at skabe et billede af lærerens/undervisningens rolle. Den sidste del af emnespørgsmålet er, hvorvidt eleverne først og fremmest vælger emne eller først og fremmest vælger fagkombination. Det interessante er, at et lignende spørgsmål har de faktisk alle svaret på ovenfor. Hermed har spørgeskemaet en selvkontrol i forhold til konteksteffekter eller blot mangel på grundighed fra elevernes side. I første udkast til spørgeskemaet indgik et spørgsmål om, hvilket emne eleverne har valgt. Dette spørgsmål har jeg fjernet, da det ikke har nogen værdi for mig, og kræver tid for eleverne at udfylde. Det eneste formål, jeg havde med et sådan spørgsmål, var at undersøge om nogle skriver inden for matematikhistorie. Dette har jeg besluttet i stedet at undersøge ved at sende en mail til dem, der rent faktisk har valgt fagkombinationen matematik og historie og spørge om lov til at se deres problemformuleringer og opgaver.

Alle spørgsmål om, hvornår eleverne vælger fagkombination og emne, er fravalgt. Jeg finder ud af, hvad der kommer først – emne eller fagkombination – og det er, hvad jeg er interesseret i at vide.

Elevernes forudsætninger

De næste tre spørgsmål har til formål at undersøge elevernes forudsætninger for at skrive i fagkombinationen matematik og historie og endnu mere præcist inden for matematikhistorie. Spørgsmålene lyder

- Har du i gymnasiet oplevet projektsamarbejde(r) mellem matematik og historie (f.eks. AT-forløb)?
- Har du haft et eller flere forløb inden for matematikhistorie i matematikundervisningen i gymnasiet?
- Har du hørt eller læst om matematikhistorie andre steder end i matematikundervisningen?

Det er også de spørgsmål i undersøgelsen, der har størst betydningsvidde, og de er derfor svære for eleverne at svare på. Nogle elever kan ligefrem opfatte det som en test, og i pilotklassen oplevede jeg, at eleverne lige vendte disse spørgsmål med sidemanden og nogle spurgte endda deres underviser.

Det første spørgsmål omhandler projektsamarbejde(r) mellem matematik og historie. Langt de fleste steder forventer jeg, at dette kun forekommer i forbindelse med AT. Hvis det skulle foregå i andre sammenhænge, tror jeg, det i høj grad er italesat af underviserne, så eleverne er meget bevidste om dette og derfor forhåbentligt fører det på skemaet. “Projekter” er et ord med stor betydningsvidde, men det associeres ofte med noget lidt større end blot en enkelt lektion. Og hvis historie og matematik spiller sammen, tror jeg, det foregår ved et større projekt. Jeg har efter pilotprojektet tilføjet “hvis der var andre fag involveret, skriv så hvilke her”. Dette skyldes, at der i pilotklassen var flere der angav et forløb om Galilei Galileo. En enkelt elev anførte i sin besvarelse, at fysik også var en del af projektet. Da jeg er ude på at undersøge om eleverne har lært, hvordan fagene matematik og historie kan spille sammen, “ødelægger” fysik dette formål. I forløbet har fysik formodentligt været bindingsled mellem fagene matematik og historie. Man har anvendt noget

matematik i fysikken og har undersøgt den historiske indflydelse af fysikkens opdagelser. Forløbet har således ikke bidraget til, at eleverne oplever sammenhæng mellem historie og matematik. I dette spørgsmål er det afgørende at vide, hvilket emne forløbet handlede om. Ud fra dette kan det muligvis afgøres, om det har haft matematikhistorisk fokus. I det næste spørgsmål skal elevenes hukommelse i arbejde — har de haft et matematikhistorisk forløb? Ordet “forløb” er valgt med omhu, da jeg ikke er interesseret i, at matematikhistorie lige er blevet nævnt i en lektion, eller at de lige har snakket om, hvordan en eller anden matematikers liv var. Jeg er interesseret i, om de har haft et italesat sammenhængende forløb. Egentlig ville jeg gerne vide, om de har læst en matematikhistorisk kilde, men fagkonsulenten samt en matematiklærer, jeg konsulterede, mente ikke, at eleverne ville vide hvad “en matematikhistorisk kilde” er. Et sådan spørgsmål ville derfor være meget svært for eleverne at svare på og som følge heraf, ville mine data formodentligt ikke afspejle virkeligheden. Ordet “matematikhistorie” har også stor betydningsvidde, som vi så i kapitel 2.

Det sidste spørgsmål i denne serie havde jeg faktisk kort inden pilotprojektet overvejet at slette. Men det viste sig, at mange af eleverne i pilotklassen var stødt på matematikhistorie andre steder og havde udfyldt dette spørgsmål rigtigt fint. Det er interessant, at eleverne har hentet viden om matematikhistorie fra andre steder end undervisningen, og de viser også her, at de faktisk forstår begrebet “matematikhistorie”. Jeg har derfor bibeholdt spørgsmålet.

3.3 Undersøgelsens begrænsninger

Efter transkribering af spørgeskemaerne kan peges på en række vanskeligheder ved to af spørgeskemaets elementer. Først og fremmest har mange elever haft problemer med de to første baggrundsspørgsmål. Mange ved ikke, hvad deres studieretningsfag er, og mange kunne heller ikke finde ud af at udfylde højniveaufag. En løsning kunne have været, at der under linjerne havde stået et eksempel. De tre højniveaufag, jeg havde skrevet på for at spare elevernes tid, skabte måske mere forvirring end de gavnede. Da min primære interesse har været at undersøge, om de havde andre studieretningsfag end matematik på A-niveau, har jeg gjort en ekstra indsats for at undersøge dette ved elever, der ikke har udfyldt korrekt – både ved at sammenligne med resten af klassen, kigge på klassens skema og ved at se på deres valg af fagkombination.

Det andet element er spørgsmålet:

Har du valgt din fagkombination, fordi den passer til din idé om emne?

400 elever har sat kryds i “Ja”, og nogle stykker med kryds i “Nej” har tilføjet “omvendt” i deres besvarelse, så jeg tror, at for mange elever har sat kryds i feltet. Betragt f.eks. uddraget af en besvarelse i figur 3.2. Det ser ud til at eleven har søgt på fagkombinationen og derved fundet et emne, hvormed eleven først og fremmest har valgt fagkombination. Eleven har dog stadig sat kryds ved, at vedkommende har valgt fagkombination ud fra emne. I bedste tilfælde har det nok været et samspil mellem emne og fagkombination, der har afgjort elevens valg. En bedre formulering af spørgsmålet kunne have været:

Hvad kom først, emneidé eller fagkombination?

- ☐ Jeg har valgt fagkombinationen ud fra min idé om emne
- ☐ Det var et samspil mellem idé og emne
- ☐ Jeg har valgt emnet ud fra mit ønske om fagkombination

5. Har du allerede nu en idé til emne?
☒ Ja (GÅ TIL SPØRGSMÅL 6)
☐ Nej (GÅ TIL SPØRGSMÅL 8)
6. Hvorfra har du fået idéen? Ved at søge på nettet, undersøge
diverse muligheder inden for mit fagkombination
-
7. Har du valgt din fagkombination, fordi den passer til din idé om emne?
☒ Ja
☐ Nej

Figur 3.2: Uddrag af besvaret spørgeskema

Dette ville have givet et mere nuanceret billede, og elever i mellemgruppen ville ikke blive tvunget til én af siderne. Løsningen bliver at benytte den tidligere omtalte reference til emnespørgsmålet under valg/fravalg af fagkombinationen. Jeg kan hermed stadig afgøre om elevernes idé til emne har haft væsentlig betydning for valg af fagkombination.

3.4 Kommentarer til den faktiske udførsel af spørgeskemaundersøgelsen

Jeg valgte personligt at tage ud på gymnasierne og uddele spørgeskemaet i papir til eleverne. Fordelene ved denne metode er, at jeg sikrer, at alle elever i en klasse besvarer spørgeskemaet. Jeg får således ikke kun besvarelser fra de fagligt stærke eller de meget flittige elever – jeg får hele klassen. Da jeg selv samler skemaerne ind, efter eleverne har udfyldt det, sikrer jeg også, at de alle når hele spørgeskemaet igennem og ikke falder fra undervejs, som det ofte sker i elektroniske spørgeskemaer. Ligeledes er eleverne sikre på, at deres lærere ikke ser skemaet, hvilket forhåbentligt bidrager til ærlighed i besvarelserne, frem for at skemaerne bliver et forsøg på at give lærerne et godt indtryk. Jeg har også mulighed for selv at introducere spørgeskemaet og svare på spørgsmål, der kunne dukke op undervejs. Således lærte jeg for eksempel under uddelingerne, at jeg skulle starte med at præcisere meningen med spørgeskemaets to første baggrundsspørgsmål.

Den klare ulempe ved denne metode er det store transkriberingsarbejde, der følger efter en skriftlig undersøgelse. Dette sætter også en begrænsning på, hvor mange elever det er muligt at spørge. Ligeledes er det begrænset hvor langt det er muligt at komme omkring geografisk og derfor har den geografiske placering ikke spillet en rolle i min undersøgelse.

Spørgsmål 8-10 gav uro i størstedelen af klasserne, mens eleverne besvarede spørgeskemaet. I forskellig grad diskuterede eleverne i klasserne med hinanden, hvorvidt de har haft matematikhistoriske forløb. I enkelte tilfælde spurgte eleverne også deres lærer. Dette kan selvfølgelig betyde, at flere fører et forløb på, men det har ikke umiddelbart nogen betydning for det samlede indtryk. Jeg bør derfor også udtale mig om antallet af klasser, hvor én eller flere har noteret, at de har haft et forløb inden for matematikhistorie, og ikke kun om antallet af personer, der har anført et forløb, da eleverne har influeret hinanden.

Det faglige niveau gav også anledning til spørgsmål undervejs. Mange elever kommer fra papegøjeklasser, dvs. klasser med blandede studieretninger. Enkelte har direkte spurgt, hvilken klasse jeg refererer til. Jeg har svaret, at de skal måle sig i forhold til deres højniveauhold i matematik.

Kapitel 4

Resultater af spørgeskemaundersøgelse

I dette kapitel fremlægges alle resultater fra spørgeskemaundersøgelsen. Selve spørgeskemaet kan som tidligere nævnt ses i bilag B.1. Spørgeskemaet er uddelt til alle elever i 26 klasser fordelt på 7 gymnasier (se bilag B.2), samlet har 546 elever deltaget.

For at lave den mest hensigtsmæssige analyse er resultaterne ikke præsenteret i den orden, de er stillet i spørgeskemaet. Først gennemgås elevernes valg af emne, dvs. spørgsmål 5-7 og herefter baggrundsspørgsmålene, de indledende og spørgsmål 11-12. Dernæst elevernes begrundelse for valg af fagkombination, spørgsmål 3-4. Til sidst analyseres elevernes forudsætninger, spørgsmål 8-10. Resultaterne og analyserne diskuteres, hvor de fremlægges.

4.1 Elevernes valg af emne

Alle elever, der har deltaget i undersøgelsen, har på spørgetidspunktet kun valgt fagkombination og ikke emne. Selvom eleverne ikke har lagt sig fast på et emne, er det muligt, at de allerede har en idé. I spørgsmål 5 skal eleverne svare på, om de allerede har en idé til emne. Svarer de 'Ja' ledes de til spørgsmål 6 og 7, hvor de skal svare på, hvor idéen kommer fra, og om de har valgt fagkombination ud fra idéen om emne.

Dette afsnit er underinddelt. Først behandles besvarelserne på spørgsmål 5 og 7, for at bestemme andelen af elever, hvor emnet har en afgørende indflydelse på deres valg af fagkombination. Herefter behandles spørgsmål 6, hvor det undersøges hvor elevernes inspiration til emne kommer fra. Til sidst sammenlignes elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie med den resterende elevgruppe.

Hvor mange elever synes, emnet er afgørende for fagvalg?

Undersøgelsen viser, at 495 elever, dvs. 90,7% af de adspurgte, allerede har en idé til hvilket emne, de gerne vil arbejde med. For nogle elever har emnet afgørende betydning for deres valg af fagkombination. F.eks. skriver en af eleverne:

- Jeg ville egentligt gerne skrive i samf og historie, men det viste sig at mat passede bedre på emnet.

Emnet har altså fået eleven til at revidere sit ønske om fag og faktisk ændre fagkombination. En anden elev skriver om grunden til fravalg af fagkombinationen matematik og historie:

- Havde overvejet det, men en historielærer frarådede det, da han syntes det emne jeg havde i tankerne var for let (ægyptisk/græsk matematik).

Igen har lærerens indflydelse fået eleven til at skifte emne, og med et skift af emne kommer et skift af fagkombination. Eleven har valgt fagkombinationen matematik og idræt i stedet, og er tydeligtvis meget frustreret. Som vedkommende skriver senere i spørgeskemaet:

- Jeg ser ikke frem til SRP, da jeg ikke føler vi har fået nok hjælp/vejledning til valg af emne og fag. Jeg er stadig meget i tvivl om min fagkombination samt emne - og nu er det for sent at vælge om.

Citatet udtrykker en nærmest angstfremkaldende følelse for eleven, der ikke har styr på emnet inden valg af fag. Som citaterne viser, er der ingen tvivl om, at for nogle elever er emnevalget helt afgørende, og for disse elever er det ikke muligt at lave fagvalg før emnevalg.

Hvordan er situationen generelt for hele elevgruppen? Både ved spørgsmål 3 og 4 er der i listen af begrundelser for valg af fagkombination mulighed for at sætte kryds i feltet:

Jeg har en idé til emne og min fagkombination passer til dette.

Dette er ved spørgsmål 3, svarmulighed 3 (fremover noteret som spørgsmål 3.3) og spørgsmål 4, svarmulighed 5 (fremover noteret som spørgsmål 4.5). Ligeledes svarer eleverne senere på spørgsmålet:

Har du valgt din fagkombination, fordi den passer til din idé om emne?
(spørgsmål 7)

Svarene fordeler sig således at

- 383 elever har sat kryds i spørgsmål 3.3
- 33 elever har sat kryds i spørgsmål 4.5
- 400 elever har svaret 'ja' til spørgsmål 7

Svarer en elev 'ja' til spørgsmål 7, burde eleven også have sat kryds i spørgsmål 3.3 eller 4.5, da eleven har valgt fagkombinationen ud fra sin idé om emne og hermed har eleven en idé til emne, som fagkombinationen passer til. Derimod indikerer kryds i spørgsmål 3.3 og 4.5 ikke nødvendigvis, at der skal svares 'ja' i spørgsmål 7. Det kan godt lade sig gøre, at eleven har en idé til et emne, som passer til fagkombinationen, og at dette er én af grundene til, at eleven har valgt fagkombinationen. Men det fortæller ikke, hvorvidt emnet kom før valg af fagkombinationen eller ej. Eleven kan have valgt fagkombination og så emne, men det har stadig været afgørende for eleven, at det var muligt at finde et godt emne inden for fagkombinationen.

I afsnit 3.3 blev det indikeret, at konteksteffekter betød, at for mange elever svarede 'ja' til spørgsmål 7. Derfor er 'ja' i 7 krydsreferet med et kryds i spørgsmål 3.3 eller spørgsmål 4.5. Det viser sig, at 352 elever, svarende til 64,5% har sat kryds både ved spørgsmål 7 og spørgsmål 3.3 eller 4.5. Konteksteffekterne gør, at vi ikke kan konkludere hvorvidt eleverne først og fremmest har valgt emne, men svarene indikerer, at emnet har stor betydning for disse elevers valg af fagkombinationen.

Når valg af fagkombinationen for 64,5% af eleverne i høj grad hænger sammen med valget af emne, kan man diskutere, hvorvidt den nuværende struktur på gymnasierne er optimal. Lige nu vælger eleverne først fagkombination og nogle elevudtalelser tyder på, at eleverne kun får lidt vejledning inden fagvalget. Strukturen afspejler i hvert fald ikke elevernes måde at tilgå opgaven på – elevernes valgproces. Mange

skoler vil sikkert argumentere for, at dette blot er en praktisk foranstaltning, da valget af fagkombination gør det muligt for skolen at tilknytte eleven vejledere inden for fagene. Men hvis eleverne ikke kan blive enige med vejlederne om et godt emne, står de med store problemer, da eleverne har fastlagt sig på en fagkombination. Det er præcis den bekymring, eleven, som er citeret ovenfor, udviser. Derudover er det ofte emnet, der fanger elevens interesse og ikke fagkombinationen. Det er emnet, eleverne skal arbejde med og det er emnet, fagene skal bruges til at belyse, så ud fra den betragtning burde emnevalg komme forud for valg af fagkombination modsat strukturen på mange gymnasier i dag.

Hvor finder eleverne inspiration?

Der kan være mange grunde til at have et ønske om at præge elevernes valg af fagkombination. En dominerende årsag er praktiske omstændigheder så som antallet af undervisere inden for de forskellige faggrupper. På mange gymnasier er et fag som bioteknologi for eksempel et meget populært valg. I min undersøgelse var der 157 elever med bioteknologi på A-niveau, og 148 af disse har valgt bioteknologi som deres ene fag i studieretningsprojektet. Hermed er der 94,3% af eleverne, der vælger faget, hvilket kan sætte bioteknologilærerne under pres. Jeg talte med en underviser som sagde, at hun havde forsøgt at inspirere klassen til at vælge matematik frem for bioteknologi, da hele klassen som udgangspunkt ville vælge bioteknologi. Det var lykkedes hende at få fem elever til at vælge matematik. Det viser, at det kan være svært at ændre elevernes forestillinger om deres studieretningsprojekt, når idéerne allerede har slået rod. Det er lettere selv at plante idéerne tidligt i processen. Men hvor skal der sættes ind, hvis eleverne skal vælge f.eks. fagkombinationen matematik og historie? Eleverne bliver uden tvivl inspireret fra mange forskellige kanter. Hvorhenne er det, eleverne får deres idéer fra? Dette spurgte jeg eleverne om, og de fik lov at forklare sig i fritext. Det har ført til en række bud på, hvor inspirationen hentes. For at skabe overblik har jeg kategoriseret elevernes svar. De 4 kategorier er 'lærere og undervisning', 'internettet og andre medier', 'interesser og omgangskreds' og 'andet'. Jeg har forsøgt at kategorisere så objektivt som muligt uden at fortolke elevernes svar. Derfor er 'andet'-kategorien relativt stor. Alle svar med anførte kategorier kan ses i bilag B.5. I figur 4.1 ses en oversigt over, hvordan eleverne fordeler sig i kategorierne.

Den første kategori **'inspiration fra lærerne og undervisningen'** omfatter omtale af lærere og undervisning (inklusive AT). Lærerne og den forudgående undervisning har selvfølgelig stor betydning for nogle af elevernes valg. Elevernes forhold til faget og lærerne afgørende for, om eleven vælger faget. Som et par elever skriver:

- Jeg kiggede først på mine faglige styrker og prøvede derefter at finde et emne, hvor jeg kunne udnytte dem.
- Jeg føler bare ikke for det. Kan ikke rigtigt lide min his-lærer. Dårlige associationer.

Derudover skal faget/emnet gerne have fanget elevens interesse. Der er elever, som henter inspirationen direkte fra pensum og projekter:

- Fordi emnet har været en lille del af FysikA pensum og jeg synes det er spændende.
- Vi har haft om det i AT.

Citaterne tyder på, at disse elever er blevet inspireret til emnevalget lang tid inden de har valgt fag til studieretningsprojekt. Eleverne burde også være blevet inspireret til studieretningsprojektet gennem undervisningen. I vejledningen for matematik A står der for eksempel:

På emu'en, på universiteternes hjemmesider og en række andre steder ligger mange forløb og ideer til fagligt samspil, til forløb, hvor matematik indgår i almen studieforbereelse, og til studieretningsprojekter med matematik. Det kan være en god ide i den daglige undervisning at lægge små ideer og spor ud, der inspirerer eleverne frem mod de afsluttende store prøver. [14, s. 7]

Vejledningen lægger op til, at læreren inspirerer eleverne til emnevalg i løbet af undervisningen med små idéer til studieretningsprojekter. Måske kunne underviseren endda løbende lave et lille katalog og hermed hjælpe både sig selv og eleverne til at få de gode idéer, når tiden for studieretningsprojekter nærmer sig, så det ikke hvert år ender, som denne elev beskriver:

Hvorfor vil du ikke skrive SRP i fagkombinationen matematik og historie?

fordi man kun kan skrive om pest og logistisk vækst. Man kan måske også lave noget statistik, men det er ikke så udfordrende, ellers er der SIR-modellen, som er lidt tør.

Eleven har tydeligvis fået præsenteret et lille udvalg af emner inden for fagkombinationen matematik og historie – formodentligt fordi underviseren ikke har haft flere idéer. Flere steder i vejledning står forslag til samarbejde mellem forskellige fag med konkrete emner og ligeledes skærpes vigtigheden af tværfagligt samarbejde imellem studieretningsfagene, så eleven lærer identiteten af sin studieretning at kende og hermed opnår bedre forudsætninger for at lave et godt studieretningsprojekt.

Det er bestemt ikke alle elever i denne kategori, der tidligt har besluttet sig for fagvalg. Mange nævner SRP-caféer eller oplæg fra lærerne som inspirationskilde. Fagkonsulenten forklarede om proceduren op mod elevernes valg af fagkombination:

Typisk er det sådan, at faglæreren skal fortælle lidt om, hvilke muligheder der er af samarbejdsprojekter. [...] Vi skal præsentere lidt af hvert og på forskellige niveauer, så de kan sådan føle sig tiltrukket af et eller andet på det niveau, som de nu er på [...]

Selvom lærerne lægger meget energi i dette inspirationsarbejde, kan en del elever allerede på forhånd have besluttet sig, som læreren med bioteknologiklassen nævnt ovenfor. Det er derfor vigtigt at følge vejledningens forslag om allerede tidligt at lægge små spor ud med inspiration til studieretningsprojektet.

Ser vi på den samlede elevgruppe, er der 193 elever (svarende til 39,0% af eleverne, der har svaret på spørgsmål 6), som nævner lærere eller undervisning. Denne procentsats kunne tyde på, at det ikke er alle undervisere, der følger vejledningens anvisninger og lægger spor ud i undervisningen. Hvis lærerne inspirerede løbende gennem undervisningen, kunne man forestille sig, at en højere procentdel af eleverne ville nævne undervisningen som inspirationskilde til deres valg.

Den anden kategori '**inspiration fra internettet og andre medier**' dækker over internettet, tv, film, aviser, magasiner, artikler og biblioteksbøger. Ligeledes er elever, som nævner universiteterne kategoriseret her, da universiteternes tilbud er tilgængelige via deres websider. Denne kategori har selvfølgelig en gråzone i forhold til den næste kategori med interesser. Er eleven for eksempel meget interesseret i et bestemt område kan inspirationen blive hentet på internettet eller gennem magasiner, som eleven kun læser pga. sin interesse for området. Betragt f.eks. denne elevs svar til spørgsmål 6:

- Nyhedsmedier og videnskab.dk, Naturvidenskabelige - populærvidenskabelige artikler.

Eleven har tydeligvis en særlig naturvidenskabelig interesse siden vedkommende finder og læser populærvidenskabelige artikler. Så kommer elevens inspiration fra internettet eller kommer den fra elevens interesse for naturvidenskab? Det er ikke umiddelbart til at svare på. Da eleven har angivet hjemmesider, kategoriserer jeg eleven under kategorien ‘internettet og andre medier’, da andet ville være en fortolkning af elevens svar.

Internettet er den primære inspirationskilde, som eleverne nævner inden for dette område. Som en elev skriver:

www.google.dk → SRP dansk matematik → 1.000.000 gode ideer

Mange konkrete hjemmesider dukker også op i elevernes svar. Her nævnes blandt andet EMU, Universiteterne (Aarhus, Syddansk og København), Espergærde gymnasieportal og Youtube. Et par enkelt nævner også de sociale medier (jeg tør dog ikke sige om de sociale medier er emnet eller om eleverne har kommunikeret med omverdenen omkring ideer til emner gennem de sociale medier). Nogle elever nævner bøger som inspirationskilder. Her har jeg grundlæggende antaget, at de ikke henviser undervisningsbøger. Ud af den samlede elevgruppe har 168 elever hentet inspiration inden for kategorien internettet og andre medier (se figur 4.1).

Den næste kategori er **‘inspiration fra interesser og omgangskreds’**. Dette omfatter elever, der har angivet interesse som grund til deres emnevalg, som f.eks. dette udpluk af elever:

- Ud fra min interesse. Jeg interesserer mig for det, jeg vil skrive om.
- Ud fra min interesse i historie og biologi.
- Personlig interesse.

Utroligt mange elever nævner interesser. Alle besvarelser, hvor ordet ‘interesse’ indgår, er kommet under denne kategori. Der er her en gråzone til kategorien ‘lærere og undervisning’, da interessen kan være opstået i undervisningen, som det måske er tilfældet med eleven, der nævner biologi og historie. Da undervisningen ikke direkte er nævnt, er eleven kategoriseret under ‘interesser og omgangskreds’. Ud over interesse omfatter kategorien kommunikation med venner, klassekammerater og familie. Igen kan det være svært at skelne mellem denne kategori og kategorien undervisning og lærere ved f.eks. en elev som denne:

- Snakket med klassekammerater, kigget på hvilke materialer, der er.

Eleven er kategoriseret under ‘inspiration fra interesse og forældre’, men kunne også have været kategoriseret under ‘lærere og undervisning’. Eleven kan have fået sin inspiration gennem lærerens præsentation af mulige emner, gamle opgaver og måske en brainstorm på klassen. Igen er valget om placering truffet ud fra præcis dét, som eleven skriver og ikke en mulig fortolkning af deres svar.

Elevernes interesser kan spille ind på mange måder. Nogle elever dyrker en sport, som de vælger at gå i dybden med, andre har sygdomme i den nære familie, som de gerne vil vide mere om, og enkelte udnytter projektet til at gøre sig skarpere på deres videre uddannelse, betragt f.eks. eleven her:

- Vil være pilot, så aerodynamik.

En del elever nævner også forældre, venner, klassekammerater og andre i den nære omgangskreds som inspirationskilder. Ligeledes hvis eleverne kender tidligere elever, der har haft gode/dårlige erfaringer, er det også noget, de tager til sig.

- Jeg kender en anden som skrev om emnet og 2 andre i de fag = det gik godt.

Ser vi på den samlede elevgruppe, er der 185 elever, der angiver at have hentet inspiration kategoriseret under interesser og forældre (se figur 4.1).

Det er også en gruppe elever, der er svære at placere i ovenstående opdeling. Lad os betragte et par eksempler på elever placeret i kategorien ‘**andet**’. Enkelte elever tror, jeg beder dem fortælle, hvilket emne de gerne vil beskæftige sig med, som f.eks. denne elev:

- Kemiske våben i vietnamkrigen.

En langt mere interessant og meget stor gruppe er elever, der skriver at idéen kom fra dem selv. Hele 6 elever skriver “mig selv”, mens nogle sætter lidt flere ord på:

- Jeg tænkte mig om og kom på den.

Fagkonsulenten nævner faktisk netop denne gruppe elever som noget utroligt positivt:

[...] alle er jo klar over, at hvis de vælger noget, som kommer inde fra dem selv, så bliver det et bedre projekt i den sidste ende, og de får mere ud af det.

Denne elevgruppe er altså i følge fagkonsulenten godt stillet i forhold til at lave et godt projekt med et stort udbytte. Denne elevgruppe kunne meget vel gå under kategorien ‘interesse og omgangskreds’, da et emne, der kommer fra dem selv formentligt hænger sammen med en interesse for området, men igen vil jeg helst ikke fortolke for meget på elevernes svar, og derfor er denne elevgruppe placeret under ‘andet’.

Den anden store gruppe elever i kategorien ‘andet’ er dem, som kun nævner gamle/tidligere elever. Se f.eks. følgende:

- En elev der skrev SRP sidste år skrev om emnet og jeg synes det lød spændende.
- Fra andre der også har skrevet om det emne i SRP.
- Fra tidligere elever.

Det er muligt, at det er lærerne, der har præsenteret eleverne for tidligere studieretningsprojekter, som de har fået lov at bladre i og hermed fundet inspiration fra tidligere elever. I så fald skulle eleverne kategoriseres under ‘undervisning og lærere’. Det er også muligt, at eleven kender en tidligere elev, og så bør eleven placeres i kategorien ‘interesser og omgangskreds’, da inspirationen kommer fra en ven. Det kan også være at eleverne har søgt på internettet og fundet en blog eller en gammel opgave eller et idékatalog med tidligere elevers emner, og så skal de placeres under ‘internettet og medier’. Da det ikke er muligt at fastslå hvilken af ovenstående skitserede situationer, vi har med at gøre, er eleverne kategoriseret under ‘andet’. Samlet er 55 elever ud af den samlede elevgruppe kategoriseret under ‘andet’.

I virkeligheden er det nok ikke muligt at sige, om det lige er det ene eller det andet der har afgjort elevernes valg. Mange overvejelser er i spil. Det vigtigste er at få idéen – et sammenspil mellem inspiration og lærernes støtte. Som en elev meget dækkende beskriver:

- Jeg havde tænkt over det i lang tid og havde snakket med mine lærere, hvor jeg til sidst fandt det emne, der vil interessere mig mest.

Eleverne med fagkombinationen matematik og historie

I afsnit 4.1 så vi, at der i den samlede elevgruppe var 64,5% af eleverne, der tillagde emnet stor betydning for valg af fagkombination. I elevgruppen, der har valgt fagkombinationen matematik og historie er procentdelen næsten det samme, nemlig 63,5%. Dette tyder på, at emnevalget har sammen indflydelse for elever med fagkombinationen matematik og historie, som det har for hele gruppen. (Frasorteres elever med fagkombinationen matematik og historie er procentsatsen 64,6 for den resterende del af gruppen. Her er altså umiddelbart ingen forskel.)

Lad os i stedet betragte, hvor eleverne henter inspiration fra. En hypotese kunne være, at elever, der vælger matematik, har brug for inspiration fra undervisningen. Det er lettere for eleven at se nyheder, dokumentarer eller søge på nettet og f.eks. finde en aktuell problemstilling som kan behandles i samfundsfag eller biologi, så som diverse konflikter eller sygdomme. I matematik kan det være sværere for eleven selv at finde inspiration, da det er svært at læse matematik, som ikke er kendt på forhånd. Som en elev skriver:

- Det bliver besværligt at man selv skal til at finde matematiske metoder og lære dem selv.

For nogle elever er det ikke nok, at underviseren blot siger en overskrift på et emne, de kan beskæftige sig med. Disse elever vil gerne have et lille kendskab til deres emne på forhånd, inden de lægger sig fast på fagkombinationen. Som ene elev skriver om grunden til sit emnevalg:

- Det omhandler noget, jeg interesserer mig for og har indsigt i på forhånd.

For at opfylde et sådan ønske fra eleverne, skal inspirationen til projektet komme fra undervisningen og gerne løbende. Hvis eleven ikke oplever projekter med matematik indblandet, kan det virke afskrækkende, som f.eks. disse to elever giver udtryk for:

- Manglede ideerne til noget som jeg ville finde spændende + matematik i en større opgave er meget fjernt fra, hvad vi har oplevet.
- Lærerne har sagt der ikke var mange gode emner at skrive om.

Så der er umiddelbart belæg for, at inspirationen til matematik skal komme fra undervisningen. Derfor er det også fornuftigt at udlægge idéer til studieretningsprojekter i løbet af undervisningen, som det fremgår af vejledningen i matematik A.

For at få alle perspektiver med er flere grupper af elever samlet i figur 4.1. Tabellen viser, at hypotesen ikke er helt forkert. Betragter vi den 3. række, ses at næsten 50% af eleverne med matematik som det ene fag (fraregnet dem, der har historie som det andet) henter deres inspiration i undervisningen. Interesser spiller en mindre rolle for disse elever. Betragter vi derimod dem, der har valgt at kombinere matematik med historie, ligner fordelingen mere eleverne uden matematik i deres fagkombination. Denne elevgruppe henter inspirationen uden for undervisningen i højere grad end eleverne, der kombinerer matematik med f.eks. biologi eller fysik. Dette kan skyldes, at eleverne ikke har stiftet bekendtskab med samarbejde mellem matematik og historie gennem undervisningen. Dette perspektiv vender vi tilbage til i afsnit 4.4.

Hvis læreren ikke inspirerer eleverne til matematiske emner, kan det ske, at eleverne finder problemstillingen i et andet fag og efterfølgende undersøger om matematik kan bidrage positivt til projektet. Hermed vil matematik i udgangspunktet være redskabsfag. Det er selvfølgelig muligt, at matematiklæreren kan løfte emnet til en meningsfuld problemstilling inden for faget matematik, men udgangspunktet, og hermed sandsynligvis den overordnede problemstilling, vil ligge i det andet fag.

	Undervisning	Internettet	Interesse	Andet
1. Alle elever	193	168	185	55
<i>Total: 495</i>	39,0%	34,0%	37,4%	11,1%
2. Alle elever u. mat.	125	113	138	36
<i>Total: 331</i>	37,8%	34,1%	41,7%	10,9%
3. Alle mat. u. mat.-his.	60	40	33	11
<i>Total: 120</i>	50,0%	33,3%	27,5%	9,2%
4. Alle mat.-his.	17	15	14	8
<i>Total: 45</i>	37,8%	33,3%	31,1%	17,8%

Figur 4.1: Antallet af elever, der har angivet inspiration inden for de forskellige kategorier. Kategorierne er (fra toppen): 1. *Alle elever*, 2. *Alle elever, som ikke har matematik i deres fagkombination*, 3. *Elever, som har matematik i deres fagkombination men ikke historie*, 4. *Elever, der har matematik og historie i deres fagkombination*. Inddelingen er lavet for at sikre disjunkte mængder. Bemærk at elever godt kan have hentet inspiration fra flere steder, og derfor summeres der ikke til 100%. Til venstre står antallet af elever, som procentsatserne i den pågældende række er regnet ud fra. For eksempel står der i anden linje *Total: 331*, dvs. der er 331 elever uden matematik i deres fagkombination som har svaret “ja” i spørgsmål 5.

Det kunne måske ønskes, at flere elever nævner undervisningen som inspiration til deres projekt – ikke lærernes lynfremlæggelse af mulige fagkombinationer og emner, men fra den almindelige undervisning. Dette ville øge lærernes indflydelse på elevernes valg og i nogle klasser måske sikre større spredning på fagene, da mange spændende emner i mange forskellige fagkombinationer formodentligt vil tiltrække forskellige elever. Det er dog vigtigt stadig at huske fagkonsulentens udtalelse om, at det har stor værdi, når emnet kommer fra eleven selv. Det udelukker dog ikke, at eleverne kan få idéen fra undervisningen.

4.2 Elevernes baggrund – niveau og studieretninger

Spørgeskemaundersøgelsen indeholder ganske få baggrundsspørgsmål. I dette afsnit vil resultaterne af disse blive gennemgået med særligt fokus på at karakterisere elevgruppen, der har valgt fagkombinationen matematik og historie. Jeg vil først behandle baggrundoplysningen om studieretning for hele elevgruppen. Herefter niveau for hele elevgruppen. Dernæst behandles de to baggrundoplysninger for eleverne, der har valgt matematik og historie i deres studieretningsprojekt.

Fordeling på studieretninger for hele elevgruppen

Under besøgene på gymnasierne har jeg forsøgt at opnå en relativ stor spredning på studieretninger – jeg har bl.a. forsøgt både at komme i klasser med samfunds-fag og bioteknologi på A-niveau, også selvom gymnasierne gjorde opmærksom på, at der i disse klasser ikke var ret mange elever, der havde valgt fagkombinationen matematik og historie i deres studieretningsprojekt. Jeg har derfor i høj grad besøgt disse klasser for at have en god referencegruppe. Den samlede elevgruppes fordeling på studieretninger ses i figur 4.2.

Studieretningsfag	Antal elever
Matematik, biologi, (idræt, kemi, psykologi)	58 elever (10,5%)
Matematik, bioteknologi, (fysik)	157 elever (28,8%)
Matematik, fysik, kemi	146 elever (26,7%)
Matematik, geovidenskab, kemi	12 elever (2,2%)
Matematik, musik, (fysik)	42 elever (7,7%)
Matematik, samfundsfag, (fysik, engelsk, biologi, idræt)	117 elever (21,4%)
Ikke angivet	14 elever (2,6%)

Figur 4.2: Fordeling af alle adspurgte elever på studieretninger. Beslægtede studieretninger er slået sammen for at gøre oversigten overskuelig. Eventuelle 3. fag i studieretningen er angivet i parentes.

Fordeling på niveau for hele elevgruppen

I projektets opstartsfasen har et par undervisere samt fagkonsulenten bemærket, at det ofte er de matematikfagligt svage elever eller de meget dygtige elever, der vælger fagkombinationen matematik og historie. I min aflæsning af linjen, har jeg valgt at udskille de øverste 1,5 cm af linjen (markeret med en blå streg i figur 4.6) som de særligt dygtige elever – “toppen” af klassen. Dette giver en 4-delning i min aflæsning af elevernes markering på linjen:

- Under middel
- Middel (ved markering præcis i midten)
- Over middel (dog <1,5 cm fra “klassens bedste”)
- Toppen (>1,5 cm fra “klassens bedste”)

Ifølge fagkonsulentens udtalelse er det således “over middel”-gruppen, der især fravælger denne fagkombination.

Et mål med fysisk at være ude og besøge gymnasierne er at opnå både at få klassens ressourcessvage og klassens ressourcestærke elever til at besvare skemaet. Jeg forventer derfor en stor spredning på elevernes niveau. I princippet burde eleverne i en klasse jo fordele sig jævnt over linjen. I Henning Olsens ‘guide til gode spørgeskemaer’ [28, s. 63] står der:

De fleste svarpersoner ønsker at fremstille sig selv som tiltalende. Undersøgelser af svarnøjagtighed viser en tendens til, at svarpersonerne forvansker informationer, så de får dem til at tage sig bedre ud [...]

Det er derfor sandsynligt, at elevernes markeringer på linjen generelt er sat lidt højere, end de egentligt opfatter deres niveau. F.eks. er det usandsynligt, at nogle elever har sat kryds under middel, med mindre de virkelig føler, de tilhører klassens dårligste elever. Så klassens dårligste halvdel er nok at finde blandt elever, der har sat kryds enten under middel eller præcis i middel. Fordelingen af elever er således:

Vi ser altså præcis tendensen som beskrevet ovenfor, at eleverne hælder lidt til den positive side. Der er selvfølgelig klasser, hvor der er mange dygtige og få svage elever, hvilket også kan forklare fordelingen. Mange elever vil også tænke i forhold til deres karakter. Hvis eleven får 7 eller derover, vil eleven nok ikke placere sig under middel, selvom flertallet i klassen faktisk får 7 eller derover. Det vigtige er, at jeg har spurgt til elevernes egne vurderinger af deres niveau, da det må være afgørende for, hvorvidt de vælger at arbejde med fagene. Man kunne forestille sig, at de dygtige elever i matematik vælger en fagkombination, hvor matematik indgår. Det viser sig, at det kun er 40,4% af eleverne, der har markeret i “over middel” eller “toppen”, som har matematik i deres fagkombination. Dvs. at under halvdelen af

Niveau	Fordeling i matematik	Fordeling i historie
Under middel	20,7%	19,0%
Middel	17,8%	22,2%
Over middel	51,3%	52,7%
Toppen	9,5%	5,7%
Ikke angivet	0,7%	0,4%

Figur 4.3: Eleverne har i undersøgelsen angivet deres faglige niveau. Laves opdelingen som omtalt ovenfor fordeler eleverne sig som vist i tabellen.

de dygtige elever vælger faget. En forklaring kunne være, at eleverne også er gode til andre fag, f.eks. et andet studieretningsfag de har på A-niveau. Nogle elever er dygtige til de fleste fag og derfor spiller interesse samt gode idéer en vigtig rolle for deres valg af fagkombination. Tilsvarende er der også elever, som er fagligt svage i de fleste fag og derfor kan det ikke undgås, at de fleste fagkombinationer også skal håndtere en svag elevgruppe.

Eleverne med fagkombinationen matematik og historie

Lad os betragte eleverne, der har valgt matematik og historie. Fordelingen af disse elever på studieretninger ses i figur 4.4. Sammenlignes med den generelle fordeling af elever på studieretninger, figur 4.2, ses, at de store forskelle ligger i studieretningerne “matematik-bioteknologi”, “matematik-biologi” og “matematik-fysik-kemi”. Få elever med de to førstnævnte studieretninger vælger fagkombinationen matematik og historie. Tabellen viser også, at halvdelen af eleverne, som har valgt fagkombinationen matematik og historie, har studieretningen matematik-fysik-kemi, selvom denne gruppe kun udgør omkring en fjerdedel af de adspurgte. Jeg vender tilbage til dette i afsnit 4.3.

Studieretningsfag	Antal elever
Matematik, biologi, (idræt, kemi, psykologi)	0 elever (0%)
Matematik, bioteknologi, (fysik)	5 elever (9,6%)
Matematik, fysik, kemi	25 elever (48,1%)
Matematik, geovidenskab, kemi	1 elev (1,9%)
Matematik, musik, (fysik)	7 elever (13,5%)
Matematik, samfundsfag, (fysik, engelsk, biologi, idræt)	12 elever (23,1%)
Ikke angivet	2 elever (3,8%)

Figur 4.4: Fordeling af de adspurgte elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie, på studieretninger. Beslægtede studieretninger er slået sammen, for at gøre oversigten overskuelig. Eventuelle 3. fag i studieretningen er angivet i parentes.

Den anden baggrundsoplysning, som eleverne angiver i spørgeskemaundersøgelsen, er deres selvevaluering af niveau. Dette giver endnu en karakterisering af eleverne, der har valgt fagkombinationen matematik og historie. I interviewet med fagkonsulenten kom vi ind på hvilke elevgrupper, der vælger denne fagkombination. (Fagkonsulenten Bodil Bruun betegnes ‘BB’ og jeg selv ‘MJ’.)

- BB [...] Og der er sådan en tendens til, at det er nogle af de lidt svagere elever, som vælger den der kombination [her henvises til matematik og historie].
- MJ Og når du tænker svage elever, tænker du så matematikfagligt svage elever?
- BB Ja. Det er den måde vi ser det fra selvfølgelig.
(...)
- BB Men jeg har også eksempler på elever, som har en rigtig god historisk indsigt, god matematisk indsigt, og som måske har fundet en eller anden interesse i et historisk tema, som de gerne vil behandle. Men det er ligesom de dygtige elever, så det er den vej rundt.
- MJ Så der er også en gruppe af de dygtige elever, som vælger matematik og historie?
- BB Ja, det er der. Og det kommer der nogle rigtig gode projekter ud af.

Fagkonsulenten antyder altså, at der er tendens til, at de matematikfagligt svage elever vælger fagkombinationen matematik og historie, men hun fremhæver også, at der er en række dygtige elever, som vælger kombinationen. Jeg har hørt flere undervisere på mine besøg på gymnasier, der bekræfter denne idé om, at det særligt er de matematikfagligt svage elever, der vælger fagkombinationen matematik og historie, så fagkonsulenten står ikke alene med denne opfattelse. Ser vi på de elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie, fordeler deres markeringer af niveau sig som vist i figur 4.5.

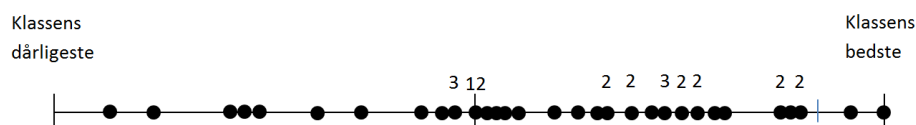
Niveau	Fordeling i matematik	Fordeling i historie
Under middel	23,1%	25,0%
Middel	21,2%	17,3%
Over middel	52,9%	55,8%
Toppen	3,8%	5,8%

Figur 4.5: Tabellen angiver kun fordelingen af niveau for de elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie.

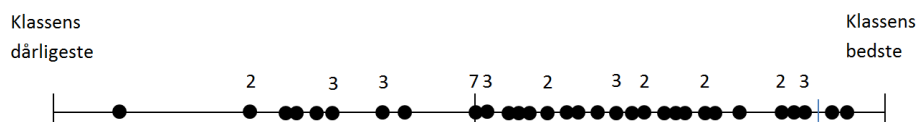
Som det ses, ligner disse procentsatser meget dem i figur 4.3. Jeg har testet fordelingen af elevernes matematikniveau for de elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie mod de, som ikke har. Testen kan ses i bilag C. Hypotesen om, at de to fordelinger var ens, kunne ikke afvises. Der er altså umiddelbart ikke noget der tyder på, at vi niveaumæssigt kan adskille elevgruppen, der har valgt fagkombinationen matematik og historie fra de resterende. Vi kan hverken sige, om de er særligt fagligt svage eller stærke fagligt. På figur 4.6 ses hvordan elevernes markeringer fordeler sig på linjen. Det er en meget fin jævn fordeling. Undersøgelsen bekræfter altså ikke fagkonsulentens udtalelse om, at der er en tendens til, at det er de matematikfagligt svage elever, der vælger denne fagkombination. Man kunne kritisere dette resultat og fremhæve, at eleverne forsøger at tage sig bedre ud i undersøgelsen end de egentligt er, og derfor vil eleverne, der har valgt fagkombinationen matematik og historie angive højere fagligt niveau, end de egentligt har. Denne betragtning gælder dog ikke særligt for eleverne med fagkombinationen matematik og historie. Det må gælde for hele elevgruppen.

Når det nu ikke er tilfældet, at det specielt er de matematikfagligt svage elever, der vælger fagkombinationen matematik og historie, hvorfor er der så en generel opfattelse af dette? Lad os sammenligne eleverne, der har valgt fagkombinationen

Matematik



Historie



Figur 4.6: Markeringer på niveaulinjerne for elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie. Den øverste linje er resultatet for matematik og den nederste historie.

matematik og historie, med elever, der har valgt matematik som en del af deres fagkombination, men ikke har kombineret matematik med historie. Måske er det netop disse elever, lærerne sammenligner med. En oversigt over disse elevers fordeling på niveau kan ses i figur 4.7.

Niveau	Antal elever	Fordelingen
Under middel	5	3,8%
Middel	18	13,6%
Over middel	80	60,6%
“Toppen”	27	20,5%
Ikke angivet	2	1,5%

Figur 4.7: Tabellen angiver kun fordelingen af niveau for de elever, der har matematik og *ikke* historie i deres fagkombination til studieretningsprojekt.

Tester vi denne fordeling mod fordelingen af elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie (jf. bilag C) så forkastes hypotesen om, at de to fordelinger er ens. Det stemmer også overens med det umiddelbare billede af tabellerne. Overvægten af elever i ‘over middel’ eller ‘toppen’ er langt større i gruppen af elever, der har matematik, men ikke historie i deres fagkombination. Ses på udsnittet af elever, der har valgt matematik som det ene fag i deres kombination, er der tendens til, at det er de matematikfagligt svage elever, der vælger historie som det andet fag. Det kan altså være derfor, at nogle matematiklærere har en idé om, at det generelt er de matematikfagligt svage elever, der vælger fagkombinationen matematik og historie. Fordi, at de elever, de ellers arbejder med, der har valgt matematik som det ene fag, generelt er dygtigere til matematik end eleverne, der kombinerer med historie.

En anden grund til at nogle lærere tror, at det er de særligt svage elever der vælger fagkombinationen matematik og historie kunne være, at det netop er disse fagligt svage elever, der giver ekstra store problemer for underviserne, vejlederne og censorerne. Dette perspektiv vender jeg tilbage til i kapitel 6.

4.3 Tilvalg/fravalg af fagkombinationen

I alt har 546 elever fordelt på 26 klasser besvaret spørgeskemaet. 184 elever har valgt matematik, 192 elever har valgt historie, og 52 elever har valgt fagkombinationen matematik og historie.

Der kan være mange grunde til tilvalg/fravalg af fagkombinationen matematik og historie. I spørgeskemaet er der angivet en række mulige grunde til valget og elevernes krydsr fordeles sig som vist i figur 4.8 og 4.9.

Svarmulighed	Antal elever
Jeg synes, et andet fag/emne er mere spændende.	413 elever
Jeg er dygtigere til fagene, jeg har i min fagkombination.	245 elever
Jeg har en idé til emne og min fagkombination passer til denne.	383 elever
Jeg tror ikke, jeg ville blive udfordret nok fagligt, hvis jeg valgte fagkombinationen matematik og historie.	4 elever
Min matematiklærer har frarådet kombinationen.	7 elever
Min historielærer har frarådet kombinationen.	20 elever
Andre har frarådet kombinationen.	10 elever
Jeg tror, det ville være svært at lave en sammenhængende opgave med fagkombinationen matematik og historie.	159 elever
Andre grunde (se bilag B.3)	131 elever

Figur 4.8: Rådata for de 494 elever, der ikke har valgt fagkombinationen matematik og historie vedrørende spørgsmålet "Hvorfor vil du ikke skrive SRP i fagkombinationen matematik og historie?".

Svarmulighed	Antal elever
Jeg ville gerne skrive i matematik. Historie var den bedste kombinationsmulighed.	21 elever
Jeg ville gerne skrive i historie. Matematik var den bedste kombinationsmulighed.	15 elever
Min matematiklærer anbefalede fagkombinationen.	4 elever
Min historielærer anbefalede fagkombinationen.	2 elever
Jeg har en idé til emne og fagkombinationen passer til denne.	33 elever
Jeg var tvungen til at vælge matematik. Historie var den bedste kombinationsmulighed.	17 elever
Andre grunde (se bilag B.4)	9 elever

Figur 4.9: Rådata for de 52 elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie vedrørende spørgsmålet "Hvorfor vil du skrive SRP i fagkombinationen matematik og historie?".

Fravalg af fagkombinationen matematik og historie

Lad os først betragte elevgruppen, der ikke har valgt fagkombinationen matematik og historie. Krydsrefererer vi de tre første afkrydsningsfelter, ses at 475 elever har kryds i mindst ét af disse. For denne gruppe elever er der således tale om et tilvalg af en anden fagkombinationen i højere grad end et fravalg af fagkombinationen matematik og historie. For de sidste 19 elever er der forskellige andre grunde. For

nogle er det underviserne, der har frarådet fagkombinationen matematik og historie, for andre et emne “Mit emne var ikke godt nok” og for nogle last minute: “Panik”. 22 elever har fået fagkombinationen frarådet af deres historie og/eller matematiklærer. Ses på figur 4.8 kunne det tyde på, at historielærerne har større tendens til at fraråde kombinationen end matematiklærerne har. Det er også interessant, hvilke elever lærerne fraråder at skrive i kombinationen. I figur 4.10 ses fordelingen på niveau af de elever, som enten matematik- eller historielærere har frarådet at skrive i fagkombinationen.

Niveau	Fordeling i matematik	Fordeling i historie
Under middel	9,1%	9,1%
Middel	13,6%	22,7%
Over middel	77,3%	63,6%
Toppen	0%	4,5%

Figur 4.10: Tabellen angiver kun fordelingen af niveau for de elever, der har fået frarådet fagkombinationen matematik og historie af deres matematik og/eller historielærer.

Det ses, at det generelt er ‘over middel’-gruppen af elever, der får frarådet kombinationen. Det er svært at forklare dette fænomen. Måske er lærerne overbevist om, at fagkombinationen ikke er velegnet for dygtige elever. Måske er det tilfældigt at det er de dygtige – det er elevernes forslag til emner, som lærerne har frarådet. Det er ikke muligt at forklare grunden til rådgivningen, men ved at fraråde de dygtige elever fagkombinationen er lærerne selv med til at skabe en tendens til, at fagkombinationen bliver for de svage elever.

De fleste benytter ‘andre grunde’ til at uddybe deres besvarelser. De fleste udnytter muligheden for at uddybe, hvorfor de har fravalgt enten matematik eller historie, f.eks. følgende elever

- For svært og for meget at læse/selvom det skal læses meget til SRP, tror jeg det er mest ved historie.
- Det bliver nemt redegørende med historie, når man skal gengive hvad man har nået frem til igennem sin analyse og historiske kilder.
- For mange formler, tal og beregninger.
- Jeg kan mindst lide matematik ud af alle mine fag. Jeg finder det kedeligt og for mig er det bare noget som skal overstås.

Betragtes det sidste citat kommer en meget personlig holdning til udtryk. Det er for eleven et spørgsmål om, hvilke fag eleven kan lide, og da eleven bestemt ikke bryder sig om matematik, er dette naturligvis blevet fravalgt. Det første og tredje citat viser elever, der har gjort op med sig selv, at der er elementer i fagene, de ikke bryder sig om. Den første kan ikke lide at skulle læse store mængder tekst og den tredje nævner formler, tal og beregning - dvs. de primære elementer i gymnasial matematik. Det andet citat viser faktisk en reel risiko ved fagkombinationen. I afsnit 6.3 vil vi se et par eksempler på tidligere stillede problemformuleringer, hvor historie kun bidrager med metoder og kontekstsætning, og de kernefaglige historiske elementer derfor ikke hæves over det redegørende niveau.

Tilvalg af fagkombinationen matematik og historie

Ud fra de to første spørgsmål kan vi se, hvilket fag eleverne primært har lagt vægt på. 5 elever har sat kryds i begge felter, så for 10 elever har historie været det 1. valg.

Her er elever, der som deres studieretningsfag på A-niveau kunne have valgt musik, samfundsfag, bioteknologi eller geovidenskab, men som har fundet matematik til at være den bedste kombination med deres hovedinteresse – historie. Ligeledes er der elever, hvis 1. valg har været matematik. Igen har en del af disse elever også kunnet vælge andre studieretningsfag så som kemi, samfundsfag, musik og bioteknologi, men har valgt matematik af interesse og herefter kombineret det med historie. Den hyppigst optrædende årsag er emnevalget. Faktisk har hele 6 elever kun sat kryds i dette felt – emnet er den eneste grund til deres valg af denne fagkombination.

Kun 5 af de 52 elever har sat kryds i, at kombinationen er blevet anbefalet af deres matematik- og/eller historielærere. Dette kan lyde af meget få. Men nærlæses inspirationen til deres emne nævner 17 af eleverne deres lærere/undervisning som kilde til deres emneinspiration. Det har nok også noget at gøre med, at de fleste kun underviser i ét af fagene og derfor sjældent anbefaler en kombination, men derimod lægger vægt på deres faglighed og deres fags vinkel på et bestemt emne. Så tanken med disse to spørgsmål som parallel til de tilsvarende, besvaret af den resterende elevgruppe om “frarådning” af fagkombinationen, fungerer dårligt i realiteten. Der skal formodentligt meget til fra matematik- og historielærerens side for at få eleven til at sætte kryds i dette felt. Det skal muligvis være læreren, der kommer med emneidéen og kraftigt tilråder fagkombinationen, før eleven sætter kryds i dette felt. Hermed forsvinder grundidéen med spørgsmålene og svarende bliver svære at konkludere noget ud fra. De “andre grunde” er primært blot uddybninger af grunde allerede krydset af ovenfor. Enkelte peger også på værdien af matematik som et fag med ét facit.

Eleverne, der er tvunget til at vælge matematik i studieretningsprojektet

Der er tendens til, at det er elever fra studieretningen matematik-fysik-kemi, der i høj grad vælger fagkombinationen matematik og historie. Faktisk er det ca. 16% af de adspurgte elever på denne studieretning, der vælger fagkombinationen matematik og historie. Det er også på denne studieretning, det forekommer, at elever bliver tvunget til at vælge matematik, da det er det eneste studieretningsfag eleverne har på højniveau. Ofte skyldes det et tilvalg/opgradering af engelsk eller et andet sprogfag på A-niveau, frem for at opgradere kemi eller fysik, som er en del af studieretningen. Ud af de 32 elever, der ifølge undersøgelsen er tvunget til at vælge matematik, er der kun 5 der kombinerer matematik med et andet sciencefag (jeg definerer følgende STX-fag som sciencefag: matematik, fysik, kemi, biologi, bioteknologi, geovidenskab og idræt). Faktisk har 25 af de 32 elever valgt fagkombinationen matematik og dansk eller matematik og historie.

Der kan selvfølgelig være mange grunde til, at elever fra netop denne fagretning har tendens til at vælge fagkombinationen matematik og historie. Da mit datagrundlag i denne forbindelse er forholdsvis begrænset, kan det være enkelte historielærere eller matematiklærere, der har påvirket deres elever i denne retning. Dette stemmer dog ikke så godt overens med denne elevgruppes besvarelser. Rådata fra de 25 elever på studieretningen matematik-fysik-kemi, der har valgt fagkombinationen matematik og historie ses i figur 4.11. Der er kun 4 elever, der bemærker at matematiklæreren og/eller historielæreren har anbefalet fagkombinationen. 19 af disse elever har allerede en idé til emne, men kun 7 nævner i spørgsmål 6 “lærere og undervisning” som kilde til inspiration. Der er altså ikke belæg for at påstå, at lærerne er den primære grund til at så mange fra netop denne studieretning vælger matematik og historie. I den samlede elevgruppe var der 64,5% af eleverne, der fandt emnet afgørende for deres valg af fagkombination. Den procentsats er lavere i denne gruppe. Blandt disse 25 elever er der kun 10 elever (dvs. 40%), der har påpeget emnet som havende afgørende betydning for deres valg. Derimod er der klart en

valgmulighed som springer i øjnene i figur 4.11. Det viser sig nemlig, at 16 af de 25 elever er tvunget til at vælge matematik. Hvorfor de netop vælger at kombinere med historie og ikke for eksempel dansk er dog ikke muligt at forklare ud fra disse data.

Svarmulighed	Antal elever
Jeg ville gerne skrive i matematik. Historie var den bedste kombinationsmulighed.	4 elever
Jeg ville gerne skrive i historie. Matematik var den bedste kombinationsmulighed.	5 elever
Min matematiklærer anbefalede fagkombinationen.	3 elever
Min historielærer anbefalede fagkombinationen.	2 elever
Jeg har en idé til emne og fagkombinationen passer til denne.	11 elever
Jeg var tvungen til at vælge matematik. Historie var den bedste kombinationsmulighed.	16 elever

Svarmuligheden “Andre grunde”:

- Jeg var usikker på, hvad jeg skulle vælge, og da kryptologi blev anbefalet så lød det spændende.
- Jeg tænkte at historie var et godt fag kombineret med matematik og historie et fag hvor man kan skrive meget.
- Sidste øjeblik.

Figur 4.11: Rådata for de 25 elever med studieretningen matematik-fysik-kemi, som har valgt fagkombinationen matematik og historie. Data er vedrørende spørgsmålet “Hvorfor vil du skrive SRP i fagkombinationen matematik og historie?”.

4.4 Elevernes forudsætninger for at beskæftige sig med matematikhistorie i studieretningsprojektet

Som titlen antyder lægger dette afsnit op til en diskussion af, hvorvidt eleverne har forudsætningen for at beskæftige sig med matematikhistorie i studieretningsprojektet. Hvis eleven ikke tidligere har beskæftiget sig med matematiske kilder kan det være svært for eleven at håndtere matematikhistorie på en måde, som sikrer et godt samspil med historie (jeg vender tilbage til dette i kapitel 6). Dette afsnit indeholder først og fremmest en oversigt over og analyse/diskussion af elevernes besvarelser på spørgsmål 8, 9 og 10. Dernæst kastes et blik på Jørgensens speciale om lærernes baggrund for at undervise i matematikhistorie [21] samt fagkonsulentens udtalelser om, hvorvidt lærerne underviser i matematikhistorie. Til sidst vil afsnittets titel blive diskuteret i lyset af disse undersøgelser og udtalelser.

Elevernes tidligere erfaringer med forløb

I spørgeskemaets spørgsmål 8, 9 og 10 forsøges det klarlagt, hvorvidt eleverne tidligere er stødt på matematikhistorie og samarbejde mellem matematik og historie. Alle tre spørgsmål har svarmuligheden ja/nej og elevernes besvarelse ses i figur 4.12. Derudover er der mulighed for, at eleverne i fritext kan skrive, hvilke emner de har haft ved spørgsmål 8 og 9, samt hvorhenne de har hørt eller læst om matematikhistorie i spørgsmål 10. Alle disse besvarelser ses i bilag B.6, B.7 og B.8.

200 elever har markeret, at de har oplevet projektsamarbejde mellem matematik og historie (dvs. svaret ‘ja’ til spørgsmål 8). Ud fra besvarelserne ser det ud til, at næsten alle elever henviser til AT-forløb. Se f.eks. følgende citater:

Antal elever	Spørgsmål 8	Spørgsmål 9	Spørgsmål 10
22	Ja	Ja	Ja
58	Ja	Ja	Nej
36	Ja	Nej	Ja
84	Ja	Nej	Nej
30	Nej	Ja	Ja
95	Nej	Ja	Nej
39	Nej	Nej	Ja
182	Nej	Nej	Nej

Figur 4.12: Tabellen viser, hvordan eleverne har besvaret spørgsmål 8, 9 og 10 i spørgsskemaet. For eksempel fortæller skemaets fjerde datalinje, at 84 elever har svaret “ja” i spørgsmål 8 og “nej” i spørgsmål 9 og 10.

- Ja, i et AT om epidemier (3. fag: bioteknologi).
- I et AT-forløb der hed “Hvornår er det sandt?”, Kennedy-mordet i historie og bevisførelse i matematik (3. fag: fysik).
- AT-forløb i 1.g (det første). Renæssance med Euklids elementer og historiske materialer/bygninger, hvor disse elementer indgår (3. fag: billedkunst).

Mange elever nævner blot titlen på forløbet, som det ses i bilag B.6. I en del af AT-forløbene er der 3. fag involveret. Sådanne forløb har ikke nødvendigvis været med til at hjælpe eleverne med at se forbindelsen mellem historie og matematik. I det sidste citat ovenfor nævner eleven et arkitekturforløb, og her bliver billedkunst formodentligt bindeledet mellem historie og matematik. Man kunne forestille sig, at der i matematik arbejdes med geometri, som genfindes i billederne, og billedkunsten sættes i et historisk perspektiv. Den type forløb kan også findes i studieretningsprojekterne. Perspektivet med sammensmeltning gennem et tredje fag vender jeg tilbage til i kapitel 5. Det første citat ovenfor henviser til et emne, som umiddelbart fungerer godt i AT. Matematik bliver formodentligt redskabsfag til at udtale sig om epidemiers udbredelse, mens bioteknologi sandsynligvis beskæftiger sig med sygdommene og historie med et eller flere eksempler på epidemier. De tre fag kommer således med hvert deres syn på sagen og hver deres metode til behandling af det overordnede emne – præcis som det fremgår af bekendtgørelsen, at AT skal. Forløb som dette behøver dog ikke betyde, at eleverne har fået bedre indsigt i mulige projekter mellem matematik og historie. Betragt f.eks. disse elever:

- AT1 hvor vi havde om pesten og sir-modellen. Synes det var svært at se kombinationen med historie og matematik.
- Pest, udbredelse af pest og så historisk betydning.

Eleverne har været igennem et forløb om pest, som ser ud til at være meget brugt, hvis man betragter svarene i bilag B.6, men det har ikke hjulpet dem med at se sammenhængen mellem fagene – måske fordi at det store fokus på fagenes forskellige bidrag til at belyse en faglig problemstilling gør, at der ikke nødvendigvis skabes sammenhæng mellem fagene udover overskriften. Dette virker til at være sagen i det midterste citat ovenfor. Forløbet “Hvornår er det sandt?” bliver nævnt af mange elever, men ud fra beskrivelserne tyder det på, at fagene ikke rigtigt har arbejdet sammen. Eleverne har blot skullet undersøge, hvornår noget er sandt i matematik og hvornår noget er sandt i historie (enkelte elever angiver også andre involverede fag). Det er svært for mig at se, hvor samspillet er mellem matematisk bevisførelse og mordet på Kennedy.

Matematikkens tidlige udvikling	Matematik som redskab
• Euklid og hans aksiomer • Pythagoras • Tallenes historie/talsystemer • Gammel græsk, babylonsk og romersk matematik • Ægyptisk matematik og pyramiderne	• Jakobsstaven og måleredskaber • Enigma og 2. verdenskrig
Differential- og integralregning	Videnskabsteoretisk
• Integralet og arealbestemmelse • Torricellis trompet • Tangentbestemmelse • Newton versus Leibniz	• "Hvornår er det sandt?" • Det gode argument • Udvikling af videnskaben
Matematik i kunsten	Diverse
• Det gyldne snit og Fibonaccital • Arkitektur (bl.a. under studietur)	• Polynomiers division • Fermats sidste sætning • Napoleons trekant • Matematik og Muhammed • Evolution med krabbedata • Matematik i Renæssancen

Figur 4.13: Oversigt over de matematikhistoriske emner, som eleverne nævner i spørgsmål 9.

Spørgsmål 9 drejer sig om matematikhistorie i matematikundervisningen. Alt efter hvordan matematikhistorie er blevet behandlet – hvilket syn på matematikhistorie læreren besidder og har videregivet til klassen – kan det have hjulpet eleverne med at se en sammenhæng mellem matematik og historie. Betragtes figur 4.12 ses at 205 elever har sat kryds i dette felt. Dette svarer til 37,5% af den samlede elevgruppe. Dette tal er faktisk bekymrende lavt taget i betragtning af, at det er en del af bekendtgørelsen, at alle skal igennem et matematikhistorisk forløb i gymnasiet. Det skal endda tages med, at enkelte elever ikke har kunnet skelne mellem dette spørgsmål og spørgsmål 8. For eksempel svarer en elev til spørgsmål 9:

- Et forløb i AT, omkring emnet "Hvornår er det sandt?"

Dette svar burde have været angivet ved spørgsmål 8 i stedet. Diskussionen af, hvorvidt vi kan stole på, at 37,5% af eleverne rent faktisk er blevet undervist i matematikhistorie, fortsættes i næste afsnit.

Som en del af undersøgelsen har jeg bedt eleverne angive hvilke matematikhistoriske emner, de har haft i undervisningen. Jeg har forsøgt at sammenfatte disse forløbstitler i en overskuelig oversigt, som ses i figur 4.13. Det er ikke muligt at udtale sig om forløbene, der ligger bag elevernes titler. Det er for eksempel ikke muligt at sige, om eleverne har læst matematikhistoriske kilder i forbindelse med forløbene. I oversigten ses både emner, der er tæt på pensum, som f.eks. dem under differential- og integralregning. Der er også videnskabsteoretiske emner, som kunne have til formål at give eleverne viden om fagets identitet, som det kræves i bekendtgørelsen. Generelt er det formodentligt lærerens interesser samt skolens traditioner der bestemmer, hvilke matematikhistoriske forløb eleverne oplever.

Spørgsmål 10 om hvorvidt eleverne er stødt på matematikhistorie andre steder end i matematikundervisningen skal hjælpe os med at se, hvor mange elever der rent

faktisk har forudsætningerne for at beskæftige sig med matematikhistorie i studieretningsprojektet. Det optimale er selvfølgelig, at eleverne arbejder med området i undervisningen, men eleverne kan også opnå udmærkede matematikhistoriske kompetencer på egen hånd gennem f.eks. youtube-videoer, men det kræver, at de bruger en del tid på det. 127 elever, dvs. 23,3% af eleverne svarer "ja" til dette spørgsmål. Igen er der nogle elever, der har placeret deres svar forkert. Se f.eks. følgende citater:

- Vi havde et forløb i mat, hvor vi hørte om det.
- Vi har haft noget matematikhistorie i fysik og i AT om matematik og oldtidskundskab.

Den første elev burde have skrevet dette i spørgsmål 9. Den anden elev kunne have skrevet om AT-forløbet i spørgsmål 8, men da historie ikke er en del af fagkombinationen, er det faktisk korrekt af eleven at notere forløbet under spørgsmål 10. Der er et vis overlap mellem historie og oldtidskundskab og det er ikke utænkeligt at eleven har haft matematikhistorie om f.eks. de gamle grækere i et AT forløb mellem matematik og oldtidskundskab. Jeg tror faktisk dette er forløbet, som mange andre elever skriver om under spørgsmål 8, f.eks. som denne elev:

- Pythagoræernes matematik (dog med matematik A og oldtidskundskab C officielt).

Til gengæld er det nok usædvanligt, at have om matematikhistorie i fysik. Det er nok ikke sandsynligt, at dette forløb har været specielt dybdegående – måske har fysiklæreren fortalt nogle anekdoter. Det faglige overlap mellem matematik og fysik er så stort, at mange (tidligere) fysikere også var anerkendte matematikere og derfor er involvering af historisk fysik måske blevet opfattet som matematikhistorie af eleverne. Derudover nævner eleverne i høj grad internettet og nogle få nævner også, at det er i forbindelse med undersøgelse af mulige emner for studieretningsprojektet, at de er stødt på det.

- Jeg læste om det på nettet, da jeg søgte på SRP-emner.
- Hjemmesider med inspiration til SRP-emner.

Det er ikke muligt ud fra elevernes kommentarer at læse, hvor meget de har beskæftiget sig med matematikhistorie. Hvis de kun er stødt på matematikhistorie i forbindelse med søgning efter emne til studieretningsprojekter, er deres kendskab til området formodentligt perifert. Andre antyder, at de har læst lidt mere om det, som f.eks. denne elev

- Oldtidskundskabsundervisningen + egen interesse for at læse om det på nettet osv. Havde også om det i folkeskolen.

Hvis eleverne ikke selvstændigt har arbejdet dybdegående med matematikhistorie, så hjælper det ikke nødvendigvis eleverne til at skabe et sammenhængende projekt mellem matematik og historie. Det er således formodentligt få af eleverne, der har markeret i dette felt, der reelt set under deres projektskrivning får glæde af den viden, de har opnået om matematikhistorie.

Ser eleverne sammenhæng mellem fagene matematik og historie?

Eleverne kan måske ikke umiddelbart se sammenhæng mellem fagene. Fagkonsulentten fortæller i interviewet:

Og det er derfor, selve vejledningsprocessen er rigtig, rigtig vigtig, fordi altså eleverne har brug for at finde ud af, hvordan de får tingene til at hænge sammen. [...] bare fordi de har haft historie og matematik i 2, 5 år, ved de altså ikke, hvor forbindelsesårene er henne.

I spørgeskemaundersøgelsen fortæller en elev:

- Jeg synes matematik indskrænker de yderligere perspektiver, da det i SRP-sammenhæng står (for mig) ret selvstændigt.

Det er altså svært for eleven, at se matematik spille sammen med andre fag. Men hvorfor? Denne elev anser sig selv som værende fagligt dygtig både inden for historie og matematik, men har hverken oplevet matematikhistoriske forløb eller projektsamarbejde mellem matematik og historie. Eleven har altså ikke haft mulighed for at opleve, hvordan matematik kan spille sammen med historie, og bekræfter derfor fagkonsulentens påstand om, at eleverne ikke nødvendigvis selv kan se sammenhænge.

I spørgeskemaundersøgelsen var der under spørgsmålet "Hvorfor vil du ikke skrive i fagkombinationen matematik og historie?" mulighed for at sætte kryds i feltet

Jeg tror, det ville være svært at lave en sammenhængende opgave med fagkombinationen matematik og historie

Eleverne har her mulighed for som begrundelse for deres fravalg at fremhæve sammenhængen. Ud af de 494 elever, der ikke har valgt fagkombinationen matematik og historie, har 159 sat kryds i dette felt (ca. 31%). Umiddelbart ville man så måske tro, at dette er elever, der har valgt kombinationer som dansk-samfundsfag eller fysik-kemi, altså kombinationer hvor fagene hører til under samme hovedområde og derfor umiddelbart har lettere ved at spille sammen. Dette er dog ikke tilfældet. Faktisk har 79 af disse elever, altså ca. 50%, valgt en kombination mellem sciencefag og ikke-sciencefag (jf. definitionen af sciencefag afsnit 4.3). For eksempel har 17 af disse elever valgt bioteknologi og dansk, og 15 har valgt fagkombinationen bioteknologi og historie. Også elever med fagkombinationer nært beslægtet med matematik og historie, som f.eks. matematik og dansk eller fysik og historie, har også sat kryds i dette felt.

Mange elever har altså svært ved at se de to fag spille sammen. Man kan ikke forvente, at eleverne uden videre kan se et sammenspil, hvis de ikke i tidligere forløb er blevet præsenteret for et samarbejde mellem fagene. I spørgeskemaet er der lagt vægt på to mulige samspil, nemlig AT-forløb og matematikhistoriske forløb. Under spørgsmålet med AT-forløb er det også muligt at angive andre samarbejdsprojekter. 92 af disse 159 elever har faktisk sat kryds 'ja' ved spørgsmål 8 og/eller spørgsmål 9. Så det at have oplevet et AT-forløb eller et matematikhistorisk forløb er for disse 92 elever ikke nok - de fravælger stadig studieretningsprojekt i fagkombinationen matematik og historie pga. problemer med at se samspil mellem fagene.

Hvor mange gymnasielærere underviser i matematikhistorie?

Uanset modvilje eller positiv indstilling til undervisning i matematikhistorie i gymnasiet, så er det et krav på STX at der undervises inden for området. Hvad der skal undervises i, og hvordan det skal foregå, er ikke specificeret og er derfor op til den enkelte underviser. Ditte Jørgensen har i 2013 lavet speciale omkring, hvorvidt danske gymnasielærere er rustede til at inddrage matematikhistorie i undervisningen [21]. At bedrive matematikhistorie som beskrevet i kapitel 2, kræver både historiske og matematiske kompetencer, hvilket måske bringer mange undervisere på usikker

grund. I forbindelse med sit speciale har Jørgensen undersøgt i hvor høj grad underviserne føler sig rustede til at undervise i matematikhistorie. Hun fik følgende svar i sin spørgeskemaundersøgelse:

Siden 2007 har der i læseplanen for Matematik på stx-niveau været et krav om gennemførelse af et matematikhistorisk forløb i matematikundervisningen. Opfatter du dig selv som rustet til at gennemføre et matematikhistorisk forløb?

Svarmulighed	Antal personer	Procentdel
I høj grad	185	36,3%
I nogen grad	216	42,4%
I mindre grad	89	17,5%
Slet ikke	20	3,9%

Hendes undersøgelse viser at størstedelen af gymnasielærerne, 78,7%, føler sig rustede til at undervise i matematikhistorie. Hvordan er praksis så – laver de rent faktisk forløb i matematikhistorie? Jeg spurgte fagkonsulenten og hun svarede:

Altså det kommer rigtigt meget an på den enkelte lærer. Altså vi er jo sådan meget privatpraktiserende kan man sige. Og selvom det står i lærerplanerne, at man skal have et eller andet forløb, så kan jeg lige så godt sige det, som det er, at det har de ikke nødvendigvis alle sammen. Jeg tror desværre, at der er rigtigt mange som tager det ind sådan at det er sporadisk undervejs og siger ”så var der i øvrigt også lige den her mand eller den her situation historisk set”, så det fylder ikke noget. Det husker eleverne ikke. Altså de skal jo arbejde med det selv for at de forstår, hvad det er. [...] og jeg tror, hvis du spørger sådan generelt ud på sådan en helt almindelig dansk gymnasieskoles lærerværelse, sådan blandt matematiklærerne, så vil der være kun en lille del af dem, lad os sige 20% måske eller færre, som vil sige, at de har haft et egentligt matematikhistorisk forløb. [...] Og det står i lærerplanen at man skal, men det er ikke ensbetydende med, at man gør.

Fagkonsulenten fortæller, at det er i en meget lille procentdel af klasserne, der bliver gennemført egentlige matematikhistoriske forløb. Med vendingen ”egentlige forløb” mener jeg, at fagkonsulenten henviser til sammenhængende forløb af en vis længde. Således bliver hendes betegnelse ”egentlige forløb” sammenligneligt med en modulbaseret tilgang til undervisning matematikhistorie, hvilket stemmer overens med min fortolkning af bekendtgørelsen. Hun siger også, at hvis der ikke gennemføres egentlige forløb, så husker eleverne det ikke. I spørgeskemaundersøgelsen markerede 37,5% af eleverne, at de havde oplevet et matematikhistorisk forløb, hvilket er flere end fagkonsulentens 20%, men langt fra Jørgensens 78% rustede lærere. I fem af de 26 klasser er der ingen elever, der nævner et matematikhistorisk forløb. I disse klasser har der enten intet forløb været eller også har forløbet ikke været italesat. I de resterende klasser har mindst én elev nævnt et forløb. Jeg oplevede også under uddelingen af spørgeskemaer et par undervisere, der slog ud med armene og erkendte overfor hele klassen, at der ikke havde været et forløb (endnu). Det er vigtigt at bemærke, at eleverne på spørgetidspunktet ikke har afsluttet deres gymnasiale undervisning, og læreren kan have valgt at placere et matematikhistorisk forløb i slutningen af 3.g. På min vej rundt stødte jeg kun på to lærere, som sagde ”jo, I har da haft om...”, da eleverne spurgte hvorvidt de havde haft matematikhistoriske forløb. I besvarelsen skriver eleverne hvilket emne forløbet har drejet sig om, og disse kommentarer afslører, at nogle elever har krydset feltet af, uden at de har haft et egentligt matematikhistorisk forløb, se f.eks. citaterne:

- Vi ser ofte på gamle matematikere.
- Nej, men min matematiklærer er god til at knytte historiske bemærkninger.
- Når folk ikke afleverer deres afleveringer skal de fremlægge om en historisk matematiker og alt de stod for.

Dette er citater fra elever, der har skrevet, at de har haft matematikhistoriske forløb, men det er tydeligt, at de ikke har haft længerevarende forløb, men blot hører lidt hist og her omkring historien bag matematikken. Der er en anseelig mængde af elever i undersøgelsen, som ikke rigtigt ved, om det forløb de omtaler er matematikhistorisk. Mange henviser til AT-forløb, og nogle skriver som denne elev:

- Ved ikke helt hvad der menes med matematikhistorie. Vi havde i forbindelse med studietur om matematik i spansk arkitektur.

Det er ikke muligt for mig at afgøre, hvorvidt eleven har været undervist i matematikhistorie i forbindelse med sin studietur, da det i høj grad handler om tilgangen til emnet arkitektur. Derfor kan antallet af elever, der har været udsat for matematikhistoriske forløb godt være under 37,5%. Det kan også gå den anden vej - at eleverne ikke har taget sig ordentlig tid til at udfylde skemaet og i farten har glemt et historisk forløb, de har været udsat for. Det er dog for at minimere dette antal, at jeg ikke krævede total stilhed under gennemførelsen undersøgelsen. Mange elever vendte derfor spørgsmålet med deres sidemand eller flere, og kunne de ved fælles hukommelse ikke komme på et forløb, har de måske ikke haft et.

Vi kan fra ovenstående undersøgelse og fagkonsulentens udtalelse med sikkerhed konkludere, at det ikke er en selvfølge, at eleverne udsættes for et egentligt forløb i matematikhistorie, dvs. lærerne ikke har udført et matematikhistorisk forløb med en modulbaseret tilgang. Fortolkningen af bekendtgørelsen giver underviserne frihed, og selvom de er opfatter sig selv som rustede til at undervise i matematikhistorie, er det ikke sikkert, at de rent faktisk laver et forløb for deres elever. Præcis hvor mange elever, der udsættes for forløb, kan bestemmes ved en omfattende undersøgelse af undervisere og undervisningsbeskrivelser – et arbejde der ligger uden for rammerne af dette speciale.

4.5 Opsamling af undersøgelsens resultater

Eleverne henter inspiration mange steder fra. Jeg har forsøgt at kategorisere elevernes svar, og det viser sig, at relativt få elever (under 40%) nævner lærere eller undervisning som inspirationskilde. Procentsatsen bliver kun lidt højere, hvis man betragter elevgruppen, hvor matematik indgår i valget af fagkombination. Da matematik ofte er svært at relatere til hverdagen, kan den manglende inspiration i undervisningen betyde, at problemstillingen tager sit udgangspunkt i et andet fag. Hermed risikerer matematik i høj grad at blive redskabsfag (jeg vender tilbage til dette perspektiv i kapitel 5). Man kunne derfor ønske, at lærerne løbende gennem undervisningen blev bedre til at lægge små spor ud med inspiration til et studieretningsprojekt, som vejledningen i matematik A [14] anbefaler. Dette løbende arbejde vil på sigt både hjælpe lærere og elever med at sikre en bred vifte af mulige emner og klæde eleverne på til at træffe et kvalificeret og velovervejet valg.

Spørgeskemaundersøgelsen viser også, at det er vigtigt for størstedelen af eleverne at have en idé til emne allerede inden fastlæggelse af fagkombination. bekendtgørelsens beskrivelse af studieretningsprojektet sætter også emnet (frem for fagene) i centrum. Derfor hænger den nuværende struktur på de undersøgte gymnasier dårligt sammen med den reelle valgprocess. At skulle vælge fagkombination før emne med kun en begrænset mængde vejledning inden vækker stor frustration hos nogle elever.

I undersøgelsen har 9,5% af deltagerne valgt fagkombinationen matematik og historie. Fagkonsulenten og flere undervisere har udtalt, at det ofte er de matematikfagligt svage elever, der vælger denne fagkombination. Betragter vi niveauet på de elever i undersøgelsen, der har valgt fagkombinationen matematik og historie, og sammenligner med elever, der ikke har valgt fagkombinationen matematik og historie, kan fagkonsulentens udtalelse ikke bekræftes. Sammenligner vi dem til gengæld med elever, der har valgt matematik, men ikke historie, er fordelingerne ikke ens. De elever, der vælger matematik, men fravælger historie, er generelt dygtigere end elever, der vælger fagkombinationen matematik og historie. For at forstå dette skal vi betragte studieretningerne. Cirka halvdelen af eleverne med fagkombinationen matematik og historie kommer fra studieretningen matematik-fysik-kemi og heriblandt er 17 elever tvunget til at vælge matematik. Det er formodentligt denne elevgruppe, der tipper billedet. Disse elever kan ikke fravælge matematik, selvom de har svært ved det. Det er dog stadig ikke korrekt at sige, at det udpræget er de svage elever, der vælger fagkombinationen – elever fra alle niveauer vælger fagkombinationen, både de dygtige og de svage. At de svage i høj grad bliver bemærket af lærerne kan skyldes, at disse elever er meget svære at håndtere i projekter med matematik og historie. Jeg vender tilbage til dette perspektiv i kapitel 6, hvor jeg gennem matematikhistorie vil give lærerne inspiration til en måde at håndtere udfordringen på.

Vi kan desværre konkludere, at eleverne ikke nødvendigvis har forudsætningerne for at beskæftige sig med matematikhistorie i deres studieretningsprojekt. Mange elever oplever AT-forløb mellem matematik og historie, men de bidrager ikke nødvendigvis positivt til elevernes oplevelse af forbindelsesårene mellem fagene – nogle gange har de ligefrem den modsatte effekt. I spørgeskemaet fremhæver ca. 30% af eleverne den manglende forbindelse mellem fagene som én af grundene til fravalget af fagkombinationerne matematik og historie. Fagkonsulenten påpeger også elevernes problemer med at se sammenhæng mellem fagene. Hun fremhæver vejledningsprocessen som løsningen. Jeg vil i stedet fremhæve løbende inspiration i undervisningen som løsningen. Hvis det kan lade sig gøre at lave et forløb med en fælles problemstilling for de to fag, viser det eleverne, hvor sammenhængen kan være. Optimalt skal disse emneidéer dukke op i løbet af undervisningen, således at eleverne har set nogle forbindelsesåre, inden de skal vælge fag til studieretningsprojekt. Ligeledes skal de gerne have arbejdet med matematikhistorie, da det ellers er risikabelt for dem at beskæftige sig med området i studieretningsprojektet (dette vender jeg tilbage til i kapitel 6).

Som det sidste i dette afsnit vil jeg bemærke elevernes store fokus på dette projekt, og hvor meget det betyder for dem. Se f.eks. denne elev:

Jeg er meget ked af at skulle lave SRP, jeg er i tvivl om hvorvidt jeg ville have valgt denne studieretning eller overhovedet gået på gymnasiet, hvis jeg havde vist vi skulle lave opgaven. Jeg synes, kravene for hvilke fag man kan vælge og hvor meget opgaven tæller er urimeligt.

Kapitel 5

Problemformuleringer for studieretningsprojekter i fagkombinationen matematik og historie

Matematik og historie er en meget brugt fagkombination i forbindelse med studieretningsprojekter. Både min spørgeskemaundersøgelse og en database med problemformuleringer, som jeg har haft adgang til, viser, at næsten hver tredje elev, der har skrevet i matematik, vælger at kombinere matematik med historie. Derfor er der også igennem de sidste år stillet mange problemformuleringer i fagkombinationen. Dette kapitel har til formål at analysere, hvordan fagene matematik og historie spiller sammen i studieretningsprojekternes problemformuleringer.

Første afsnit indeholder en række tidligere stillede problemformuleringer og forsøger at give et billede af, hvilke opgavetyper der typisk stilles. Det andet afsnit karakteriserer de forskellige typer samspil, der kommer til udtryk i problemformuleringerne.

Det er vigtigt at bemærke, at omkring udarbejdelsen af problemformuleringerne ligger en vejledningsproces – et samarbejde mellem lærere og elev. Derfor kan der sagtens være tanker bag problemformuleringerne, som er indforstået mellem lærere og elev. Jeg har kun adgang til problemformuleringerne og kan derfor kun udtale mig om indholdet af disse og forsøge at lave forestillinger om, hvordan en opgave kunne blive ud fra den stillede problemformulering.

5.1 Tidligere stillede problemformuleringer i fagkombinationen matematik og historie

Jeg har haft adgang til 118 problemformuleringer fra flere forskellige gymnasier, som alle er stillet i fagkombinationen matematik og historie. 42 af de 118 problemformuleringer ved jeg er stillet i 2013 eller 2014. For de sidste 76 kender jeg ikke årstallet for hver enkelt, men jeg ved, at de er indsamlet jævnlige over de sidste 7 år. Mange emner går igen i flere problemformuleringer. Bemærk dog at problemformuleringerne ikke må være helt ens:

4.3. Elever, der har valgt samme område, skal have forskellige opgaveformuleringer. [37]

Det vil sige, at selvom to elever synes, at det samme emne er interessant, skal problemformuleringerne være forskellige, så elevernes opgaver bliver forskellige. De problemformuleringer, jeg har haft adgang til, fordeler sig således på emner:

- Kryptologi (47 stk.)
- Antikkens Grækenland (18 stk.)
- Renæssance (13 stk.)
- Det gamle Ægypten (9 stk.)
- Epidemier (5 stk.)
- Oplysningstiden (5 stk.)
- Sophie Germain (5 stk.)
- Spilteori og Cubakrisen (4 stk.)
- Babylonernes matematik (4 stk.)
- Navigation (3 stk.)
- Andet (5 stk.)

Jeg har udvalgt 7 problemformuleringer inden for 5 af de ovenstående emner. Problemformuleringer og emner er valgt ud fra hvilke, der er mest benyttede. Jeg kommer derfor omkring problemformuleringer stillet inden for emnerne kryptologi, antikkens Grækenland og renæssancen. Problemformuleringer stillet inden for ægyptisk matematik er udeladt, da disse særbehandles i afsnit 6.3. Jeg har derudover valgt at supplere med problemformuleringer inden for emnerne epidemi og spilteori og Cubakrisen, for at vise bredden af fagkombinationen matematik og historie. De udvalgte problemformuleringer inden for disse to emner sikrer en nuanceret samspilsanalyse, da de indeholder gode eksempler på en samspilstype, som ikke er at finde inden for de mest brugte emner.

Kryptologi

I de problemformuleringer, jeg har haft adgang til, er dette emne uden sammenligning det mest brugte. Mere end hver tredje problemformulering ligger inden for området. Det er forskelligt, hvordan emnet gribes an. Da mængden af forskellige problemformuleringer er stor, har jeg valgt at inkludere to problemformuleringer herunder, som hver især illustrerer forskellige vinkler på emnet og repræsenterer en stor gruppe lignende problemformuleringer.

Oftest omhandler krypteringsopgaverne den tyske krypteringsmaskine Enigma. En del problemformuleringer vælger at holde sig helt inden for området og hermed lade Enigma være elementet, der binder fagene sammen. Opbygningen af Enigma – kryptering og dekryptering – bygger på matematiske principper. Ligeledes har krypteringsmaskinen spillet en stor rolle i 2. verdenskrig. Dette er et eksempel på sådan en problemformulering:

Problemformulering 1: Arbejdet med og betydningen af afkodning af Enigma kodemaskinen for 2. Verdenskrigs forløb.

- En redegørelse for krigens forløb før brydning af Enigma-koden. Herunder hvilken betydning det havde for atlantehavskrigen, at tyskerne kunne sende krypterede beskeder.
- Giv en redegørelse og en analyse af bestræbelserne med afkodningen af den tyske Enigma kodemaskine. Herunder skal du redegøre for krypteringsmaskinen Enigmas opbygning, funktion og den kombinatorik, der knytter sig til systemet, samt kryptosystemets styrker og svagheder. Derudover skal du forklare hvilke krav der stilledes til et kryptosystem under anden verdenskrig.
- En redegørelse for og vurdering af betydningen af brydningen af Enigma-koden for krigens videre forløb.

Kryptologi er et af de få matematiske områder, der direkte har indvirkning på historien, hvilket får denne problemformulering til at spille godt sammen. Problemformuleringens overskrift dækker over elementer både i historie og matematik og underspørgsmålene sikrer sammenspil mellem fagene – for eksempel er en diskussion af kryptosystemets styrker og svagheder både vigtigt af matematiske og historiske årsager.

I en stor del af problemformuleringerne lader det til, at læreren har haft en matematisk stærk elev og derfor synes læreren måske, at matematikken bag Enigma er for simpel, for lavt matematikfagligt niveau. Derfor er det forsøgt at blande RSA-kryptering ind i problemformuleringen. Se dette eksempel:

Problemformulering 2: Kodebrydning og den tyske ubådskrig under 2. Verdenskrig

- En redegørelse for tyskernes ubådskrigsførelse mod England, herunder ønskes en kildekritisk analyse af admiral Dönitz' erindringer.
- En diskussion af Enigma-kodens betydning for den tyske ubådskrigsførelse og en vurdering af om tyskerne ville have vundet krigen, hvis ikke Enigma var blevet brudt.
- Beskriv udviklingen i kryptosystemer helt frem til RSA-kryptosystemet. I forbindelse med RSA-kryptosystemet skal følgende opgave inddrages: Vælg to to cifrede primtal og konstruer en offentlig nøgle. Beregn den hemmelige nøgle og krypter klarteksten KRIG, idet der anvendes bogstavnummereringen A=01, B=02 etc. Dekrypter kryptoteksten.
- Indfør den matematik og talteori, du finder nødvendig for opgaven.
- Omtal tilsidst sikkerheden i RSA-kryptosystemet.

Når jeg læser titlen på denne forventer jeg umiddelbart en problemformulering lignende problemformulering 1. Det viser sig dog, at det første ord "kodebrydning" nærmere henviser til RSA-dekryptering end Enigma. Opgaven virker todelt. Det første og andet punkt er historiefaglige. Punkterne indeholder alle begreber 'redegørelse', 'analyse', 'diskussion' og 'vurdering', der skal til for at sikre de taksonomiske niveauer i en historieopgave. Eleven bliver ikke bedt om at undersøge, hvordan Enigma fungerer. Det tredje punkts første sætning forsøger at binde opgaven sammen. Eleven bliver bedt beskrive udviklingen i kryptosystemer frem til RSA. Dette spørgsmål er formodentligt svært for eleven, da eleven endnu ingen kryptosystemer har beskrevet. Dette spørgsmål har ikke engang fået et selvstændigt punkt i problemformuleringen, og man kunne derfor forestille sig, at det bliver negligeret i opgaven og kun får minimal opmærksomhed – måske en kort opremsning af krypteringsmetoder på et helt redegørende niveau. Hvis spørgsmålet skal have fuld opmærksomhed, bliver det hurtigt omfattende, og eleven får problemer med at overholde sidestalsgrænserne. Sidste halvdel af problemformuleringen er primært matematisk og indeholder ikke referencer til Enigma, hvilket gør det vanskeligt for eleven at skabe sammenhæng mellem opgavens dele. Jeg har som nævnt set mange problemformuleringer, der forsøger at kombinere Enigma med RSA-kryptering. Resultaterne er sjældent gode. Der bliver ofte en todeling af opgaven – én del om 2. verdenskrig og Enigma med et historisk fokus og én del om RSA-kryptering med et matematisk fokus. Mange problemformuleringer forsøger at skabe en overgang mellem disse to elementer ved f.eks. som ovenstående at bede eleven redegøre for udviklingen inden for krypteringsmetoder, men det ændrer sjældent indtrykket af en todelt opgave. Jeg har også haft adgang til et par problemformuleringer lignende denne, men hvor det indledende område har været "Mary Stuarts breve" frem for Enigma. Konklusionen ved disse er dog den samme som ved problemformulering 2 – der bliver skabt en todeling af opgaven. Problemformulering 1 og 2 viser, at emnet ikke nødvendigvis afgør, hvor god sammenhæng der er i problemformuleringerne.

Epidemier

Epidemier er også et meget brugt emne til studieretningsprojekter. Matematisk modellering kan fortælle noget om udbredelsen af epidemier, og udbredelse og konsekvenser af epidemier er af stor historisk interesse. Nogle problemformuleringer er meget konkrete både omkring hvilken epidemi, der skal betragtes og hvilken matematisk model, der skal benyttes.

Problemformulering 3 (stillet i 2013): Koleraepidemien i Danmark i 1850'erne

- Der ønskes en redegørelse for koleraepidemiens omfang og udvikling i Danmark i midten af 1800-tallet.
- Endvidere ønskes en gennemgang af epidemimodellen SIR eksemplificeret ved selvvalgte data og en diskussion af SIR modellens anvendelighed.
- Undersøg på baggrund af udvalgte kilder, hvordan koleraepidemien påvirkede befolkningen og hvordan epidemien blev håndteret af læger og politikere?
- Hvilke konsekvenser fik epidemien?

Punkt et er både matematisk og historisk, da det danner baggrund både for de senere historiske perspektiver og anvendelsen af matematik. Andet punkt er matematisk og de sidste to punkter er historiske. Koleraepidemien danner rammen for opgaven og opgavens primære problemstilling er derfor umiddelbart inden for historie. Man kunne forestille sig, at meningen er, at SIR modellen skal anvendes på data fra koleraepidemiens udbredelse, men det står ikke eksplicit i problemformuleringen. Uden denne anvendelse af modellen virker det dog til, at opgaven ville blive helt todelt, da det andet punkt ikke rigtigt relaterer til de resterende.

Spilteori og Cubakrisen

Dette område er ligesom de to ovenstående inden for 'anvendt matematik'. Det er dog ikke nær så udbredt et emne i de studieretningsprojekter, jeg har haft adgang til, som de ovenstående. Dette skyldes formodentligt at spilteori ikke er så udbredt en matematisk disciplin (det er ikke en obligatorisk del af universitetsstudiet i matematik på Aarhus Universitet og er derfor ikke nødvendigvis kendt af lærerne). De problemformuleringer, jeg har adgang til, kobler alle spilteori med cubakrisen og ikke andre lignende historiske situationer.

Problemformulering 4 (stillet i 2013): Cubakrisen

- Redegør kort for Cubakrisens baggrund og forløb i oktober 1962.
- Analyser de amerikanske beslutningstageres valgmuligheder, herunder hvilke hensyn de skulle tage.
- Redegør matematisk for spilteoretiske metoder til at beskrive, beslutnings- og forhandlingsteorier.
- Beskriv matematisk "prisoners dilemma" og hvordan denne teori benyttes under Cubakrisen.
- Vurdér tilslut hvilke følger krisen fik for Sovjet og USA.

Laves opgaven efter strukturen, som fremgår af problemformuleringen, indledes og afsluttes den med et historisk perspektiv (optakt, forløb og konsekvenser). Hermed danner historie rammen om projektet og sætter Cubakrisen i centrum, som overskriften også antyder. Matematik benyttes til at skabe lys over de strategiske beslutninger, der tages under Cubakrisen. Punkt to skaber den historiske ramme for den matematiske anvendelse, punkt tre introducerer matematikken og punkt

fire giver den egentlige anvendelse af den matematiske teori i den historiske kontekst. Det er dog ikke et krav, at eleven skal løse opgaven efter den struktur, der er angivet i problemformuleringen. En fælles overskrift for opgaven kunne have været “beslutningsprocesser”. Problemformuleringen kunne i så fald bede eleven analysere beslutningsprocesser, både teoretisk og i praksis. En anden vinkel kunne være at lade matematikken være i fokus og benytte Cuba-krisen som et eksempel på anvendelse af den matematiske teori. Det er dog ikke umiddelbart disse strukturer denne problemformulering lægger op til – den lægger op til en historisk beskrivelse af Cubakrisen med anvendt matematik til at belyse beslutningsprocesserne.

Antikkens Grækenland

Antikkens Grækenland er et meget populært emne i mit udvalg af problemformuleringer. Matematikken er en smule mere kompliceret end gammel ægyptisk eller babylonsk matematik. Inden for dette emne bliver filosofi ofte inddraget pga. det tætte samspil mellem filosofi og matematik i det græske samfund.

Problemformulering 5 (stillet i 2013): Græsk matematik

- Giv en kort redegørelse for det græske samfunds udvikling i tiden frem til den romerske erobring af landet med henblik på en analyse af samspillet mellem matematik og samfund.
- Redegør for pythagoræernes matematik herunder figurtal, og vurder hvilke problemer de inkommensurable størrelser gav pythagoræerne.
- Gennemgå og bearbejd beviset for Pythagoras’ sætning og dennes omvendte sætning i Euklids Elementer.
- Diskuter til sidst hvorfor oldtidens filosoffer netop gav matematikken en så central placering.

Problemformuleringen starter meget klassisk med at bede eleven redegøre for samfundet. Den lille specifikation/fokusering er også typisk – i dette tilfælde er den med til allerede indledningsvis at sikre relationen mellem matematik og historie. De to midterste punkter ser umiddelbart ud til at være rent matematiske. Sidste spørgsmål relaterer matematikken til filosofi. Jeg havde troet, at dette spørgsmål ville binde fagene sammen, men i denne problemformulering ligger det sidste spørgsmål inden for filosofi nærmere end historie. Derudover er spørgsmålet måske svært for en elev at svare på – især hvis der ingen sammenhæng er mellem svaret/diskussionen og de ovenstående punkter i problemformuleringen.

Renæssancen

Renæssancen er et emne med mange forskellige matematiske vinkler. Her kan nævnes kunst/perspektivtegning, det gyldne snit, Fibonacci og tredjegradslikninger. Denne bredde er ikke forsøgt illustreret i udvalget af problemformuleringer. De to problemformuleringer herunder er derimod udvalgt ud fra opbygning og det faglige samspil.

Ét af områderne er ‘det gyldne snit’. I problemformuleringer med dette omdrejningspunkt vil kunst ofte blive inddraget i problemformuleringen.

Problemformulering 6 (stillet i 2014): Matematikken i renæssancen. Med henblik på det gyldne snit.

- En redegørelse for baggrunden for renæssancens gennembrud i Italien og for det gyldne snit.
- Redegørelsen skal indeholde udledningen af det gyldne snit og metode til konstruktion af det gyldne snit samt en beskrivelse af det gyldne

rektangel samt dets konstruktion. Gør rede for sammenhængen mellem det gyldne snit og det gyldne rektangel.

- En analyse af, hvordan det gyldne snit anvendes i renæssancens kunst.
- En analyse af nedenstående citat af Johannes Kepler med henblik på at fastslå renæssancens syn på videnskab, matematik og menneske.
“Dog, hvortil så mange ord? Geometrien går forud for tingenes skabelse og er lige så evig som Guds ånd; den er Gud selv (hvad er i Gud, som ikke er Gud selv?) og har leveret de forbilleder, hvorefter han har skabt verden. Sammen med Guds billede er den gået over i menneskene, og den er ikke først blevet optaget i det indre gennem øjnene (som Aristoteles har hævdet).” (Johannes Kepler: Harmonices mundi libri quinque, 1619)
- En diskussion af, hvilken sammenhæng der er mellem det gyldne snit i kunsten og renæssancens syn på videnskab, matematik og mennesket.

Bemærk punkt tre som omhandler, hvordan det gyldne snit anvendes i renæssancens kunst og punkt seks om sammenhængen mellem det gyldne snit i kunsten og renæssancens syn på videnskab, matematik og mennesket. Disse to punkter viser, hvordan fagene matematik og historie begge kobles sammen med kunst. ‘Renæssancens kunst’ kunne lige så passende have været overskrift for problemformuleringen, da dette er elementet der skaber sammenhæng i problemformuleringen.

En mere inddirekte vinkel på det gyldne snit kunne være fibonaccitallene.

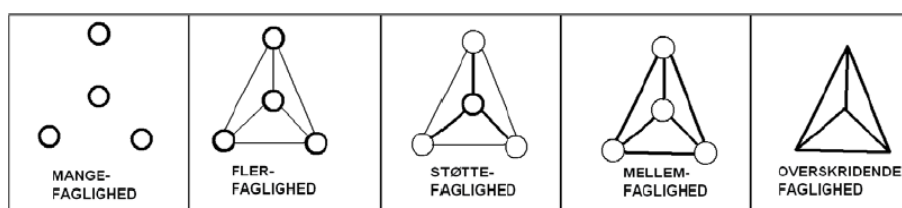
Problemformulering 7: Fibonaccitallene

- Der ønskes en redegørelse for hovedtendenserne i den italienske renæssance, med henblik på en analyse af de filosofiske og kunstneriske nybrud under inddragelse af de vedlagte kilder (bilag 1 + 2)
- Indfør Fibonacci-tallene og gør rede for sammenhængen med det gyldne snit.
- Redegør for nogle af de relevante matematiske egenskaber ved Fibonaccitallene og bevis mindst en af de tilhørende matematiske sætninger.
- Der ønskes en vurdering af renæssancen som brud med eller fortsættelse af middelalderlige udviklingstendenser under inddragelse af artiklen “Genfødsel. Drømmen om et nyt samfund” (bilag 3)

I punkt to bygges der op til ‘det gyldne snit’, men punkt tre bringer igen fokus tilbage på Fibonaccitallene. I punkt et nævnes også ‘kunstneriske nybrud’, men dette er ikke sat i relation til det gyldne snit. Punkt et handler om hovedtendenser i renæssancen inden for filosofi og kunst (ikke matematik). Ligeledes handler punkt fire om udviklingstendenser, men uden relation til Fibonacci og matematik generelt. Kritisk betragtet ligner det, at historielæreren har lavet første og sidste punkt og matematiklæreren de midterste, uden at lærerne har kommunikeret omkring, hvad den røde tråd skal være igennem opgaven. Der er selvfølgelig en vejledningsproces omkring opgaven, som skaber denne sammenhæng, men som problemformuleringen står her, er den i høj grad todelt.

5.2 Karakterisering af samspillet mellem matematik og historie i problemformuleringerne

I dette afsnit skal vi forsøge at karakterisere, hvordan fagene matematik og historie spiller sammen i problemformuleringer. Begrebet, der ofte benyttes om disse samspil mellem fagene er “tværfaglighed” (begrebet benyttes f.eks. i bekendtgørelsen bilag 35, afsnit 3.2 om ‘Matematik A’), men hvad betyder begrebet “tværfaglighed”? I Jensen [20] gives en fortolkning af begrebet “tværfaglighed” ved en opdeling i fem forskellige grader af tværfaglighed, som varierer mellem helt adskilte fag uden sammenhæng, til projekter, hvor de enkelte fag ikke kan ses (se figur 5.1).



Figur 5.1: Model for typer af tværfagligt samspil mellem fagene. Cirklerne symboliserer fagene og stregerne forbindelsen. Modellen præsenteres i Kasper Jensens artikel [20].

I forhold til studieretningsprojekters problemformuleringer vil jeg med det samme udelukke to af kategorierne defineret af Jensen. Betragt bekendtgørelsens krav til probleformuleringer:

4.4. Opgaveformuleringen udfærdiges af elevens vejleder(e). Den skal rumme såvel fagspecifikke som tværgående faglige krav i de indgående fag, og der skal være krav om fordybelse, der på væsentlige punkter ligger ud over arbejdet i mindst ét af fagene. [...] [37]

Bemærk formuleringerne “fagspecifikke krav” og “tværgående faglige krav”, hvilket betyder, at der både skal være krav som relaterer til de enkelte fag samt krav, der går på tværs af fagene. For at kunne stille krav, der går på tværs af fagene er det nødvendigt med en eller anden relation mellem fagene. Hermed kan vi udelukke ‘mangefaglighed’ – dette må ikke i følge bekendtgørelsen optræde i problemformuleringer. Kravet om fagspecifikke krav fastslår, at opgaven er nødt til at have en forankring i fagene. Jensen definerer: “*Overskridende faglighed*. Alle faggrænser udviskes, og der arbejdes alene på at løse en ydre problemstilling.”. Uden faggrænser ville det ikke være muligt at stille fagspecifikke krav. Derfor er det ikke en mulighed at problemformuleringen befinder sig i kategorien ‘overskridende faglighed’.

Hermed er de to yderpunkter i følge bekendtgørelsen udelukket. Slutteligt vil jeg fjerne den midterste kategori om ‘støttefaglighed’. Kasper Jensen definerer: “*Støttefaglighed*. Et konstituerende fag styrer ensidigt arbejdets mål, mens yderligere et eller flere støttefag bidrager, almindeligvis med metoder, til at opnå målene. Støttefagene tilpasses altså det konstituerende fags behov.” I tilfældet med kun to fag i spil, antyder dette ét af fagene negligeres – at det kun kommer i spil efter behov fra det andet fag. I målet med studieretningsprojektet står, at “eleverne skal kunne beherske relevante faglige mål i de indgående fag” [37]. Dette sætter en begrænsning på, hvor meget et fag kan negligeres. Fagets faglige mål skal stadig i spil i problemformuleringen. Der kan dog trækkes en parallel støttefaglighed, og min kategori i med redskabsfag. I så fald kan denne kategori i min model ses som en præcisering af begrebet ‘støttefaglighed’ i relation til studieretningsprojekter. Her er der ikke tale om, at det ene fag ensidigt styrer arbejdets mål, men blot at den primære problemstilling ligger inde i ét af fagene, og det andet fag (blandt andet) bliver et redskab til at belyse denne.

Kasper Jensen [20, s. 37] karakteriserer gode samspil i studieretningsprojekter ved at ligge så langt til højre i figur 5.1 som muligt. Han forklarer dog, at mange opgaver ikke når videre end flerfagligheden, og bemærker store problemer med parallelsopgaver. Kasper Jensen lavede sit speciale i 2008 med besvarelser fra den 1. årgang i gymnasiet, der lavede studieretningsprojekter. Det må derfor forventes, at der er sket stor udvikling i opgaver og problemformuleringer siden da. For at karakterisere nyere problemformuleringerne er det nødvendigt med en model,

der ikke kun karakteriserer graden af tværfaglighed. En mere nuanceret og specifik model er nødvendig, hvor der fokuseres på typer af samspil mellem matematik og historie. Inspireret af Jensens model for tværfaglighed har jeg konstrueret modellen vist på figur 5.2, som karakteriserer samspilstyper mellem matematik og historie i problemformuleringer. For bedst muligt at forklare kategorierne gennemgås de her tilknyttede eksempler fra det foregående kapitel.



Figur 5.2: Model til beskrivelse af samspillet i studieretningsprojekter med fagkombinationen matematik og historie. Modellen har jeg konstrueret med udgangspunkt i nye problemformuleringer og med inspiration fra Jensens model (figur 5.1).

Den første kategori, **Fælles overskrift**, dækker todelte problemformuleringer - dvs. hvor kun overskriften er fælles. I problemformuleringer af denne samspilstype kan det klart adskilles, hvilke dele af problemformuleringen, der er matematikfaglige, og hvilke, der er historiefaglige. Et eksempel på dette er problemformulering 2 om kryptering både omfattende Enigma og RSA kryptering. Overskriften “Kodebrydning og den tyske ubådskrig under 2. Verdenskrig” trækker spor både til den matematiske perspektiv, RSA kryptering, (kodebrydning) samt en historisk problemstilling (brudet af Enigmakoden under 2. verdenskrig). Som diskuteret i det foregående afsnit virker problemformuleringen todelte uden en klar kobling mellem de to første og de to sidste punkter - fagene matematik og historie er klart adskillelige i problemformuleringen, og der er ingen fælles problemstilling, der binder opgaven sammen. Et andet eksempel findes inden for emnet ‘renæssancen’. Problemformulering 7 har titlen Fibonaccitallene, som kun refererer til den matematiske del af problemformuleringen. De omkransende historiespørgsmål sættes ikke i relation til hverken personen Fibonacci eller matematik relateret Fibonaccitallene. Derfor ligger denne problemformulering under kategorien ‘Fælles overskrift’. Det er vigtigt at nævne, at selvom problemformuleringer er kategoriseret som kun havende en “fælles overskrift”, kan det sagtens være, at det færdige studieretningsprojekt har en udemærket forbindelse mellem fagene. F.eks. kan der i problemformulering 7 skabes samspil gennem personen Fibonacci og hans levetid i begyndelsen af renæssancen, samt en forbindelse fra Fibonaccital til det gyldne snit til renæssancens kunst. Ved problemformuleringer i denne kategori må det antages, at den omkringliggende vejledningsprocess har guidede eleven til at se sammenhæng i problemformuleringen.

Den anden kategori **Fælles problemstilling** dækker problemformuleringer med en overordnet problemstilling, som ligger inden for begge fag og som begge fag hjælper med at belyse. Et eksempel på dette er problemformulering 1. Dette er også en opgave inden for emnet kryptering. Overskriften er “Arbejdet med og betydningen af afkodning af Enigma kodemaskinen for 2. Verdenskrigs forløb.”, hvilket også giver en fælles problemstilling for opgaven. I arbejdet omkring Enigma er det svært at skelne de to fag, da kryptering, dekryptering samt anvendelse af maskinen er relevant inden for begge fag. Alligevel er der noget karakteristisk historie omkring krigens forløb og noget karakteristisk matematik om kombinatorik, hvilket sikrer at fagernes faglighed inddrages. Hermed lever problemformuleringen op til bekendtgørelsens krav.

Da bekendtgørelsen ikke kommer nærmere ind på, i hvilket omfang der bestræbes tværfaglighed i studieretningsprojekter, spurgte jeg fagkonsulenten i matematik om

dette i interviewet. Jeg præsenterede hende for de to førstnævnte kategorier, og hun sagde:

Der er ingen tvivl om, at politisk så er der fokus på forbindelsen. Det er det, vi skal. Det er det, vi er forpligtet til. De må ikke lave en parallelsprogsopgave. Det skal forbindes, og det er forbindelsen der gør forskellen.

Det er altså 'den fælles problemstilling', der skal bestræbes, frem for 'den fælles overskrift'. Fagkonsulenten forklarer senere i interviewet, at det man ikke skal kunne adskille opgaven og sige: "det er historie" og "det er matematik". Fagene skal kobles sammen i en sådan grad, at de ikke gennem hele opgaven kan skelnes fra hinanden. I kapitel 6 vises, hvordan kildebaseret matematikhistorie kan netop give denne samspilstype. Den fælles problemstilling vil da bestå i fortolkning af en eller flere kilder. Kilderne skal både indeholde matematiske og historierelevante perspektiver, og disse skal betragtes med et historisk syn på matematikhistorie som beskrevet i afsnit 2.2. Et oplagt eksempel på en sådan kilde er Verhulsts beskrivelse af logistisk vækst [6]. Et andet eksempel er ægyptisk 'rationsberegning' samt ægyptiske 'brød og øl opgaver', som er beskrevet i kapitel 6.

De to sidstnævnte kategorier repræsenterer specielle måder at koble de to fag sammen på. Samspilstyperne gør, at de ikke umiddelbart hører til under hverken fælles overskrift eller fælles problemstilling. Disse samspil karakteriseres ikke efter deres 'grad af tværfaglighed' men derimod af måden hvorpå fagene spiller sammen. Begge ses ofte i problemformuleringerne.

Samspilstypen **Redskabsfag** dækker over kombinationer, hvor det ene fag primært bliver redskabsfag. Det kan f.eks. være et historieprojekt, hvor matematik indgår som redskab til at lave statistisk analyse af historiske data, eller det kan være et matematikprojekt, hvor historiefaglige metoder bruges til analyse af matematiske kilder (og historie derudover ikke indgår). Problemformulering 3 om koleraepidemien er et eksempel på denne samspilstype. Her er matematik redskabsfag, som benyttes til at belyse den primære problemstilling vedrørende 'koleraepidemien i Danmark i 1850'erne'. Dette er dog en fortolkning af problemformuleringen, da der ikke direkte står, at epidemimodellen skal anvendes på koleraepidemien. Dog bliver afsnittet om SIR-modellen meget afskærmet fra resten af opgaven, hvis koleraepidemien ikke benyttes som eksempel. Jeg tror derfor, at vejledernes hensigt har været at modellen skal anvendes på koleraepidemien og vil derfor karakterisere problemformuleringen under denne kategori frem for 'fælles overskrift'. I problemformulering 4 er matematik også redskabsfag. Her er det overordnede emne 'Cubakrisen', og matematik benyttes til at belyse beslutningsprocessen. Som diskuteret i foregående afsnit kunne denne problemformulering uden voldsom omskrivning have ændret fokus til 'beslutningsprocesser' og have beskæftiget sig med forholdet mellem teoretiske og reelle beslutningsprocesser. Hermed ville der have været en fælles problemstilling for de indgående fag, og problemformuleringen havde placeret sig inden for kategorien af samme navn. Dette illustrerer ligesom problemformuleringerne om kryptering, at emnet ikke afgør hvilken samspilstype, der er i problemformuleringen. Dette afgøres af opbygning og indhold.

Den sidste samspilstype er **sammenhæng via 3. fag** – et 3. fag optræder indirekte i opgaven for at skabe sammenhæng. Det 3. fag placerer sig mellem matematik og historie, således at det er samspil mellem historie og det 3. fag, og der er samspil mellem matematik og det 3. fag. Her ses f.eks. diverse projekter om kunst, hvor billedkunst bliver sammenhængen mellem de matematiske beregninger og kunstens indflydelse på/betydning for samfundet. Ligeledes kan fysik være 3. faget, der binder problemformuleringen sammen. For eksempel kan problemformuleringen omhandle matematikken bag og historien omkring en af fysikkens opdagelser. Problemformulering 6 om Renæssancen og det gyldne snit er et eksempel på en problemformulering

med denne samspilstype. Her skaber kunst (faget billedkunst) forbindelse mellem fagene matematik og historie.

Som altid, når det forsøges at sætte problemformuleringer i 'kasser', opstår der en række gråzoner. Et eksempel på en sådan er problemformulering 5 om antikkens Grækenland. Problemformuleringens første punkt lægger op til en fælles problemstilling, der handler om samspillet mellem matematikken og samfundet i antikkens Grækenland. De to meget store matematikpunkter i midten leder tankerne hen på, at historie bliver redskabsfag til at kontekstualisere den bearbejdede matematik. Det sidste punkt inddrager filosofi og derfor kunne det forstås således at filosofi bliver faget, der binder problemformuleringen sammen, dvs. samspilstypen bliver 'sammenhæng via 3. fag'. Hermed er der åbent for at placere problemformuleringen flere steder. Skal vi beslutte os, vil jeg først udelukke det første forslag. I punkt ét benyttes ordet 'kort' og det skal således ikke være den centrale del af opgaven (spørgsmålet er også kun redegørende). En nærmere gennemlæsning viser, at det måske er den sidste kategori, der skal i spil: 'fælles overskrift'. Det matematiske indhold kobles ikke umiddelbart med de omkringliggende spørgsmål. Det handler ikke om matematikkens betydning i samfundet, men derimod om matematikkens position i samfundet. Dette handler i højere grad om matematikkens fundamentale egenskaber end pythagoræernes arbejde, og derfor virker problemformuleringen to-delt. Igen vil jeg nævne, at vejledningsprocessen kan placere den endelige opgave et helt andet sted.

Disse to sidstnævnte kategorier er ikke nødvendigvis ilde set blandt underviserne. I artiklen "Om SRP i historie og matematik" af Rasmus Østergaard giver han sit bud på "to eksemplariske problemformuleringer":

Eksempel 1: Renæssancen

- i) Redegør for den naturvidenskabelige revolution og den samfundsmæssige baggrund for denne udvikling.
- ii) Analyser dernæst Galilei og Tycho Brahes brug af matematik i deres videnskabelige arbejde; herunder specielt deres brug af geometri.
- iii) Vurder betydningen af deres opdagelser på kort og på langt sigt.

Eksempel 2: Jordskredsvalget 1973

- i) Der ønskes først en gennemgang af metoderne bag gennemførelsen af meningsmålingerne i forbindelse med jordskredsvalget i 1973.
- ii) Dernæst ønskes en analyse af resultatet af Jordskredsvalget.
- iii) Endelig ønskes en diskussion af, i hvilket omfang meningsmålinger havde forudset resultatet.

Begge problemformuleringer følger opbygningen: Et spørgsmål i ét fag, et spørgsmål i det andet fag og så et fælles spørgsmål, der binder delene sammen. Ligeledes dikterer spørgsmålene rækkefølgen i besvarelsen, og forhindrer hermed eleven i at sammenkøre opgavens første dele. Problemformuleringerne kan hverken kategoriseres som havende blot en fælles overskrift eller en fælles problemstilling - de lander ligesom et sted imellem disse to kategorier. Fagene er forsøgt kombineret, men i en stor del af opgaven er de stadig adskilt. Til gengæld falder 'eksempel 1' perfekt ind under samspilstypen 'sammenhæng via 3. fag', da fysik (nærmere bestemt astronomi) bliver bindeled mellem fagene. I 'eksempel 2' bliver matematik metodefaget, der bidrager med statistisk analyse, og hermed falder eksemplet under samspilstypen 'redskabsfag'. Hvis en opgave bestræbes, hvor det er svært at adskille matematik og historie fra hinanden, skal man ikke bestræbe sig på disse to sidstnævnte kategorier.

Det største problem er, at problemformuleringen leder frem mod en problemstilling, der enten ligger inden for det éne fag eller ligger inden for et tredje fag. Den overordnede problemstilling ligger altså ikke inden for både matematik og historie. For at skabe god sammenhæng hele opgaven igennem er det nødvendigt med et mål, som begge fag bidrager til at nå.

Som nævnt vil jeg i det kommende kapitel forklare, hvordan matematikhistorie kan skabe problemformuleringer inden for samspilstypen ‘fælles problemstilling’. I den sammenhæng er det vigtigt at nævne, at samspilstypen ikke er sammenfaldende med matematikhistorie. Det kan lade sig gøre at lave problemformuleringer med fælles problemstilling, som ikke omhandler matematikhistorie. Et eksempel på dette er problemformulering 1. Denne er i udgangspunkt ikke matematikhistorisk, da den ikke lægger op til kildeinddragelse, men i højere grad en matematisk analyse af kode-maskinen Enigma. Ligeledes ville den foreslåede omskrivning af problemformulering 4 til at omhandle ‘beslutningsprocesser’ heller ikke skabe en problemformulering inden for matematikhistorie. Lignende problemformuleringer omkring matematisk modellering præsterer også at skabe en fælles problemstilling uden matematikhistoriske perspektiver. Formålet med kapitel 6 er således ikke at give et entydigt billede af, hvorledes en ‘god’ problemformulering ser ud, men i stedet at give et indblik i, hvordan kildebaseret matematikhistorie kan skabe en god problemformulering.

Kapitel 6

Kan fagene matematik og historie forbindes via matematikhistorie? – Et casestudie omhandlende ægyptisk matematik

Spørgekemaundersøgelsen viser, at fagkombinationen matematik og historie vælges af elever på alle faglige niveauer – både matematikfagligt svage og matematikfagligt stærke elever. Fagkonsulenten fremhæver særligt den svage gruppe elever og indikerer hermed, at netop denne gruppe giver lærerne ekstra udfordringer. Jeg vil derfor i det følgende særligt fokusere på de matematikfagligt svage elever ved at tage udgangspunkt i emnet ægyptisk matematik. Det matematiske niveau i ægyptisk matematik er relativt lavt og derfor tilgængeligt for en fagligt svag elev – en elev, der har svært ved f.eks. differential- og integralregning.

I kapitel 5 betragtede vi en række problemformuleringer og konkluderede, at ved nogle var der problemer med at få fagene matematik og historie til at spille sammen. Jeg vil i nedestående med udgangspunkt i ægyptisk matematik illustrere, hvordan kildebaseret matematikhistorie kan få gymnasiefagene matematik og historie til at spille sammen.

Før jeg går i dybden med ægyptisk matematik og herunder en række analyser af matematikhistoriske kilder, vil jeg at skabe en ramme for analyse af matematikhistoriske kilder. Hvordan kan analysen foretages? Hvad skal der til, for at analysen bidrager til skabe sammenhæng mellem fagene matematik og historie?

Efter en diskussion af og et bud på, hvordan de matematikhistoriske kilder kan analyseres, introduceres Det gamle Ægypten og dets dynastier. Dette kan forstås som en del af kildernes kontekstsætning, men også som nødvendig baggrundsviden for at diskutere indhold af tidligere problemformuleringer. Herefter følger et afsnit med tidligere stillede problemformuleringer inden for Det gamle Ægypten/ægyptisk matematik og nogle karaktertræk ved disse bemærkes. Næste afsnit beskæftiger sig med kilderne fra Det gamle Ægypten. Hvilke primærkilder findes og hvordan får vi adgang til disse? Her kommer jeg både ind på historiske og matematiske kilder fra perioden. Til sidst vil jeg med udgangspunkt i en række konkrete kilder fra Det gamle Ægypten give et bud på, hvordan vi med kildebaseret matematikhistorie kan få matematik og historie til at spille sammen i et studieretningsprojekt. Kapitellet afsluttes med to konkrete bud på problemformuleringer inden for kildebaseret matematikhistorie.

6.1 Hvordan kan gymnasieelever håndtere matematikhistoriske kilder?

En kilde kan tilgås på flere måder alt efter hvad formålet er med kildelæsningen. Dette afsnit skal derfor ikke forstås som en facitliste på, hvordan kilder bør læses, men et forsøg på give et nuanceret billede af, hvordan kilder kan læses med udgangspunkt i, at kilden skal bruges til et samarbejde mellem matematik og historie.

Matematikhistorie i studieretningsprojekter er ikke nødvendigvis vellykket. Kasper Jensen [20] har gennemarbejdet en række opgaver og skriver:

Overordnet set virker samspilstypen *matematikhistorie* som et godt grundlag for tværfagligt set gode sammenspil mellem de to fag. Forudsætningen synes dog som det første at være sammenhæng mellem redegørelser, analyser og vurderinger, og for det andet at historie som metode træder tydeligt frem i det konkrete arbejde med opgavens elementer af historisk redegørelse, historisk matematik og kildelæsning. Faren er at opgaven fremstår som to isolerede dele med hhv. en samfundshistorisk fremstilling og en moderne fremstilling af historisk matematik.

Jensen fremhæver problemer med parallelopgaver inden for matematikhistorie, dvs. opgaver hvor ‘matematikdelen’ og ‘historiedelen’ klart kan adskilles, og nævner to grunde til dette. Først og fremmest er der manglende sammenhæng mellem redegørelser, analyser og vurderinger – med andre ord, der skal være sammenhæng mellem opgavens elementer. Hvis opgaven mangler denne sammenhæng, har eleven enten ikke formået at formidle sammenhængen eller også har eleven ikke set sammenhængen. Opgaven bygger på en problemformulering, og som vi så ovenfor er der problemformuleringer under kategorien ‘fælles overskrift’, hvor det kan være svært at se sammenhængen mellem problemformuleringens elementer. Hvis eleven får en sådan problemformulering og ikke bliver vejledt til at se sammenhængen, så kommer elementerne i opgaven formodentligt til at stå særskilte. Hvis problemformuleringen derimod angiver en tydelig forbindelse mellem opgavens dele, er sandsynligheden større for at det lykkes eleven at skabe en sammenhængende opgave. Vi skal altså sørge for sammenhæng mellem problemformuleringens elementer for at skabe de bedst mulige rammer for elevens opgave. Den anden grund til problemer med parallelopgaver, som Jensen nævner, er, at metoderne fra historie ikke er gennemgående for opgaverne. Det er ikke sikkert, at vi kan imødekomme dette problem ved at justere problemformuleringerne. Dette afhænger i høj grad af elevernes brug af og tilgang til kilder, både matematiske og historiske. Hvis eleverne ikke tidligere er stødt på en matematikhistorisk kilde, kan det ske, at eleven behandler kilden som enhver anden matematisk lærebog. Som Jensen skriver:

Ser man på elevernes arbejde med historisk matematik, har dette en tendens til at blive ahistorisk i den forstand at matematikken analyseres via elevernes egen moderne matematikfaglige viden. [20, s. 42]

Han problematiserer således, at eleverne uden videre omtanke ser matematikken i kilderne i lyset af deres egne moderne termer. Han beskriver for eksempel elever, der påstår, at ægypterne havde formler for arealer. Ved oversættelsen til moderne termer forstår eleven kildens indhold, men eleven forstår ikke nødvendigvis, hvordan kildens forfatter tænkte. Ligeledes er der risiko for, at eleven ikke forholder sig kritisk til indholdet – er matematikken korrekt? Det er tænkeligt, at elever, der ikke behandler en matematisk kilde på linje med behandlingen af en historisk kilde, ikke tidligere har beskæftiget sig med matematiske kilder og derfor ikke ved, hvordan de skal håndteres. I spørgeskemaundersøgelsen er det kun 37,5% af eleverne, der skriver, at de har haft et matematikhistorisk forløb, og det er ikke muligt ud fra

deres besvarelser at sige hvor stor en procentdel af disse, der har beskæftiget sig med kildebaseret matematikhistorie. For eksempel er der i oversigten i afsnit ?? nævnt emnet 'Enigma og 2. verdenskrig'. Jeg har ikke kendskab til primærkilder inden for dette område som er brugt i gymnasiet, så jeg vil tro, at dette forløb ikke kan karakteriseres som kildebaseret matematikhistorisk, men der kan findes materiale, jeg ikke har kendskab til. Lad os antage, at en gruppe af eleverne har stiftet bekendtskab med primære matematikhistoriske kilder. Disse elever har måske fået et nuanceret billede, men det kan også være, at de kun er blevet præsenteret for et matematisk syn på matematikhistorie. Hvis forløbet har været en del af matematikundervisningen, kan det have været vigtigt for læreren, at emnet ligger tæt på kernestoffet og bidrager til forståelsen af kernestoffet. Ligeledes har der været en begrænset tidsramme, og for matematikundervisningen er det vigtigste måske at forstå matematikken og ikke at lave en større eksternalistisk undersøgelse af kilden. I et studieretningsprojekt med matematik og historie er det ikke tilstrækkeligt kun at betragte matematikhistorien med et matematisk syn i følge fagkonsulenten:

[...] de skal vide, hvor det problem, de har valgt at beskæftige sig med befinder sig både kulturelt og de lange linjer, hvor i historien opstår det her og hvorfor er det interessant lige præcis på det her tidspunkt. Så der skal være et nuanceret billede af, hvorfor det her er interessant at beskæftige sig med. [...]

Fagkonsulenten omtaler de lange linjer i historien og et bud på, hvorfor netop denne matematik skaber interesse på det tidspunkt i historien. Hun giver således udtryk for, at et eksternalistisk syn på matematikhistorie skal komme til udtryk i elevens opgave.

Fagkonsulenten forklarer også, at hun synes, at der skal indgå kernefaglige historiske aspekter i et studieretningsprojekt i fagkombinationen matematik og historie. Det er ikke tilstrækkeligt at historie kun indgår som metodefag i matematikhistorie. Dette bakkes op af matematikeren og historikeren Rasmus Østergaard [29]:

(...) her må vi stå fast på, at vores matematikkollega skal ud af busken og få øje for matematikkens samfundsmæssige aspekter.

Både Østergaard og fagkonsulenten stiller hermed krav til, hvilken matematik der kan kombineres med historie. Ikke alle matematiske emner er mulige at benytte i et matematikhistorisk projekt. Det er vigtigt at huske, at matematikhistorie er en del af matematikundervisningen og hører til under dette fags kernefaglighed, så historiefaget skal også tilgodeses som fagligt område, der skal have plads i opgaven. Ellers kommer problemformuleringen højst sandsynligt til at ende i kategorien 'redskabsfag', da historie bliver et redskab til at lave matematikhistorie. Matematiklæreren skal derfor ikke først tænke på et egnet kernefagligt rent matematisk emne og herefter, hvordan det kan kombineres med historie, men derimod hvordan matematik kan bruges til at belyse en given problemstilling. Denne problemstilling skal således også kunne belyses via historie.

For at skabe optimalt samspil med historie er det historiske syn på matematikhistorie nødt til at komme i betragtning. Det er her, forbindelsesårene skabes. Det er her, hvor personer eller samfundsaspekter har indflydelse på matematik, eller matematikken viser sig at have indflydelse på omverdenen. Det er her, hvor historie og matematikhistorie ikke kan skelnes fra hinanden. Jeg uddyber, hvordan det historiske syn på matematikhistorie kan være med til at skabe sammenhæng mellem fagene i de kommende afsnit.

Bemærk, at det matematiske syn på matematikhistorie ikke skal glemmes – det er stadig vigtigt at forstå matematikken og de matematiske metoder, samt relatere

til tidligere, samtidig og senere matematik. Ellers kan det ende med et historieprojekt, som matematiklæreren har svært ved at identificere som indeholdende kernefaglig matematik. Det er dog tænkeligt, at et matematikhistorisk studieretningsprojekt vil virke mindre kernefagligt matematisk, end andre typer studieretningsprojekter med matematik, da historiske metoder skal være gennemgående, som Jensen fremhævede i citatet ovenfor. Derudover vil svære del i matematik ikke nødvendigvis være det rent matematiske indhold, men derimod udfordringen ved at arbejde matematikhistorisk. Det skal derfor respekteres af matematiklæreren, at matematikhistorie er svært, og at eleven kan vise store evner inden for matematik ved at håndtere historiske kilder. Kilder kan, som vi skal se i kapitel 6.5, være svære at læse, og den kildekritiske tilgang er også en udfordring. Eleven har således mulighed for at vise højt niveau uden at skulle beskæftige sig med 'svær matematik'. For at øge elevernes mulighed for at lave en god bearbejdning af matematikhistoriske kilder, er det godt at udsætte eleverne for kildebaseret matematikhistorie i undervisningen og herigennem give dem nogle generelle redskaber til bearbejdning af matematiske kilder.

Inspirationskatalog af spørgsmål, der kan bruges i forbindelse med læsning af matematiske kilder

Det er ikke lykket mig at finde udgivet materiale rettet mod danske gymnasier, der guider elever i læsning af matematikhistoriske kilder. Jeg har til gengæld fundet engelsk litteratur, heriblandt Wardhaugh's bog fra 2010 [41], der beskriver, hvordan en matematikhistorisk kilde kan tilgås. Nedenstående spørgsmål er hentet fra [41] og [32], og de er frit oversat til dansk. Formålet er ikke at give et fuldstændigt analyseredskab, men at igangsætte nogle idéer om, hvad man kunne beskæftige sig med, når man analyserer en matematikhistorisk kilde.

For enhver kilde er det først og fremmest nødvendigt at udtale sig om indholdet, så fælles for alle analyser må (nogle af) følgende spørgsmål være.

Centrale spørgsmål direkte tilknyttet teksten

1. Hvad er det matematiske indhold i kilden?
2. Kan kildens indhold uden tab oversættes til moderne matematik? Hvis ikke, hvilke problemer opstår i oversættelsen?
3. Hvilke begreber/tanker mistes i oversættelsen?
4. Er matematikken tæt knyttet til andre fagområder (fysik, arkitektur, filosofi, el.lign.)?
5. Hvem var målgruppen for teksten? Hvordan ses det?
6. Hvilken matematisk udvikling illustrerer kilden?

Det vil altid afhænge af kilden, hvilke spørgsmål der er relevante at stille og hvilke spørgsmål, der skal lægges særligt vægt på. Dette vil også fremgå tydeligt, når vi senere i kapitlet skal beskæftige os med et par konkrete kilder. Ligeledes er det vigtigt at bemærke, at ovenstående ikke er en komplet liste over mulige spørgsmål. Afhængig af kilden kan der være andre vigtige spørgsmål der bør stilles til kildens indhold.

Matematik (ligesom alt andet) skabes i en specifik kontekst afhængig af tid og rum samt menneskelige aspekter. Det er altid vigtigt at betragte en kildes kontekst, hvad end det blot er at få sat årstal og forfatter på kilden eller en langt mere uddybende kontekstualisering. Da vi er interesserede i at udnytte matematikhistorie til at skabe direkte forbindelse mellem matematik og historie er den næste række spørgsmål særligt interessante. Disse har til hovedformål at kontekstualisere kilden og

det er her, de direkte forbindelser til historie skal findes. Nogle spørgsmål passer i høj grad til et matematisk syn på matematikhistorien og andre et historisk syn på matematikhistorie.

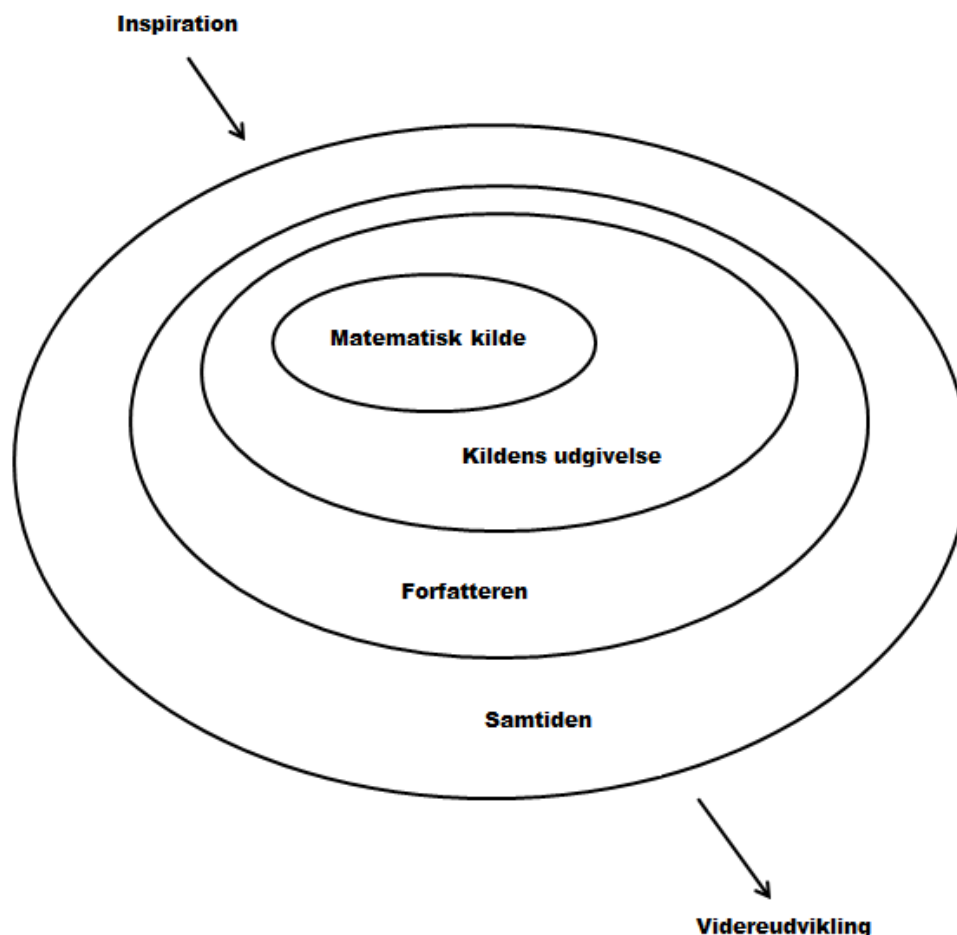
Spørgsmål, der kan stilles i forbindelse med kontekstualisering af kilder

1. Hvad var den matematiske praksis i samtiden?
2. Hvem udførte matematik på det tidspunkt?
3. Eksisterede nogle institutioner, der samlede matematikerne? Var forfatteren en del af disse?
4. Var de matematiske traditioner nogle andre, hvis forfatteren havde befundet sig geografisk andetsteds?
5. Hvem har skrevet kilden?
6. Hvordan var forfatterens liv (uddannelse, arbejde, familie, m.m.) og hvordan fordelte forfatteren sin tid?
7. Hvorfor var økonomien til, at forfatteren kunne bedrive matematik?
8. Hvad var forfatterens motivation for at lave dette stykke matematik?
9. Hvor hentede forfatteren inspiration – hvilken matematik havde forfatteren kendskab til?
10. Hvem arbejdede forfatteren sammen med og hvor tæt var samarbejdet?
11. Hvilket materiale har forfatteren ellers udgivet?
12. Hvornår er kilden skrevet?
13. Hvor er kilden blevet udgivet? Er den privat eller offentlig?
14. Hvad er der gjort for at bevare kilden?
15. Hvilken samtid blev kilden formuleret/udgivet i?
16. Hvordan var samtidens syn på matematik og matematikere.
17. Blev kilden læst/accepteret i samtiden (indenfor og udenfor det matematiske miljø)? Er kilden blevet udbredt og læst langt ud i fremtiden? Hvorfor?
18. Har nogle historiske begivenheder haft indflydelse på kildens udarbejdelse og/eller udbredelse?
19. Metaperspektiv: Hvorfor skal du læse kilden? Hvilke muligheder/begrænsninger følger med valget af kilde?

Den vigtigste overvejelse er, at dit syn på og din læsning af kilden bliver dybt påvirket af, hvilke kontekstspørgsmål, du har valgt at stille. I disse spørgsmål er der for eksempel ikke spurgt til tekstens opbygning, fortællervinkel eller des lignende, som et samarbejde mellem matematik og dansk ville vægte. Kilden kan også let dreje sig om anvendt matematik og hermed vil der typisk kræves en forståelse ikke blot af matematikken, men også af anvendelsesmuligheden. Igen er dette perspektiv mindre relevant, hvis vi ønsker at udnytte kildearbejdet til studieretningsprojekter i fagkombinationen matematik og historie.

Model for matematikhistorisk kildearbejde

Ovenstående store mængde spørgsmål er måske ikke oplagt at give direkte til eleverne i forbindelse med analyse af en matematikhistorisk kilde. Ved et undervisningsforløb i matematikhistorie kunne læreren udvælge nogle få interessante spørgsmål i forhold til netop den kilde, eleverne beskæftiger sig med. I denne situation er dog



Figur 6.1: Model til analyse af kildebaseret matematikhistorie

vigtigt at læreren er bevidst om, at stilles der blot tre spørgsmål, som er meget relevante for netop denne kilde, så hjælper det ikke nødvendigvis eleverne med selv at finde de rette spørgsmål, når de skal analysere en anden kilde f.eks. i forbindelse med deres studieretningsprojekt. En løsning kunne derfor være i stedet for spørgsmål at konstruere en simpel analysemodel. I figur 6.1 er nogle enkelte spørgsmål opstillet i en enkel og overskuelig model. Denne model er lavet med inspiration fra oversigten i Wardhaugh [41, s. 108]. Her lister han (skriftligt) de spørgsmål, han finder mest centrale for kildelæsning. Modellen kan uden tvivl modificeres efter behov, men den illustrerer, hvordan ovenstående lange (og måske uoverskuelige) række spørgsmål kan samles til noget pænt og enkelt, som måske er lettere for eleverne at forholde sig til.

Lad os uddybe figuren ved at stille nogle af de spørgsmål, der hører til analysen:

- **Matematisk kilde:** Hvad er det matematiske indhold af kilden? Hvad er formålet med matematikken (f.eks. teoretisk eller praktisk anvendelse)?
- **Kildens udgivelse:** Hvor er kilden udgivet? Er den udgivet i sammenhæng med andre tekster, og hvad er i så fald relationen mellem disse?

- **Forfatteren:** Hvem er forfatter til teksten? Hvilken matematik havde forfatteren kendskab og adgang til? Hvordan er hans matematiske forskning finansieret? Hvem har forfatteren kommunikeret med og hvordan?
- **Samtiden:** Hvordan så samtiden på kilden? Hvordan blev kilden modtaget? Hvordan var samtidens forståelse af matematik?

På figur 6.1 er to pile tilføjet, da inspiration kan være kommet fra fortiden og det kan ligeledes være interessant at betragte en eventuel videreudvikling eller anvendelse af matematikken, som beskrives i kilden eller man kan måske endda perspektivere til en senere kilde – f.eks. elevernes grundbog i faget.

I forbindelse med et studieretningsprojekt kan læreren stille nogle af de relevante spørgsmål til kilden i problemformuleringen og hermed påvirke elevens arbejde i en bestemt retning – formodentligt en retning, der spiller særligt godt sammen med historie. Det er dog ikke muligt at stille alle spørgsmål. Det er nødvendigt at eleven selv har en idé om hvilke spørgsmål, der kunne være relevante at stille i forbindelse med en analyse af en matematisk kilde. For eksempel kunne man i undervisningen introducere eleverne for en analysemodel i stil med figur 6.1. Eller man kunne præsentere eleverne for et uddrag af spørgsmålene foreslået ovenfor.

Ovenstående skulle gerne have skabt klarhed, hvilke kontekstualiserende spørgsmål et bredt syn på matematikhistorie kan give anledning til. Jeg vil i resten af kapitlet via et konkret emne give eksempler på, hvordan kilder kan håndteres og hvordan kildebaseret matematikhistorie kan give anledning til problemformuleringer med en fælles problemstilling. Mange af ovenstående spørgsmål vil blive besvaret løbende over de næste kapitler omkring de udvalgte kilder i afsnit 6.5.

6.2 Introduktion af casestudiet

I kapitel 5 så vi eksempler på tidligere stillede problemformuleringer. Ud fra fagkonsulentens udtalelser fastslog jeg, at det skulle bestræbes at lave problemformuleringer i kategorien ‘fælles problemstilling’. Igennem casestudiet nedenfor vil jeg forsøge at illustrere, hvorfor kontekstsætningen betyder så meget i forhold til forbindelsen med historie og hvordan kildebaseret matematikhistorie kan skabe samspil mellem fagene. Jeg vil til slut præsentere to problemformuleringer byggende på de analyserede kilder med en fælles problemstilling som ligger inden for både matematik og historie.

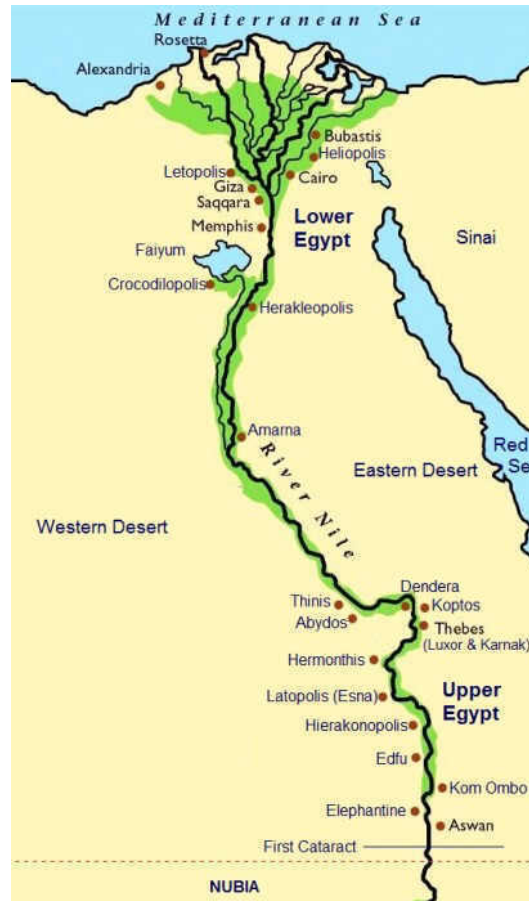
I afsnittet herover er nogle analysemetoder blevet præsenteret. Jeg vil i nedenstående analyser både direkte og indirekte benytte mig af analysemodellen og inspirationskataloget af spørgsmål.

Introduktionen herunder er skrevet med udgangspunkt i de mange overbliksbøger, der indeholder afsnit om Det gamle Ægypten. Det drejer sig om Katz [23], Calinger [4], Kline [24] og Clagett [5].

Kort introduktion til Det gamle Ægypten

Ægypten omtales ofte som ‘Nilens gave’. Hvert år går Nilens over sine breder og oversvømmer de omkringliggende egne. Når den trækker sig tilbage efterlades jorden frugtbar og gør det muligt at så og sidenhen høste afgrøder. I over 7000 år har der levet mennesker ved Nilen. Vores interesse ligger i perioden, hvor faraoerne herskede – tiden hvor Ægypten var samlet i ét dynasti. I årene inden var Ægypten opdelt i to kongeriger, en øvre og en nedre halvdel, hvor den nedre halvdel referer til det lavtliggende deltaområde tæt ved middelhavet, og den øvre halvdel referer til den øvrige del af floden (figur 6.2). Ca. 3100 f.Kr. blev Ægypten samlet i ét rige, og herskeren Menes grundlagde hermed det første dynasti. Hele perioden op til ca. 332

f.Kr., hvor grækerne gjorde deres indtog i Ægypten, bliver kaldt perioden med de herskende dynastier. Nilen er omgivet af ørken, hvilket i høj grad sikrede Ægypten



Figur 6.2: Billede af Ægyptens opdeling inden Menes i 3100 f.Kr. samlede landet under ét dynasti.

mod invasion. Ægypterne levede isoleret fra omverdenen og opbyggede et stort og velhavende samfund. I spidsen for samfundet var faraoen, som af befolkningen blev opfattet som en gud i menneskeskikkelse og blev tilbedt derefter. Faraos ord var lov.

Ægypterne levede af landbrug. En ægyptisk landmand kunne skaffe 2-3 gange så meget mad, som nødvendigt for at overleve. Der var derfor resourcer til, at dele af befolkningen kunne beskæftige sig med andet end landbrug. Faraoen beskattede landbrugsjorden og havde hermed mulighed for at distribuere maden, blandt andet til sine administrative folk. Livet efter døden havde stor betydning for ægypterne og derfor er mange fund gjort i gravkamre. Dette førte også til bygningen af de store pyramider, f.eks. Cheops pyramiden bygget omkring 2644 f.Kr.

Den ægyptiske civilisation udviklede sig eget skriftsprog. Tidligt blev hieroglyferne benyttet, men i løbet af de første dynastier udviklede skrivelserne den hieratiske skrift og senere den demotiske skrift. Indbyggerne, der praktiserede og udviklede skriftsproget, blev kaldt skrivere, og denne stilling var højt respekteret i det ægyptiske samfund.

6.3 Tidligere stillede problemformuleringer om ægyptisk matematik

Jeg har som nævnt i kapitel 5 haft adgang til en lang række problemformuleringer stillet i fagkombinationen matematik og historie, og 9 af disse har omhandlet ægyptisk matematik. To problemformuleringer indeholder elementer af græsk eller babylonsk matematik, og er derfor udeladt. Derudover er endnu en fravalgt, da den i høj grad ligner problemformulering 1 nedenfor. De resterende seks problemformuleringer inden for ægyptisk matematik er præsenteret nedenfor.

Problemformulering 1 - stillet i 2014

- Redegør for ægyptisk matematik og regnemetoder med udgangspunkt i kilder. Beskriv ægypternes metoder til beregning af areaer og rumfang herunder en gennemgang af ægypternes bestemmelse af en cirkels areal. I cirkelns areal er der angivet en tilnærmet værdi for π – gør rede for nogle af de teorier, der menes ligge bag bestemmelsen af π . Løs opgaven i bilaget.
- Redegør for samfundsstrukturen i Det Gamle Rige med særlig fokus på Faraos rolle for det egyptiske samfund. Diskutér i forlængelse heraf hvorfor pyramiderne blev bygget, samt hvordan det var muligt at bygge så store bygningsværker. Afslutningsvis ønskes en vurdering af pyramidernes betydning for datidens samfund.

Denne problemformulering er en ud af to, der minder meget om hinanden. Problemformulering 1 har kun to punkter. Det første punkt drejer sig om matematik: ægypternes regnemetoder og arealberegning med fokus på π . Det andet punkt omhandler samfundsstrukturen, Faraos rolle og pyramidebyggeri. Jeg kan ikke umiddelbart se forbindelsen mellem problemformuleringens to punkter. Det er også iøjenfaldende, at Ægypten er stavet på to forskellige måder (Egypten/Ægypten) i de to forskellige punkter. Det kunne ligne, at matematiklæreren har skrevet det øverste punkt og historielæreren det nederste. Vejledningsprocessen kan have skabt sammenhæng, men som problemformuleringen står her, vil jeg placere den i kategorien ‘fælles overskrift’, da de to punkter hver især virker meget fagspecifikke, og der ikke umiddelbart er forsøgt at skabe sammenhæng mellem punkterne.

Problemformulering 2

- Redegør for Ægyptens opståen og virke som samlet stat og højkultur fra ca. 3000 f.kr. til ca. 1000 f.kr. Du skal komme ind på organisering af samfundet samt embedsmændenes rolle. Inddrag vedlagte kilde fra *Skolelitteraturen*.
- Der ønskes en redegørelse for Ægypternes talsystem, brøkgregning og viden om geometri med henblik på at analysere matematikkens betydning for samfundet, herunder arealbestemmelse. Giv en vurdering af ægypternes matematik set ud fra et moderne perspektiv.
- I forlængelse heraf ønskes en vurdering af sammenhængen mellem udviklingen af samfundet og ægypternes udvikling af matematikken.

Kilde: ‘Tekst fra Skolelitteraturen’. Rudi Thomsen: *Da Ægypten var en verdensmagt*. Gyldendal, 1974. s. 40-41.

Problemformulering 2 er meget anderledes end problemformulering 1, og vi ser hermed endnu et eksempel på, at problemformuleringer inden for samme emne ikke nødvendigvis ligner hinanden. Denne problemformulering indledes med at bede eleven lave en redegørelse af samfundsstrukturen i Det gamle Ægypten. I denne

problemformulering er det meget udspecificeret, hvad eleven skal komme omkring. Derudover bedes eleven inddrage en kilde om skriverens rolle i samfundet, og hermed bliver udøverne af matematik en naturlig del af den indledende redegørelse. Herefter kommer et matematisk spørgsmål, men med fokus på matematikkens betydning for samfundet, hvormed skriverne og matematikkens anvendelse ikke glemmes i de matematiske analyser. Derudover bliver eleven bedt om moderne perspektiv på ægypternes matematik. Til sidst bindes enderne med en vurdering af sammenhæng mellem samfundsudvikling og matematikkens udvikling – en problemstilling der kobler fagene matematik og historie sammen. Jeg vil derfor placere denne problemformulering i kategorien ‘fælles problemstilling’. Bemærk at der ikke kræves inddragelse af matematiske kilder fra Det gamle Ægypten. Vi kan således også inden for ægyptisk matematik opnå en problemformulering med en fælles problemstilling uden inddragelse af kildebaseret matematikhistorie.

Problemformulering 3 - stillet i 2013

- Der ønskes en kortfattet redegørelse for væsentlige karakteristika ved samfundsstrukturen i Det Gamle Rige, med særligt henblik på at påvise matematikkens praktiske anvendelse.
- Du skal kort redegøre for den nødvendige teori om ægypternes regnemoder. Du skal undersøge, hvordan ægypternes $\frac{2}{n}$ -tabel kan være fremkommet. Du skal nøjes med at se på opløsninger, der består af to stambrøker.
- Ud fra en analyse af Rhind-papyrussens oprindelse, bedes du vurdere dens værdi som kilde til den ægyptiske oldtids matematiske formåen.
- Du skal forsyne din besvarelse med et passende antal eksempler efter eget valg, så den behandlede matematiske teori illustreres.

Som i problemformulering 2 indledes der med et redegørende spørgsmål om Det Gamle Rige, denne gang med fokus på matematikkens anvendelse. Næste punkt omhandler $\frac{2}{n}$ -tabellen (jeg kommer nærmere ind på denne i afsnit 6.5). Dette overrasker mig, da $\frac{2}{n}$ -tabellen ikke direkte har nogle samfundsperspektiver. Tabellen er et redskab til at løse opgaver, som kan være samfundsrelaterede, men mellemløbet ‘opgaverne’ synes jeg mangler i problemformuleringen. Sidste spørgsmål sikrer at eleven laver en omkransende kildebehandling af Rhind-papyrussen. Umiddelbart synes jeg, at en mere oplagt struktur ville have været at bytte rundt på punkt 2 og 3, således at kilden først blev præsenteret, hvorefter dens indhold blev analyseret. Det er også en mulighed, at problemformuleringens struktur slet ikke afspejles i elevens opgave. Ligeledes er det sandsynligt at eleven får skabt sammenhæng mellem matematikkens anvendelse og $\frac{2}{n}$ -tabellen efter vejledningen. Som problemformuleringen står her, vil jeg mene, at den skal kategoriseres under ‘redskabsfag’, da historie (samfundshistorie) i høj grad bliver et redskab til at kontekstualisere matematikken. Redegørelsen er rettet mod matematik, kildevurderingen er af en matematisk kilde og opgaven er derfor primært matematikhistorisk.

Problemformulering 4 - stillet i 2013

- Der ønskes en kortfattet redegørelse for pyramidernes opbygning og funktion i Det Gamle Rige, med særligt henblik på at påvise, hvilke matematiske regnemoder der har været nødvendige for at gennemføre byggeriet.
- Du skal redegøre for, hvordan ægypterne beregnede rumfanget af dels en pyramide og dels en pyramidestub.
- Vurder slutteligt hvilke informationer Rhind-papyrussen giver os om matematikkens øvrige funktioner i datidens ægyptiske samfund.
- Du skal forsyne din besvarelse med et passende antal eksempler efter eget valg, så den behandlede matematiske teori illustreres.

Problemformulering 4 har pyramiderne som bindingsled mellem opgavens to første dele. I det første punkt skal der ikke redegøres for samfundet men derimod for pyramidernes opbygning og funktion. Jeg har ikke fundet nogle kilder, der beskriver beregninger bag pyramidebyggeriet, så hvis lærerne heller ikke har, må eleven gætte sig til, hvilken matematik der har været nødvendig for at udføre byggeriet. Bemærk at det er muligt, at ægypterne slet ikke har foretaget nogle beregninger, men blot har prøvet sig frem. Uden kilder kan et sådan spørgsmål blive svært at besvare, og hvis eleven ikke kommer med belæg for sine påstande, kan sådan et afsnit måske have negativ indflydelse på karakteren. I Rhind-papyrussen er en opgave omhandlende rumfanget af en pyramidestub. Det er formodentligt denne, der henvises til i punkt to. En lille indvendig er, at denne opgave formodentligt ikke har noget med pyramidebyggeriet at gøre (både fordi Rhind-papyrussen er næsten 1000 år nyere end pyramiderne, og fordi der ikke er oplagte grunde til at regne rumfanget ud, da ægypterne kun udnytter en lille del af pyramidernes indre til gravkamre). Dette betyder, at det kan være svært at skabe god sammenhæng mellem punkterne, selvom de begge handler om pyramiderne. Sidste punkt er meget fleksibelt og kan besvares kort eller langt afhængigt af hvor meget plads, eleven har tilbage (opgaven må kun fylde et begrænset antal sider). Det eneste, der generer mig lidt ved dette punkt er ordet 'øvrige'. Eleven har indtil nu arbejdet med byggeri, hvor det måske er svært at påvise anvendelse af matematik og pyramiderumfang, som det er svært at forestille sig, hvordan direkte skal anvendes i samfundet. Det kan derfor være tilfældet, at matematikken beskrevet i de to første punkter ikke relaterer til samfundet, og hermed fremstår punktet afskåret fra de ovenstående. Selvom punkterne i denne problemformulering ikke umiddelbart hænger sammen, så betyder det ikke, at problemformuleringen kategoriseres under 'fælles overskrift'. Punkterne kan ikke deles mellem fagene historie og matematik. Det er samtidig også svært at se en fælles problemstilling for problemformuleringen. Som i problemformulering 3 kommer kernehistoriske elementer ikke rigtigt i spil i denne problemformulering – den er i høj grad matematikhistorisk. Igen bliver historie et redskab til at lave matematikhistorie, og derfor kategoriserer jeg problemformulering 4 under 'redskabsfag'.

Problemformulering 5

- En redegørelse for Ægyptens opståen som samlet stat og højkultur omkring 3000 f.Kr. herunder ønskes en analyse af kong Narmers sminkepalet og en vurdering af denne værdi som kilde til Ægyptens samling.
- I forlængelse heraf ønskes en vurdering af hvilken sammenhæng der er mellem på den ene side denne udvikling af samfundet og på den anden side ægypternes udvikling af matematikken.
- Videre ønskes der en beskrivelse af det ægyptiske talsystem - herunder både hieroglyffer og hierarkiske tegn.
- Gør herefter rede for, hvordan ægypterne udførte de fire grundlæggende regningsarter (sum, differens, multiplikation og division). Metoderne skal illustreres ved eksempler. Gør desuden rede for, hvordan ægypterne regnede med brøker. Metoderne skal illustreres ved eksempler. Beskriv ægypternes metode til at bestemme rumfanget af en pyramidestub og vis sammenhængen med vore dages formel.
- Diskutér eventuelt andre områder hvor ægypterne fandt anvendelser for matematiske metoder.

Først og fremmest bemærkes, at denne problemformulering er meget lang. Eleven skal komme omkring alle de nævnte elementer, f.eks. Narmers sminkepalet, de ægyptiske talsystem, alle de fire regneregler, brøkgregning og pyramidestub. En så omfattende problemformulering giver risiko for, at eleven bliver overfladisk i besvarelsen af punkter, som kan gøres kortfattet. Betragt f.eks. punkt to. Et meget

lignende punkt har fået en afsluttende placering i problemformulering 2, hvor eleven ud fra ovenstående har skabt et grundlag for at give en kvalificeret vurdering. I problemformulering 6 giver det ovenstående punkt ikke eleven baggrund til vurderingen og derfor tror jeg, at der er stor risiko for en kort, overfladisk besvarelse af punktet. Punkt tre og fire er meget matematiktunge og uden relation til samfundet. Punkt fem har lidt at sammen problem som punkt tre i problemformulering 4. Matematikken i de to foregående punkter er ikke direkte anvendelsesorienteret og derfor skaber ordet 'andre' forvirring. Problemformuleringen er relativt opdelt i matematiske og historiske aspekter. Redegørelsen i punkt et dækker ikke samme periode, som de matematiske kilder stammer fra og jeg kan ikke se en relation mellem kong Narmers sminkepalet og ægyptisk matematik. Punkt to som skaber samspil mellem fagene kommer muligvis til at blive besvaret overfladisk, da især punkt et og fire bliver omfattende for eleven at besvare. Så selvom problemformuleringen indeholder potentielle elementer, som kan skabe samspil, så er analyserne fagopdelt og derfor placerer jeg samspilstypen i problemformuleringen under 'fælles overskrift'.

Problemformulering 6

- Redegør for den ægyptiske samfundsindretning under den første Storhedperiode (Det ældste Rige) med særligt fokus på den faraoniske institution.
- Omtal kort ægypternes talsystem og regnemetoder, herunder brøkgregning med stambrøker.
- Redegør for de vigtigste kilder til vores kendskab om ægyptisk matematik og vurder kilderne i et kildekritisk perspektiv
- Med udgangspunkt i
 - Papyrus Moskva (PM 14) skal du beskrive ægypternes metode til at beregne rumfanget af en pyramide og pyramide-stub; du skal oversætte deres metode til moderne notation.
 - Papyrus Rhind (PR 56) skal du forklare, hvordan ægypterne beregnede hældning af en pyramideside.
- Diskuter og vurder kort hvordan pyramidebyggeriet kunne lade sig gøre, og hvorfor pyramiderne blev bygget.

Dette er også en relativ lang problemformulering, dog med lidt færre elementer specificeret, som eleven skal komme omkring. Igen passer perioden i det indledende redegørende spørgsmål dårligt med dateringen af de matematiske kilder. Punkt et til tre er udpræget matematikhistoriske, og der er god sammenhæng, da punkt to og tre bygger op til punkt fire. Det sidste punkt behøver ikke matematik, for at blive besvaret, og som tidligere nævnt er det svært at relatere pyramidebyggeriet til de omtalte opgaver i papyrus Rhind og papyrus Moskva. Første og sidste punkt er derfor udpræget historiske uden oplagt relation til matematikken og de tre midterste punkter er matematikhistoriske. Derfor bliver samspillet i denne problemformulering placeret under kategorien 'fælles overskrift'.

De seks ovenstående problemformuleringer placerer sig i lidt forskellige kategorier af samspilstyper. I nogle er det svært at se samspillet mellem matematik og historie, og de er derfor placeret under 'fælles overskrift'. Bemærk, at i ovenstående karakterisering af samspil er der lagt vægt på, at matematikhistorie er matematik og ikke historie. Dette gør, at i et par af problemformuleringerne er samspilstypen kategoriseret som 'redskabsfag', da historie i disse problemformuleringer blot er et redskab til at bedrive matematikhistorie. På en måde bliver disse problemformuleringer altså 'for matematikhistoriske'. Det er vigtigt at huske de samfundsmæssige eller kulturelle perspektiver, så det kernefaglige indhold i historie også bliver fremtrædende i problemformuleringerne.

I fem ud af de seks problemformuleringer stilles der krav til inddragelse af ægypternes geometri. Der er valgt, at eleverne matematisk skal komme ind på beregninger af arealer og rumfang. En del plangeometri er anvendeligt i samfundet, da jorden skulle opmåles for at bestemme bondens skat. I problemformulering 1 arbejdes med cirkelns areal og π . Dette kunne have en relation til jordopmåling. I problemformulering 2 nævnes arealbestemmelse, og i samme punkt er netop et perspektiv om matematikkens anvendelser. I problemformulering 4, 5, og 6 bedes eleverne betragte opgave 14 fra pMoskva vedrørende beregning af rumfanget af en pyramidestub. Fra et matematisk synspunkt er denne opgave interessant, da det er noget af det mest komplicerede matematiske arbejde, der er at finde i de gamle ægyptiske kilder. Ligeledes lægger opgaven op til, at eleverne kan kigge på den moderne formel for rumfanget af en pyramide/pyramidestub og eventuelt komme ind på beviset for denne. Problemformuleringerne ovenfor illustrerer problemer i forhold til at få netop denne opgave til at spille sammen med historie. Det er svært at relatere opgaven til pyramidebyggeriet og det er svært at relatere den til matematikkens anvendelse i samfundet. Så selvom det er en spændende matematikhistorisk opgave, så er den måske ikke oplagt i et projekt, hvor matematik og historie skal spille sammen.

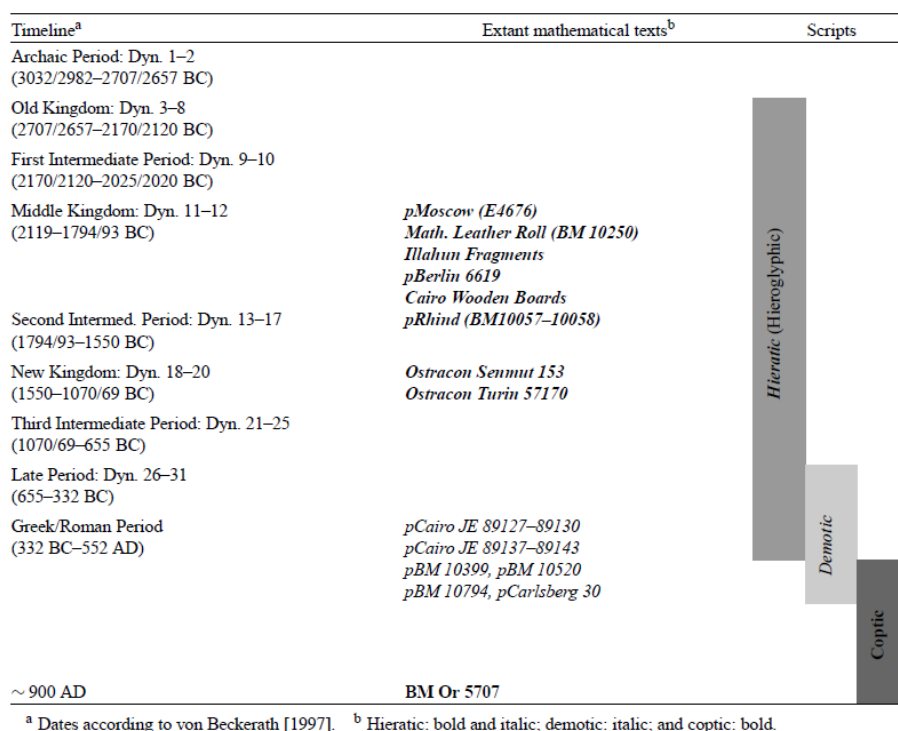
Som det sidste vil jeg bemærke, at der er få vedlagte kilder i ovenstående problemformuleringer. Det er kun i problemformulering 2, at en kilde direkte er vedlagt. Denne kilde har formodentligt været brugt til at motivere skriverne. Den beskriver erhvervets positive sider i kontrast til livet som soldat, landmand eller lignende. Kilden er derfor rigtig god til at underbygge skriverens rolle i samfundet. Skriverens rolle som udøver af matematik fremgår også i kilden, så hvis eleven fremhæver disse aspekter kan kilden være med til at skabe sammenhæng i opgaven. I problemformulering 5 henvises til en konkret kilde: "kong Narmars sminkepalet". Dette er en kendt historisk kilde – en sminkepalet med nogle velbevarede billeder på. Jeg kan ikke se en relation mellem sminkepaletten og ægyptisk matematik, så jeg tror, at henvisningen til denne kilde gør det sværere for eleven at skabe sammenhæng i opgaven. I problemformulering 6 er der en direkte henvisning til hvilke opgaver i pRhind og pMoskva, eleven skal beskæftige sig med, men kilden er ikke vedlagt. Det er hermed elevens eget ansvar at finde kilden i en passende oversættelse. Som vi skal se i afsnit 6.5, er der stor forskel på oversættelser, og disse er afgørende for elevens muligheder for at lave en grundig analyse. I de resterende problemformuleringer står der ikke konkrete kildehenvisninger – hverken historiske eller matematiske, men derimod er det ofte specificeret, hvilket matematik de udvalgte ægyptiske opgaver skal omhandle. Det er vigtigt at huske, at der skal være mulighed for, at eleven selv kan finde og udvælge materiale, så alle kilder må ikke fremgå af opgaven. I afsnit 6.5 vil jeg behandle en række kilder, og jeg vil efterfølgende vise, hvilken betydning det kan have for problemformuleringen, hvis der vedlægges nogle få velvalgte kilder. Det gør opgaven mere afgrænset, hvilket måske kan være en hjælp for en svag elev. Det næste afsnit vil forsøge at skabe et overblik over mængden af matematiske kilder fra Det gamle Ægypten og give enkelte bud på historiske kilder, der kunne spille sammen med de matematiske, således at det kernefaglige historiske perspektiv bliver en central del af opgaven.

6.4 Kilder fra Det gamle Ægypten

Der er mange ægyptiske levn (især fra gravkamre), men det blev først muligt at oversætte de ægyptiske sprog efter fundet af Rosetta stenen. Stenen indeholder en tekst skrevet både med hieroglyffer, demotisk skrift og græsk. Da teksten er (nogenlunde) identisk i de tre skriftsprog blev stenen nøglen til oversættelse. Koden knækkes af franskmanden Jean François Champollion, som i 1842 udgiver bogen "Dictionnaire Egyptienne", og igangsætter hermed nye studier af de gamle ægyptiske levn [4, s.

42]. I dag er de ægyptiske kilder ofte lette at finde i engelske oversættelser. Der findes endda en række kildebøger, f.eks. indeholder [5] en fuldstændig oversættelse af de mest kendte matematiske kilder.

I figur 6.3 ses en oversigt over de matematiske kilder fra Det gamle Ægypten. Figuren viser ingen matematiske kilder fra de første dynastier. Der findes tidligere kilder end dem nævnt i oversigten, som indeholder tal. F.eks. mener Clagett [5, s. 3], at det tidligste bevis for brøker findes i inskriptioner i gravkamre påbegyndt mellem 3. og 4. dynasti. Det er derfor vigtigt at skelne mellem talangivelser og beregninger, formler eller lignende, da førstnævnte ikke nødvendigvis karakteriseres som matematik.



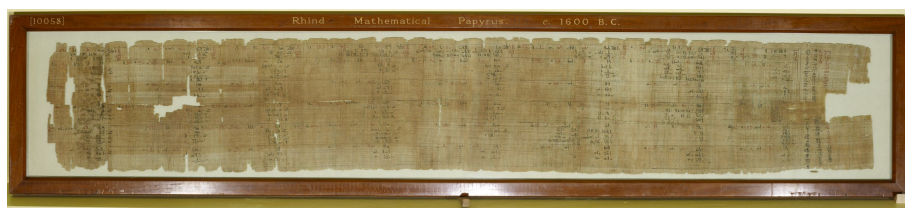
Figur 6.3: Oversigt over de matematiske kilder fra Det gamle Ægypten. Figuren er fra Imhausens artikel ‘Calculating the daily bread: Rations in theory and practice’ [17, s. 3].

I arbejdet med studieretningsprojekter er det vigtigt både for underviserne og for eleverne, at det også er muligt at finde sekundærlitteratur om de indgående kilder. Et af de faglige mål for studieretningsprojektet er, at eleven skal kunne “udvælge, bearbejde og strukturere relevant materiale” [37]. En model kunne derfor være, at underviserne angiver (det meste af) primærlitteraturen i elevens opgaveformulering, men lader eleven selv finde det relevante sekundærlitteratur til at belyse de primære kilder. En anden model er at lade eleven selv udvælge relevante primærkilder ud fra nogle retningslinjer. I begge tilfælde er det nødvendigt at benytte relativt kendt materiale fra Det gamle Ægypten, da det ellers bliver meget svært for eleven selvstændigt at finde relevant litteratur (både primær og sekundær). Jeg vil derfor i det efterfølgende fokusere på de to mest kendte matematiske kilder fra Det gamle Ægypten.

Rhind og Moskva matematiske papyrus

Vender vi tilbage til oversigten, figur 6.3, fokuserer vi i det næste på de mest kendte matematiske kilder: pRhind, som står for Rhind matematiske papyrus, og pMoskva, som står for Moskva matematiske papyrus. Hvis ikke andet er angivet stammer nedenstående informationer om de to papyruser fra Calinger [4, s. 42-43].

pRhind har fået navn efter opkøberen Alexander Henry Rhind, der erhvervede sig papyrussen i Luxor i 1858. Papyrussen er i sin helhed næsten 5,5m lang og 0,33m bred, og to store fragmenter befinder sig i dag på The British Museum (se det ene på figur 6.4). Papyrussen er dateret til cirka 1650 f.Kr., men kunne være en kopi af et ældre dokument [27]. Forfatteren (som muligvis blot har kopieret et tidligere dokument) hedder A'hmosè. Indholdet af pRhind er todelt. Først er en stor tabel over division af 2. Herefter følger 87 opgaver med tilhørende løsninger.



Figur 6.4: Rhind matematiske papyrus, de første 2 meter. ©Trustees of the British Museum

pMoskva er navngivet efter opbevaringsstedet på et museum i Moskva. Der er ikke angivet forfatter på denne papyrus, men det formodes, at også denne kunne være en kopi af et tidligere dokument. Den er dateret til at være lidt ældre end pRhind, ca. 1850 f.Kr.. Den indeholder 25 opgaver med tilhørende løsninger.

Generelt menes, at dokumenterne har været brugt til oplæring af skrivere [17]. I dokumenterne ses en række opgaver af forskellige typer, som skriveren skal kunne løse i sit daglige virke. Som vi senere skal se, arbejdede ægypterne grundlæggende med algoritmer og har klare metoder til at løse bestemte opgavetyper. Dog uden at beherske et matematisk symbolsprog.

Ud over pRhind og pMoskva findes kun nogle få fragmenter indeholdende matematik. Derfor er vores kendskab til matematikken gennem den ægyptiske storhedstid meget begrænset, og der skal være forsigtighed omkring at generalisere indholdet i kilderne. På den anden side er det de eneste kilder, vi har, og derfor er vi nødt til at bringe usikre elementer i spil, når vi skal udtale os om ægyptisk matematik.

Indkredsning af brugbare matematiske kilder

Ud fra de problemformuleringer, jeg har haft adgang til, er ægyptisk matematik et meget anvendt emne i studieretningsprojekter. De historiske kilder fortæller om forskellige aspekter af ægypternes hverdage. Fra et rent historisk synspunkt kan et projekt både fokusere på familielivet, krigsførsel, faraoerne, pyramiderne, landbruget, religion og meget andet. Kombinationen med matematik sætter en klar begrænsning på valg af fokusområde. Det vigtige i studieretningsprojekter er, som tidligere fastslået, at fagene spiller sammen og arbejder imod en fælles problemstilling. Det er derfor vigtigt at vælge et område, hvor fagene spiller sammen. Det sætter ikke kun begrænsninger på det historiske valg af materiale, men begrænser også mulighederne for valg af matematik. I Det gamle Ægypten blev en række matematiske teknikker udviklet af nødvendighed. Det var for eksempel vigtigt for ægypterne at kende tidspunktet for Nilens oversvømmelse, hvilket gjorde dem til

dygtige astronomer og grundlæggere af en kalender. Ligeledes krævede beskatning af landbrugsjord opmåling, da Nilens årlige oversvømmelse både ødelægger og skaber nye jorde.

Der hersker stadig i dag uenighed om, hvorvidt ægypterne lavede matematik for matematikkens skyld eller kun udviklede matematikken efter nødvendighed, da nye anvendelser kræver nye teknikker. For eksempel skriver Katz [23, s. 49]:

Problems 24 and 27 suggest that Egyptian mathematics was neither purely practical nor based entirely on trial-and-error procedures, as some scholars today hold. Each of these problems sought a general numeric solution, not associated with pay or loaves of bread or preparation of beer.

Her refererer Katz til problemer i pRhind, som begge omhandler ligningsløsning. Katz påstår, at disse problemer ikke har relation til anvendelse, men blot er lavet for matematikkens skyld. Annette Imhausen mener derimod, at ægyptisk matematik altid er relateret til anvendelse:

In contrast to the famous Greek mathematical texts that represent a deductive system of abstract mathematical theorems, Egyptian mathematical problem texts (our major source for Egyptian mathematics) are embedded in daily-life practices. [18]

Vi ser, at der blandt matematikhistorikere er uenighed om, hvorvidt alt ægyptisk matematik var anvendelsesorienteret. Fra et matematisk og især matematikhistorisk synspunkt er dette en interessant diskussion, og det er derfor interessant at beskæftige sig med eksempelvis problem 24 og 27 i pRhind. I studieretningsprojekter er det vigtigt at tage ‘det andet fag’ i betragtning – i dette tilfælde historie. En nærlæsning af de to omtalte problemer viser, som Katz fremhæver, at opgaverne ikke umiddelbart har direkte forbindelse til anvendelse. For at skabe en god og ikke kunstig forbindelse til historie, vil disse opgaver være et dårligt valg til studieretningsprojekt, da de ikke umiddelbart åbner for samfundsperspektiver, og derfor gør det svært for eleven at få fagene til at spille sammen. Så en interessant matematikhistorisk diskussion er ikke nødvendigvis et godt valg. Det er vigtigt at vælge områder af matematikken eller endnu mere specifikt kilder, der har en (direkte) relation til samfundet og hermed knytter direkte bånd med histories interesse i samfundsstrukturerne.

Som nævnt ovenfor kan det dokumenteres, at tal og enheder allerede blev brugt i de første dynastier [5]. Ligeledes dukker brøker op allerede ved 3. dynasti, hvor det bliver brugt til at måle Nilens højde. Men det er ikke muligt fuldstændigt at fastsætte tidspunktet og rammerne for den ægyptiske matematiks opståen. Som Clagett skriver (i citatet refereres til et citat af Eric Peet):

[...] he is correct in noting the lack of evidence of mathematical tracts (with sample problems and tables) until the Middle Kingdom. [5, s. 7]

Han bekræfter Eric Peet i mangel på matematiske kilder fra tiden før ‘Middle Kingdom’. Dette fremgår også af Annette Imhausens oversigt (figur 6.3). Det er derfor ikke hensigtsmæssigt at lade eleverne beskæftige sig med de tidligste dynastier, da dette ville gøre det svært for eleverne at inddrage relevante matematiske kilder.

For at finde matematiske opgaver, der kan relatere til historie, er det godt med et overblik over de kildernes indhold. Annette Imhausen har i [16] kategoriseret en række opgaver fra Rhind matematiske papyrus og Moskva matematiske papyrus. Hendes kategorisering er som følger:

- Opgaver til at træne matematisk grundteknik
pRhind opg. 21-38, 48-52 og 79 samt pMoskva opg. 6, 7, 10, 14, 17, 19 og 25.

- Opgaver i administrationsmatematik
pRhind opg. 1-6, 39-46, 62-78 og 82-84 samt pMoskva opg. 5, 8, 9, 11-13, 15, 16 og 20-24
- Beregning af konstruktionselementer
pRhind opg. 56-60 samt pMoskva opg. 2 og 3.

Da geometriopgaver allerede er benyttet i mange af de tidligere problemformuleringer, vil jeg betragte den anden kategori af opgaver, som har naturligt kobling til historie, nemlig ‘administrativ matematik’. Lad os derfor se nærmere på denne kategori. Imhausen har i [16] en findeling af denne kategori:

- Rationsberegning
 - Lige fordeling: pRhind opg. 1-6
 - Ulige fordeling: pRhind opg. 39-40 og 63-65
 - Beregning af daglig ration: pRhind opg. 66
 - Føderegnskabet: pRhind opg. 82-84
- “Brød og øl”-opgaver (*psw*-opgaver) ¹
 - Beregning af *psw*-værdier: pRhind opg. 69-71, pMoskva opg. 12, 21 og 24.
 - Beregning af mængder af brød og/eller øl: pRhind opg. 72-78, pMoskva opg. 5, 8-9, 13, 15 og 22.
 - Beregning af værdien af én kvantitet brød eller øl: pMoskva opg. 16 og 20 .
- Siloberegninger
 - Siloberegning med cirkulær grundflade: pRhind opg. 41-43.
 - Siloberegning med kvadratisk grundflade: pRhind opg. 44-46.
- *b3kw*-opgaver (vedr. arbejdskapacitet/arbejdskraft): pRhind opg. 67, pMoskva opg. 11 og 23.
- Beregning af kornhøsten: pRhind opg. 68

Relaterede historiske kilder

Ovenstående opgaver er i følge Imhausen relaterede til den ægyptiske forvaltning. Som hun selv fremhæver ([16], s. 93), så er det faktisk svært at finde litteratur omkring den ægyptiske økonomiske organisation.

Die wichtigsten Quellen für die ökonomische Organisation des ägyptischen States sind administrative Texte (...) In dieser Umgebung sind die meisten Texte nach ihrer Benutzung schon nach kurzer Zeit vernichtet worden.

¹“Der *psw*-Wert gibt an, wieviel Laibe Brot bzw. Krüge Bier aus einem *hq3.t* Getreide bereitet werden können.” ([16], s. 115). Frit oversat: *psw*-værdien indikerer, hvor mange stykker brød, hhv. krus øl der kommer af en *hq3.t* korn. (*hq3.t* er et ægyptisk mængdemål og svarer cirka til 4,8 liter

Imhausen skriver her, at de vigtigste kilder omkring den økonomiske organisation er de administrative tekster. Desværre blev teksterne ofte destrueret kort tid efter deres anvendelse. Derfor findes der i dag kun meget få kilder omkring den administrative organisation, og som Imhausen skriver i samme afsnit, så har sekundærlitteraturen i dag ikke engang opnået en fælles enighed om grundlæggende spørgsmål. Meget tyder på, at det økonomiske system i Det gamle Ægypten er mere kompliceret end først antaget. Imhausen peger på fundet af landsbyen Deir el-Medina som primær kilde til de økonomiske tekster. Papyrusruller fra denne landsby hjælper os til at kunne beskrive hverdagen for byens indbyggere omkring 19. og 20. dynasti. Hermed er disse kilder nyere end de matematiske papyruser omtalt ovenfor, men det meget begrænsede kildemateriale fra Det gamle Ægypten gør, at vi er nødt til at drage paralleller fra matematiske kilder til ikke-samtidige historiske kilder.

Imhausen har i artiklen “Calculating the daily bread: Rations in theory and practice” [17] fundet en række ikke-matematiske kilder til at underbygge andvendesorienteringen i de matematiske kilder og hermed forsøge at bekræfte idéen om, at pRhind var tiltænkt til oplæring af skrivere. I Imhausens anden artikel “Egyptian Mathematical Texts and Their Contexts” [18] argumenterer hun for vigtigheden af kontekstualisering for forståelse af kilders indhold. Hun peger på, hvordan mangel på forståelse for situationen, som matematiske beregninger omhandler, kan lede til direkte forkert oversættelse af matematiske kilder. Da gymnasieelever ingen forudsætning har for at læse originalkilder skrevet med hieroglypher eller hieratic skrift, vil de beskæftige sig med allerede oversatte kilder og vil derfor have svært ved at have dette perspektiv på deres opgave. Der er dog elementer i begge Imhausens artikler ([17] og [18]), som kan være brugbare og danne grundlag for studieretningsprojekterne. Jeg vil komme ind på dette i eksemplerne i det kommende afsnit.

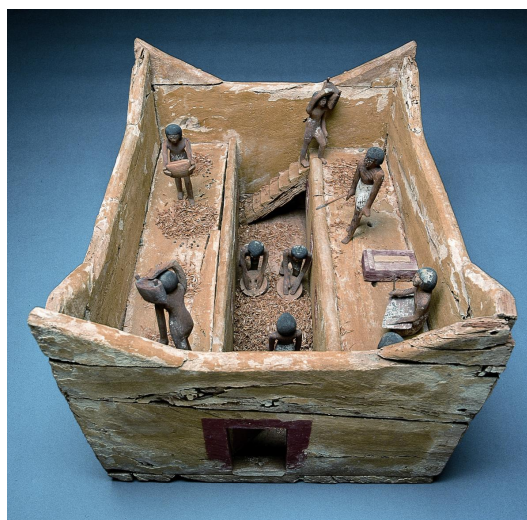
I processen med at skabe problemformuleringer har jeg fravalgt en række historiske kilder. Der er dog gode muligheder for også at benytte disse i forbindelse med studieretningsprojekter, så derfor følger her et par stykker:

- Papyrus Reisner er udgivet i to bind. Især bind 1 er interessant, da det indeholder tabeller med blandt andet beregninger af rationer og udregninger af arealer. Willim Kelly Simpson har udgivet en engelsk oversættelse indeholdende kopier af de oprindelige papyruser i originalformat [31]. Et par af kilderne er gengivet i [22].
- Papyrus Anastasi indeholder et satirisk brevkommunikation mellem to skrivere og kan derfor være med til at klarlægge skriverens opgaver. En engelsk oversættelse af den fulde tekst med den oprindelige ægyptiske tekst er udgivet af Alan H. Gardiner [10].

Det er også muligt at finde historiske kilder uden at søge i forskningslitteraturen. I problemformulering 2 i ovenstående tidligere stillede problemformuleringer er der refereret til en kilde. Bogen [34], som kilden er en del af, indeholder en række ægyptiske kilder inklusiv billeder fra gravvægge. Bogen er på dansk og giver derfor mulighed for at eleven selv kan finde en relevant kilde i den. Ligeledes indeholder (nogle) grundbøger i historie et afsnit om Ægypten, for eksempel “Grundbog til historie. Fra oldtiden til enevældens samfund.” [8]. Her er det også muligt at finde historiske kilder, der for eksempel underbygger skrivers rolle i samfundet. Her er også en tekst omkring strejke, som både viser vigtigheden af skriverens arbejde, samt illustrerer den magt han har.

En sidste mulighed er ikke blot at betragte det skrevne. Der er mange tegninger fra væggene i gravkamre, som også kan bruges til at undersøge det ægyptiske samfund. Der er også fundet kasser med figurer (se figur 6.5).

Rækken af kilder ovenfor er blot til inspiration og ikke ment som en fuldstændig liste af muligheder. Kilderne til studieretningsprojekter skal findes i samarbejde



Figur 6.5: Kassen med figurerne stammer fra skatmesteren Gemni-em-hats grav. Der er tre forskellige kasser inklusiv ovenstående, der i dag befinder sig på Glyptoteket i København [11].

med historielæreren, som formodentligt har nogle retningslinjer for, hvad der er gode historiske kilder samt alternative forslag til ovenstående.

6.5 Konkrete eksempler på behandling af kilder

I det foregående afsnit har vi indkredset en række matematiske kilder, som burde være mulige at benytte i direkte tilknytning med gymnasiefaget historie. I dette afsnit vil jeg betragte enkelte af kilderne ovenfor, og analysere disse for at illustrere, hvordan kilder kan få fagene matematik og historie til at spille sammen.

Et andet formål med afsnittet er at vise, at behandling og forståelse af kilder ikke er let. Hvis vi blot oversætter ægypternes matematik til moderne matematik, vil de fleste matematiklærere formodentligt karakterise det som ‘let’ matematik. Med et historisk syn på matematikhistorie bliver bestræbelsen ikke at oversætte matematikken til moderne termer, men derimod at forsøge at forstå ægypternes matematiske tankegang og deres ræsonnementer. Hermed er den matematiske udfordring ikke sammenlignelig med den, som eleverne oplever i den almindelige undervisning. Udfordringen er f.eks. ikke at forstå og gennemføre et svært bevis, men derimod at undersøge skriverens forståelse af matematik.

Rationsberegning

En af kategorierne i Imhausens opdeling navngiver hun “Rationenberechnungen” [16]. Opgaverne handler primært om lige og ulige fordelinger, dvs. fordeling af brød eller øl mellem et givet antal personer, hvor personerne skal have samme eller forskellig mængde. Som det ses i oversigten indeholder denne gruppe kun opgaver fra Rhind matematiske papyrus.

Opgave 65 i pRhind

Problem 65 er et eksempel på ulige fordeling. Herunder ses problemet fremstillet i tre forskellige oversættelser.

Oversættelse af Imhausen [17, s. 10]

1st column

Method of Calculating 100 Loaves of Bread for 10 Men, sailor, commander and watchman as double. Its calculation: Then you add these beneficiaries. Then 13 results. Divide these 100 loaves of bread by 13! Then $7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$ results. Then you say: This is the food

2nd column

for these 7 men,

3rd column

the sailor,
the commander,
and the watchman as double.

4th column

$\cdot 7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$
 $\cdot 7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$
 $\cdot 7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$
 $\cdot 7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$

5th column

$\cdot 7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$
 $\cdot 7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$
 $\cdot 7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$

6th column

the sailor $15 \frac{1}{3} \frac{2}{26} \frac{1}{78}$
the commander $15 \frac{1}{3} \frac{2}{26} \frac{1}{78}$
the watchman $15 \frac{1}{3} \frac{2}{26} \frac{1}{78}$ Sum: 100.

Oversættelse af Clagett [5, s. 171]

Example of dividing (*lit.* making) 100 loaves among 10 men, [three of them:] a boatman, a foreman, and a door-keeper, each having a double [share]. [What is the share of each?]

The working-out of it: Add to the people [supplied] three [because of the double shares of three of them]; the result is 13. Multiply 13 so as to get 100 loaves; the result is $7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$. You say “this is the ration (*lit.*, eating) for 7 men, and the boatman, foreman, and door-keeper receive double [such a portion].”

[The proof of this is in the following addition:] $7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$ taken seven times for the first 7 men and]

$7 \frac{2}{3} \frac{1}{39} + 7 \frac{2}{3} \frac{1}{39}$, making $15 \frac{1}{3} \frac{1}{26} \frac{1}{78}$ for [each of] the boatman, the foreman, and the door-keeper. The total is 100.

Oversættelse af Lund [26, s. 88]

Eksempel på at fordele 100 brød blandt 10 mænd, heriblandt en færgemand, en formand og en dørvogter, der (alle tre) modtager dobbelt ration.

Jeg viser her tre udgaver for at tydeliggøre forskellen i oversættelsen. Det er klart, at det ikke er ligegyldigt for det videre arbejde med kilden, hvilken oversættelse man

vælger at benytte. I den danske gymnasiebog ‘Regn med en skriver’ af Jens Lund er pRhind opgave 65 stillet som en opgave til læseren, og derfor er løsningen udeladt i bogen. Der er altså ikke en fuldstændig oversættelse af kilden at finde i bogen (dette gælder faktisk alle opgaver inden for rationberegning). Det er derfor ikke tilstrækkeligt at give en gymnasieelev denne bog, hvis eleven skal beskæftige sig med området ‘rationsberegning’. Det er svært at sige ret meget om ægyptisk matematik ud fra den meget korte opgavetekst. Da jeg ikke kan læse de gamle ægyptiske sprog er det ikke direkte muligt at sige, hvilken af de to første oversættelser der ligger tættest på pRhinds oprindelige tekst. Der er dog nogle observationer, som kan give et hint. For eksempel indeholder Clagets oversættelse mange ‘[...]’, hvilket antyder, at han har tilføjet meget tekst for at gøre opgaven forståelig. I kontrast hertil indeholder Imhausens oversættelse ingen markerede tilføjelser. Hun har således i højere grad ladet fortolkningen af den udeladte tekst være op til læseren. Ligeledes benytter Clagett sig af symbolet ‘+’ i sin oversættelse, hvilket ægypterne ikke brugte i deres matematiske arbejde. Disse observationer indikerer umiddelbart, at Imhausens tekst ligger tættest på originalen. Hendes måde at bevare opsætningen gør oversættelsen mere autentisk og fortæller også noget om ægypternes måde at arbejde på, som ikke bliver synliggjort i Clagets tekst. Jeg vælger derfor i det videre arbejde at beskæftige mig med denne oversættelse.

Først og fremmest er det centralt at forstå opgavens indhold. Hvad er det egentligt, der bliver udregnet i opgaven og hvordan gøres det? Opgaven lyder direkte oversat til dansk fra Imhausens version:

Metode til beregning af 100 brød til 10 mænd, sømand, kommandør og vagtmand som dobbelt.

Opgaven går ud på at fordele 100 brød mellem 10 mænd, hvor 3 af mændene skal have dobbelt så meget som de resterende. En elev kunne her stoppe op og overveje, hvordan vedkommende ville løse opgaven ved helt moderne metoder. Besvarelsen følger direkte efter opgaven (bemærk, at når jeg omtaler pRhind opgave 65 er besvarelsen generelt ‘en del af opgaven’ – ‘pRhind opgave 65’ henviser altså både til opgaven og besvarelsen).

Lad os først lave en hurtig gennemgang af opgaven, hvor vi betragter den med et matematisk syn på matematikhistorie. På denne måde får vi hurtigt skabt et overblik over opgavens indhold. Vi går herefter opgaven igennem igen, nu med fokus på de elementer, der skaber spørgsmål, når vi betragter kilden med et historisk syn på matematikhistorie.

Først og fremmest lægges de tre “modtagere” til de 10 mænd. Dette giver 13. Metoden til udregning er at lave en ligelig fordeling af brød mellem 13 mænd, og herefter fordoble resultatet, for at opnå mængden af brød til henholdsvis sømanden, kommandøren og vagtmanden. Ægypterne arbejder kun med stambrøker, dvs. brøker hvor der står 1 i tælleren (med undtagelse af $\frac{2}{3}$). De angiver brøken ved at sætte en streg over nævneren. For eksempel skrives brøken $\frac{1}{7}$ som $\bar{7}$ og $\frac{1}{39}$ som $\bar{39}$. Undtagelsen $\frac{2}{3}$ skrives som $\bar{\bar{3}}$. I besvarelsen er vi nu nået til at fordele de 100 brød mellem 13 personer. Der står, at dette giver $7 \bar{3} \bar{39}$. Bemærk at ægypterne ikke sætter ‘+’ imellem – dette er indforstået. Lad os for en god ordens skyld lige verificere, at 100 divideret med 13 er $7 \bar{3} \bar{39}$ via en moderne beregning:

$$7 \bar{3} \bar{39} \text{ læses som } 7 + \frac{2}{3} + \frac{1}{39} = \frac{7 \cdot 39 + 2 \cdot 13 + 1}{39} = \frac{300}{39} = \frac{100}{13}.$$

Alt dette står i den første kolonne af opgave 65. De resterende kolonner bruges på at angive resultatet. Først skrives at ‘dette er maden for disse 7 mænd, sømanden, kommandøren og vagtmanden som dobbelt’, og herefter angives 7 linjer med tallet $7 \bar{3} \bar{39}$ – én for hver af de 7 mænd. Efterfølgende angives en linje for hver af de tre

personer, der skal have dobbelt så meget som de resterende. For at udregne rationen for sømanden, kommandøren og vagtmanden fordobles den fundne værdi. Skulle vi fordoble ved moderne notation ville svaret blot være $\frac{200}{13}$. Ægypterne når frem til, at det dobbelte af $7 \frac{3}{39}$ er $15 \frac{3}{26} \frac{7}{8}$. Lad os som ovenfor lave en moderne beregning for at verificere resultatet

$$15 \frac{3}{26} \frac{7}{8} \text{ læses som } 15 + \frac{1}{3} + \frac{1}{26} + \frac{1}{78} = \frac{15 \cdot 156 + 52 + 6 + 2}{156} = \frac{2400}{156} = \frac{200}{13}$$

Hvis eleven går til opgaven med et moderne syn på matematikhistorie, ville vedkommende muligvis føle sig færdig med kildeanalysen på nuværende tidspunkt.

Lad os nu betragte pRhind opgave 65 med et historisk syn på matematikhistorie. Bemærk først, at i starten er alle mellemresultater er noteret meget tydeligt i teksten. I Imhausens oversættelse benyttes vendingen: "Then ... results". Dette er både, når $10 + 3$ udregnes, og når 100 divideres med 13. Begge udregninger laves uden mellemregninger i pRhind. Udregningen af $10 + 3$ kan formodentligt godt være foretaget uden mellemregninger, men hvordan er ægypterne kommet frem til at 100 delt med 13 giver $7 \frac{3}{39}$? Bemærk at allerede nu tvinger behandlingen af denne kilde os til at undersøge operationen division. Så hvis en elev bedes lave en kildeanalyse med et historisk syn på matematikhistorie, er det ikke nødvendigt først at bede eleven beskrive de ægyptiske regnemetoder, da det helt naturligt bliver en del af kildeanalysen. Eleven kunne slå op i f.eks. Frandsens bog 'Ægyptisk matematik' [7, s. 23], hvor divisionsmetoden er forklaret. Nogle elever ville måske illustrere metoden med en af de første opgave i pRhind, der handler om lige fordeling, f.eks. opgave 4-6. Da metoderne til division kommer i spil i analysen af $\frac{2}{n}$ -tabellen herunder, vil jeg vente med at komme med et bud på de underliggende beregninger af $\frac{100}{13}$. Jeg vender tilbage til dette aspekt efter gennemgangen af resten af opgave 65.

Lad os betragte den sidste matematiske operation, der foretages i opgaven: Fordoblingen af $7 \frac{3}{39}$. I opgaven står der, at dette giver $15 \frac{3}{26} \frac{7}{8}$ uden at der er foretaget en mellemregning. Et oplagt spørgsmål her er: 'Hvorfor når ægypterne frem til lige præcis disse stambrøker?'. Tænker vi i helt moderne matematiske termer kunne jeg forestille mig en algoritme som følgende:

1. Vi ønsker at skrive $\frac{2}{y}$ som en sum af stambrøker.
2. Er y lige forkortes brøken blot med 2. Er y ulige fortsættes til punkt 3.
3. Forkort brøken $\frac{2}{y+1}$. Lad os benævne resultatet $\frac{1}{x}$. Bemærk at $\frac{1}{x}$ er den største stambrøk mindre end $\frac{2}{y}$.
4. 'Resten' er givet ved $\frac{1}{y \cdot x}$.
5. Hermed er fordoblingen af $\frac{1}{y}$ givet ved $\frac{1}{x} + \frac{1}{y \cdot x} = \frac{1}{(y+1)/2} + \frac{1}{y \cdot (y+1)/2}$.

Lad os undersøge denne teori i forhold til ovenstående regnestykke.

$$\text{En fordobling af } 7 + \frac{2}{3} + \frac{1}{39} \text{ er } 14 + \frac{4}{3} + \frac{2}{39} = 15 + \frac{1}{3} + \frac{2}{39}.$$

Vi mangler at skrive $\frac{2}{39}$ som en sum af stambrøker. Følger vi ovenstående moderne fremgangsmåde opnås følgende:

$$\frac{2}{39} = \frac{1}{(39+1)/2} + \frac{1}{39 \cdot (39+1)/2} = \frac{1}{20} + \frac{1}{780}.$$

Vi har hermed redegjort for en måde, hvorpå vi kan skrive en vilkårlig fordobling af en stambrøk som en sum af to andre stambrøker, men det er ikke sådan ægypterne

har gjort. Ægypterne nåede frem til resultatet $\overline{26} \overline{78}$, og ikke det ovenfor beregnede resultat. Bemærkes at fordoblingen af $7 \overline{3} \overline{39}$ ikke er angivet som et resultat. Tidligere i opgaven er vendingen “then ... results” brugt til at markere, at der er foretaget en mellemregning – denne vending er ikke brugt ved fordoblingen, her er resultatet blot angivet. Hvis ægypterne ikke har beregnet det dobbelte, så må de have fået tallet andetsteds fra. Kilder viser, at ægypterne lavede adskillige tabeller. Som tidligere nævnt indledes pRhind med en tabel over $\frac{2}{n}$ for ulige $n \leq 101$. Lad os betragte denne og forsøge at finde ud af, hvordan ægypterne er fundet frem til netop denne opløsning af $\frac{2}{39}$.

En oversættelse af tabellen findes i Clagett [5, s. 122-134]. Som altid, når en ny kilde inddrages, er det vigtigt at forholde sig kildekritisk til denne. Betragtes billeder af den oprindelige pRhind (se figur 6.4 eller billederne i slutningen af [30]) bemærkes, at nogle af tallene er røde. Clagett skriver i sin forklaring (s. 183) at disse tal er markeret med fed skrift i hans oversættelse. Derudover fortolker han i nogle sammenhænge meget på tallene, så det er vigtigt at forholde sig kritisk. For historiefaget er kildekritik centralt, så det vigtigt ikke at negligere dette element.

Oversættelsen af beregningen af $\frac{2}{39}$ ser ud, som vist i figur 6.6 (nederst til højre). Det er dog umiddelbart ret svært at gennemskue beregningen. Man kunne måske forestille sig, at der tidligere i tabellen har optrådt resultater, som er blevet genbrugt i udregningen. Lad os derfor betragte en række af de første udregninger, der optræder i tabellen, og derudfra forsøge at bestemme hvilken metode ægypterne benyttede til at finde stambrøkerne.

I figur 6.6 ses uddrag af pRhinds indledende tabel med en opløsning af $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{2}{9}$ og $\frac{2}{13}$ i stambrøker. Opløsningen af $\frac{2}{11}$ har jeg valgt at udelade, da denne er meget fragmenteret [5, s. 123], og derfor er der en risiko for, at oversættelsen fortolker den oprindelige beregning forkert. Derudover er beregning af $\frac{2}{21}$ og $\frac{2}{39}$ inkluderet i figuren. Blot for at undgå forvirring med sprogbruget, vil jeg herefter referere til de seks ‘udregninger’. Hver udregning består af to linjer øverst, hvor den første angiver hvilken brøk der udregnes, og den anden linje angiver resultatet, som er tallene skrevet med fed. Under disse to linjer er der nogle søjler med tal. Jeg vil referere til disse som mellemregninger. Ud for enkelte rækker i mellemregningen står en streg. Stregen markerer at rækken skal bruges i resultatet, som ses i anden linje.

Som nævnt fortæller den øverste linje i hver af udregningerne, hvad der skal beregnes. Den næste linje angiver resultatet. For eksempel er

$$\frac{2}{13} = \frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}.$$

Selve udregningen af dette resultat foregår i mellemregningen under disse to linjer. Betragtes 1. talsøjle i mellemregningen af $\frac{2}{13}$ står der 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, 4 og 8. Hvis vi i første omgang ignorerer de to sidste tal, (jeg vender tilbage til dem senere), ser vi at søjlens første fire tal giver starten på følgen:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$$

Denne følge ser vi også i starten af udregningen af $\frac{2}{7}$. Betragtes flere udregninger fra $\frac{2}{n}$ -tabellen, end dem vist i tabel 6.6, ses at denne følge går igen i mange af mellemregningerne. Ved udregningen af $\frac{2}{5}$ og $\frac{2}{9}$ ses en anden følge i første søjle i mellemregningerne. Ved $\frac{2}{9}$ optræder tallene 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ (igen vender jeg tilbage til søjlens sidste tal længere nede), hvilket er starten på følgen:

$$1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \dots$$

Også denne talfølge går igen i mange udregninger i $\frac{2}{n}$ -tabellen, som ikke er medtaget i figur 6.6. Faktisk er det med ganske få undtagelser kun disse to følger, der optræder i mellemregningerne.

Figur 6.6: Uddrag af 2/n-tabellen fra pRhind. Kilderne er hentet fra Clagett [5, s. 122-126]

$[2 \text{ divided by } 5]$ $1/3$ [of 5 is] $1 \frac{2}{3}$, $1/15$ [of 5 is] $1/3$. Procedure [ssmt, i.e. Working Out]		$[2 \text{ divided by } 7]$ $1/4$ [of 7 is] $1 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$, $1/28$ [of 7 is] $1/4$.	
$\begin{array}{r} 1 \quad 5 \\ 2/3 \quad 3 \frac{1}{3} \\ \backslash \quad 1/3 \quad 1 \frac{2}{3} \\ \backslash \quad 1/15 \quad 1/3 \end{array}$		$\begin{array}{r} 1 \quad 7 \\ 1/2 \quad 3 \frac{1}{2} \\ \backslash \quad 1/4 \quad 1 \frac{1}{2} \frac{1}{4} \\ \backslash \quad 4 \quad 28 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1 \quad 7 \\ 2 \quad 14 \\ 1/4 \quad 4 \quad 28 \end{array}$
$[2 \text{ divided by } 9]$ $1/6$ [of 9 is] $1 \frac{1}{2}$, $1/18$ [of 9 is] $1/2$.		$[2 \text{ divided by } 13]$ $1/8$ [of 13 is] $1 \frac{1}{2} \frac{1}{8}$, $1/52$ [of 13 is] $1/4$, $1/104$ [of 13 is] $1/8$.	
$\begin{array}{r} 1 \quad 9 \\ 2/3 \quad 6 \\ 1/3 \quad 3 \\ \backslash \quad 1/6 \quad 1 \frac{1}{2} \\ \backslash \quad [2 \quad 1]8 \quad 1/2 \end{array}$		$\begin{array}{r} 1 \quad 1[3] \\ 1/2 \quad 6 \frac{1}{2} \\ 1/4 \quad 3 \frac{1}{4} \\ \backslash \quad 1/8 \quad 1 \frac{1}{2} \frac{1}{8} \\ \backslash \quad 4 \quad 52 \quad 1/4 \\ \backslash \quad 8 \quad 104 \quad 1/8 \end{array}$	
$[2 \text{ divided by } 21]$ $1/14$ [of 21 is] $1 \frac{1}{2}$, $1/42$ [of 21 is] $1/2$.		$[2 \text{ divided by } 39]$ $1/26$ [of 39 is] $1 \frac{1}{2}$, $1/78$ [of 39 is] $1/2$.	
$\begin{array}{r} [1 \quad 21] \\ \backslash \quad 2/3 \quad 14 \quad 1 \frac{1}{2} \\ \backslash \quad 2 \quad 42 \quad 1/2 \end{array}$		$\begin{array}{r} [1 \quad 39] \\ \backslash \quad 2/3 \quad 26 \quad 1 \frac{1}{2} \\ \backslash \quad 2 \quad 78 \quad 1/2 \end{array}$	

Tager vi anden talsøjle i mellemregningen i betragtning ses, at de to søjler har en klar sammenhæng: Forholdet mellem søjlerne er tallet, som vi forsøger at dividere 2 med. Betragt for eksempel udregningen af $\frac{2}{13}$. I første række i mellemregningen står der 1 og 13. I næste række står $\frac{1}{2}$ og $6 \frac{1}{2}$. Begge tal er blevet divideret med to. I tredje række står der $\frac{1}{4}$ og $3 \frac{1}{4}$, igen en halvering af tallene fra anden række. Således fortsættes til fjerde række. Det vil sige, at forholdet mellem tallene i søjlerne er 13.

Halveringen stopper, da anden søjle når en værdi lavere end 2. Dette ses også i udregningen af $\frac{2}{7}$. Herefter virker det til, at en anden type beregning overtager. Betragt $\frac{2}{7}$. Her optræder rækken med 4 i første søjle og 28 i anden. Igen er forholdet mellem søjlerne bevaret som i beregningerne ovenfor. Ovre til højre er et lille ekstra regnestykke, hvor det ses hvordan der fordobles for at opnå værdien af $4 \cdot 7$. Grunden til at det netop er $4 \cdot 7$, der er udregnet, skal måske findes ved brøken $\frac{1}{4}$ (skrevet lidt ude til højre). Min fortolkning er, at ægypterne betragter tredje række i udregningen af $\frac{2}{7}$ – rækken hvor der netop er fundet en værdi under 2. Rækken svarer til identiteten:

$$\frac{1}{4} \cdot 7 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

Hvis der havde stået 2 på højre side, så identiten havde været af typen: $7 \cdot x = 2$, så er x netop tallet vi søger. For at opnå dette skal der lægges $\frac{1}{4}$ til på højre side. Ægypterne udregner $4 \cdot 7$, hvilket tyder på, at de har en forståelse for den reciprokke værdi. Benytter vi moderne notation fås

$$7 \cdot 4 = 28 \Leftrightarrow \frac{1}{4} = 7 \cdot \frac{1}{28}.$$

På denne måde fuldendes regnestykket:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 7 \cdot \frac{1}{4} + 7 \cdot \frac{1}{28} \Leftrightarrow \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$$

Hvis min fortolkning er rigtig, dvs. at ægypterne forsøger at “fuldende” tallet $1 \frac{2}{3}$, så det giver 2, så viser ægypterne, at de har forstået at udnytte tallet 4 til at opnå et udtryk for 4, som passer ind i beregningerne, dvs. at de har en forståelse af den reciprokke værdi.

Overordnet giver disse fire eksempler os følgende idé om fremgangsmåden til bestemmelse af $\frac{2}{n}$.

- Ægypterne udvikler n efter én af de to følger præsenteret ovenfor.
- Beregningen stopper, når der er opnået en værdi under 2.
- Den fundne værdi “fuldendes” gennem multiplikation.

Efter disse beregninger og konklusioner kan vi vende tilbage til det egentlige spørgsmål: Hvordan ægypterne er nået frem til opløsningen af brøken $\frac{2}{39}$? Først og fremmest kan vi bemærke, at der benyttes opløsning efter følgen $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \dots$. Var dette ført til ende, ville beregningen have set ud som følgende:

	1	39
	2/3	26
	1/3	13
	1/6	6 1/2
	1/12	3 1/4
\	1/24	1 1/2 1/8
	2	78
\	4	156
\	8	312

Hermed ville konklusionen være, at 2 delt med 39 er $\overline{24} \overline{156} \overline{312}$. Det er dog ikke det, der sker i beregningen i pRhind. Her benytter ægypterne sig tilsyneladende pludseligt af et lille trick. Det bemærkes at den reciprokke værdi af $2/3$ er $1 \frac{1}{2}$ (dette tal står lidt længere til højre). Tallet $1 \frac{1}{2}$ er hurtigt at “fuldende”, da der kun mangler $1/2$ for at summere til 2. Derfor fordobles i den sidste linje. Lad os for forståelsens skyld lige foretage denne udregning i moderne notation:

$$\frac{2}{3} \cdot 39 = 26 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{2} = 39 \cdot \frac{1}{26}.$$

Hvorefter regnestykket fuldendes:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 39 \cdot \frac{1}{26} + 39 \cdot \frac{1}{78} \Leftrightarrow \frac{2}{39} = \frac{1}{26} + \frac{1}{78}.$$

Igen bekræfter dette, at ægypterne havde en forståelse for den reciprokke værdi, og hvordan denne kan udnyttes til at forsimple regnestykker. Bemærk at metoden fungerer, fordi 39 er divisibel med 3, hvormed $\frac{2}{3}$ af 39 giver et helt tal. Denne metode er umiddelbart anvendelig for alle tal divisible med 3. Ved udregningen af $\frac{2}{9}$ (figur 6.6) er tricket ikke benyttet. I Clagetts oversættelse er tricket første gang benyttet ved beregning af $\frac{2}{21}$, som også ses i figur 6.6.

Vi har hermed givet en forklaring af, hvordan ægypterne i pRhind opgave 65 nåede frem til netop denne opløsning af $\frac{2}{39}$ i stambrøker. Jeg vil nu som lovet vende tilbage til at forklare det andet åbne spørgsmål i pRhind opgave 65: Hvordan er ægypterne nået frem til, at $\frac{100}{13}$ er $7 \frac{2}{3} \frac{2}{39}$? Nedenstående er mit bud på, hvilke

sen mener, at ægypterne betræbte sig på at efterleve, når de lavede opløsninger i stambrøker. En elev kunne tage disse regler op til diskussion.

- Eleven kunne også komme ind på, hvor lang tid det ville tage at lave tabellen, hvis alle retningslinjer for foretrukne stambrøker skulle efterleves. Som der står i “The Rhind Mathematical Papyrus” [30, s. 29]:

The procedure is laborious and when one takes into account the number of fractional multipliers that would have had to be tried to achieve the most acceptable result there is no doubt that compiling the whole RMP table through straightforward divisions would have taken a dauntingly long time.

Disse perspektiver er meget tæt relateret til tabellen, men kunne også blive til større diskussioner, hvis eleven vælger det. For eksempel kan der laves en stor diskussion omkring ægypternes brug og forståelse af tallet $\frac{2}{n}$. Ligeledes kan ovenstående give afsæt til en stor diskussion om ægypternes brug af stambrøker, hvor eleverne blandt andet kan komme ind på, om ægypterne altid bruger de samme opløsninger (det kræver dog kilder, der kan underbygge diskussionen).

Et andet perspektiv generelt om ægyptisk matematik er den algoritmiske tilgang til beregningerne. Betragtes udregningerne i $\frac{2}{n}$ -tabellen ses en klar fremgangsmåde i mange af udregningerne, og så benyttes der engang imellem tricks til at forsimple beregningerne. Ligeledes er løsningen af mange opgaver i pRhind opbygget efter en algoritme. Forståelse af algoritmerne og stambrøkerne er afgørende for at forstå, hvordan ægypterne tænkte.

Endnu et generelt diskussionsoplæg er, at udregningerne påbegyndes direkte efter afslutning af opgaveteksten. Sådan er opbygningen for alle opgaver i pRhind. I en typisk moderne lærebog ville besvarelsen være placeret et andet sted, f.eks. bagerst i bogen, så læseren har mulighed for selv at løse opgaven inden vedkommende læser besvarelsen. Til gengæld ville der have været (abstrakt) tekst, som forklarer, hvordan opgaven skal regnes. Hvis pRhind er en lærebog i den forstand, at den er brugt til at oplære skrivere, så er den meget anderledes end lærebøger i dag, da den udelukkende består af eksempler med kun lidt omkringliggende forklaring af. Denne diskussion af pRhinds formål i forhold til indhold og opbygning og med sammenligning til nutidige lærebøger er et perspektiv, en elev kan inddrage i forbindelse med en opgave inden for emnet.

I analysen er det ofte bekvemt for forståelsen at oversætte elementer af kilden til moderne notation, som jeg også har gjort i ovenstående analyse. Hvis en elev beskæftiger sig med kilder i studieretningsprojektet, er det vigtigt, at eleven gør det meget tydeligt, hvornår eleven oversætter til moderne notation. Ellers kan det let virke som om eleven overfortolker ægypternes formåen. Ægypterne har meget få symboler. Så vidt vi ved fra den begrænsede mængde kilder, kendte ægypterne kun til stambrøker, så når vi verificerer udregninger ved moderne notation som f.eks. brøkreduktion og ligningsløsning, var det sandsynligvis ikke sådan, ægypterne tænkte. Der er ikke noget entydigt svar på, hvordan de tænkte, men deres metoder giver nogle indikationer. Hvis eleven kan adskille ægypternes tankegang fra sin egen og kan se nogle forskelle i måden at tilgå og løse problemer, så viser eleven en rigtig god matematikforståelse. Der er ingen integraler, vektorer eller kompliceret geometri i ovenstående, men derimod en matematisk udfordring i at læse tekster skrevet af ægypterne, som tænkte matematik på en anden måde, end vi gør i dag.

Jeg har hermed givet en forholdsvis grundig beskrivelse af pRhind opgave 65's indhold og fremgangsmåde, og helt naturligt er jeg gennem analysen kommet ind på ægypternes brug af stambrøker og tabelopslag. For at skabe den optimale sammenhæng med historie skal vi nu videre fra den matematiske analyse, til kildens omkringliggende forhold. Betragter vi analysemodellen fremstillet i afsnit 6.1 er det

næste niveau kildens udgivelse. Opgave 65 er en del af pRhind, som kort blev introduceret i afsnit 6.4. Som nævnt det en udbredt opfattelse, at pRhind har været en ‘lærerbog’ – et dokument hvis hovedformål har været at oplære skrivere. Dokumentet skal give skriversne de nødvendige kompetencer til at udføre de krævende beregninger i deres fremtidige erhverv. For at underbygge denne påstand inddrages kilden pBerlin 10005.

pBerlin 10005

For at kunne lave en godt samarbejde med historie er det også vigtigt at have nogle historiske kilder, der spiller godt sammen med de matematiske. Ved et projekt omkring rationsberegning er det en mulighed at betragte papyrus Berlin 10005. Som navnet antyder befinder denne papyrus sig på et museum i Berlin, hvor den er glattet ud og lagt under glas [2]. Papyrussen stammer fra “Middle Kingdom” ifølge [2], og det betyder, at pBerlin og pRhind er samtidige. Der er derfor godt belæg for at sammenholde informationerne i disse to kilde og undersøge, om der skulle være nogle paralleller.

Uddrag af pBerlin 10005 er faktisk i den danske gymnasiebog “Regn med en skriver” af Jens Lund [26, s. 93]. Det er dog svært her at afgøre, hvor meget af teksten der rent faktisk er indeholdt i kilden, og hvor meget der er tilføjet for at øge forståelsen. Den hieratiske originaltekst er ikke udgivet [16, s. 295, fodnote 233], men Borchardt har udgivet en transkribering af kilden [2]. Denne kan ses i bilag D. Sammenlignes Borchardts oversættelse med Lunds fremstilling, som ses i figur 6.8, ses at Lunds oversættelse svarer meget godt til den oversættelse, som Borchardt har lavet. Da Borchardt i sin artikel ikke antyder at have fortolket på kildens indhold, tyder det på, at kilden i sit originalformat har indeholdt lige så mange oplysninger, som der kommer til udtryk i Lunds oversættelse. Lund har endda udeladt nogle indledende udregninger, hvor det fremgår, hvor maden kommer fra, og hvor stor en andel der går til “die Totenpriester”. Har man meget dygtige elever, kunne de måske håndtere Borchardts oversættelse og udtrække interessante aspekter af kildens indledende dele. Da der ligger meget fortolkning i forståelsen af de indledende dele, og jeg ikke har kunnet finde sekundærlitteratur omhandlende disse, tror jeg, det ville være for stor en udfordring for en svag elev. Da Lund og Borchardts oversættelser stemmer overens på delen angivet i figur 6.8, kan vi sagtens lave analysen af kilden ud fra oversættelsen i “Regn med en skriver”.

Lad os først og fremmest betragte kildens indhold. Templet har fået 70 brød samt 35 krukker af én type øl og 115,5 krukker af en anden type øl. Disse skal fordeles mellem templets ansatte. Yderste venstre søjle angiver navnet på stillingen, anden søjle angiver antallet af personer ansat i denne stillingstype, mens den tredje søjle angiver, hvor stor en andel af den samlede mængde brød og øl, der skal tilkomme en person med den pågældende stillingstype. Den 2. og 3. søjle indeholder de grundlæggende oplysninger, der skal bruges for at beregne, hvor meget brød og øl der skal afsættes til en bestemt gruppe af ansatte. Laver vi en opsætning tilsvarende denne for pRhind opgave 65, ville den se ud som vist på figur 6.9.

Erindrer vi pRhind opgave 65, så var det første skriveren gjorde at “lægge modtagerne sammen”. Dette kan fortolkes som at skriveren summerer produktet af antal og andele inden for hvert stilling. Det simple (ikke udspecificerede) regnestykke i pRhind opgave 65 kunne have været

$$7 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 13$$

Hvis skriveren har tænkt på denne måde, er tankegangen let at oversætte til den nye kilde; pBerlin 10005. Det første skriveren kunne have gjort ville således være at

			Øl		
			Brød	sd_3 -krukker	$hpnw$ -krukker
Fordeling af resten:		Andele	$1 \bar{3}$	$\bar{3} \bar{6}$	$2 \bar{3} \bar{10}$
Tempelbestyrer	1	10	$16 \bar{3}$	$8 \bar{3}$	$27 \bar{3}$
Bestyrer for læg- præster, som gør tjeneste i denne må- ned	1	3	5	$2 \bar{2}$	$8 \bar{5} \bar{10}$
Øverste oplæser- præst	1	6	10	5	$16 \bar{2} \bar{10}$
Tempelskriver, som gør tjeneste i denne måned	1	$1 \bar{3}$	$2 \bar{6} \bar{18}$	$1 \bar{9}$	$3 \bar{3} \bar{45}$
Sædvanlig oplæser- præst, som gør tje- neste i denne må- ned	1	4	$6 \bar{3}$	$3 \bar{3}$	$11 \bar{15}$
Wtw-præst, som gør tjeneste i denne måned	1	2	$3 \bar{3}$	$1 \bar{3}$	$5 \bar{2} \bar{30}$
Imj-ist-'3 præst, som gør tjeneste i denne måned	1	2	$3 \bar{3}$	$1 \bar{3}$	$5 \bar{2} \bar{30}$
Ibh-præster, som gør tjeneste i denne måned	3	2	10	5	$16 \bar{2} \bar{10}$
Kongelige præster, som gør tjeneste i denne måned	2	2	$6 \bar{3}$	$3 \bar{3}$	$11 \bar{15}$
Politibetjent	1	1	$1 \bar{3}$	$\bar{3} \bar{6}$	$2 \bar{3} \bar{10}$
Dørvogtere	4	$\bar{3}$	$2 \bar{6} \bar{18}$	$1 \bar{9}$	$3 \bar{3} \bar{45}$
Nattevægtere	2	$\bar{3}$	$1 \bar{9}$	$\bar{2} \bar{18}$	$1 \bar{2} \bar{3} \bar{90}$
Tempelarbejder	1	$\bar{3}$	$\bar{2} \bar{18}$	$\bar{4} \bar{36}$	$\bar{3} \bar{4} \bar{180}$
Ialt			70	35	$115 \bar{2}$

Figur 6.8: Uddrag af pBerlin fra “Regn med en skriver” [26, s. 93]. Fordeling af brød og øl blandt de ansatte i et tempel.

	Number of persons	Share
Worker	7	1
Sailor	1	2
Commander	1	2
Watchman	1	2

Figur 6.9: Opsætning af pRhind opgave 65 tilsvarende tabellen over fordeling af brød og øl til tempelpersonalet i figur 6.8.

udføre følgende regnestykke (opskrevet i moderne notation):

$$\begin{aligned}
 & 1 \cdot 10 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot \frac{4}{3} + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \\
 & + 1 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3} \\
 & = 10 + 3 + 6 + 4 + 2 + 2 + 6 + 4 + 1 + \frac{4 + 4 + 2 + 1}{3} = 38 + \frac{11}{3} = 41 + \frac{2}{3}.
 \end{aligned}$$

Dette tal fremkommer ingen steder i tabellen. Det er vigtigt her at bemærke, at tabellen er en resultatfremstilling. Her fremgår ingen mellemregninger – ingen udregninger – som viser, hvordan tabellens resultater er udregnet. Antager vi, at metoden er tilsvarende den i pRhind, da skriveren er blevet oplært efter dokumenter som dette, må skriveren have udregnet summen til $41 \frac{2}{3}$. Følger vi igen fremgangsmåden fra pRhind opgave 65 har den næste beregning bestået i at finde værdien for én enhed ved division. Lad os betragte brødet. Her var der samlet 70 stk., hvormed divisionen i moderne oversættelse vil være

$$\frac{70}{41 + \frac{2}{3}} = \frac{70}{\frac{125}{3}} = \frac{70 \cdot 3}{125} = \frac{210}{125} = 1 + \frac{85}{125} = 1 + \frac{51}{75} = 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{75}$$

Betragtes tabellens række 10 med politibetjenten, ses at han netop har andel 1, og hans ration af brød er $1 \frac{2}{3}$. For lethedens skyld har skriveren altså afrundet (dvs. udeladt $\frac{1}{75}$) i de videre udregninger. Dette må anses for så lille en andel brød, at det ville skabe mere besvær end gavn at medtage denne brøkdelt i beregningerne. Når først enheden er fundet, er de resterende beregninger blot et spørgsmål om multiplikation og division.

I tilfælde af behandling af denne kilde til en SRP-opgave er der her en åbning til en generel diskussion af ægypternes metoder til at multiplicere og dividere. I ovenstående har jeg blot ved moderne udregninger vist, at jeg via metoden i pRhind opgave 65 kan opnå resultaterne i tabellen. Udregningerne er ikke foretaget, som ægypterne ville have gjort det. For eksempel ville deres beregning af 70 delt med $41 \frac{2}{3}$ formodentligt langt fra ligne min. En lærer kunne bede eleven udføre beregningen, som ægypterne ville have gjort det. På den måde bliver eleven tvunget til at forsøge at forstå ægypternes tankegang, da vedkommende ellers ikke vil være i stand til at foreslå, hvordan ægypterne har foretaget divisionen. Jeg har ovenfor kun illustreret, hvordan enheden kan findes. Et anden muligt perspektiv til eleven, er at bede vedkommende vurdere, hvordan skriveren mest effektivt får udfyldt resten af tabellen.

Bemærk også, at tabellen giver endnu en dimension til analysen af skriverens rolle i samfundet, da man i tabellen kan se, hvilken løn skriveren får i relation til templets andre ansatte. Skriverstillingen er højere rangeret end tempelarbejder, nattevægter, dørvogter og politibetjent, men rangerer stadig under præster og tempelbestyrer. Her dukker nogle oplagte spørgsmål op: Kunne alle blive præster? Kunne alle blive skrivere? Dette kan føre til en diskussion om social mobilitet i det ægyptiske samfund.

Kilden giver også oplagte perspektiver til templernes rolle i samfundet, herunder gudedyrkelse og relationen mellem guderne og Farao. Man skal dog som lærer passe på, at der skabes sammenhæng i opgaven, og eleven ikke bliver bedt om at perspektivere i alt for mange forskellige retninger. Problemformuleringen skal vise eleven, hvor opgavens fokus skal ligge.

‘Brød og øl’-opgaver

En anden gruppe opgaver, som Imhausen i oversigten i afsnit 6.4 kategoriserer under administrationsmatematik, er ‘brød og øl’-opgaver. ‘Brød og øl’-opgaver handler primært om, hvor meget korn der skal benyttes for at lave et givet antal brød eller en given mængde øl. I gymnasiebogen “Ægyptisk matematik” [7] omhandler kapitel 5 netop denne type opgaver. Frandsen benævner disse ‘pesu-opgaver’, mens Imhausen benytter betegnelsen *psw*-opgaver og Clagett benytter betegnelsen ‘pefsu’. Jeg vil fremover benytte betegnelsen *psw*, da jeg primært kommer til at referere til Imhausen. Denne begrebsforvirring opstår flere gange i det følgende afsnit, da Imhausen benytter specialtegn i oversættelsen af de ægyptiske tegn, Clagett oversætter til engelsk, og Frandsen oversætter til dansk.

I [18] definerer Imhausen *psw* på følgende måde:

$$psw_{bread} = \frac{\text{number of bread loaves}}{\text{amount of grain used for their production}},$$

$$psw_{beer} = \frac{\text{number of vessels of beer}}{\text{amount of grain used for their production}}.$$

Hun markerer hermed en adskillelse mellem *psw* for brød og *psw* for øl, men grundlæggende er de to definitioner ens, *psw* beskriver, hvor mange brød eller hvor meget øl der bliver ud af en mængde korn. Hermed fortæller *psw*-værdien noget om kvaliteten af brødet og øllet. I pMoskva er $psw_{bread} = 20$ og psw_{beer} ligger mellem 2 og 6 [18, s. 383]. Des mindre *psw* des højere kvalitet, da der i så tilfælde bruges mere korn til produktet.

En anden kvantitativ størrelse betegnes af Frandsen ‘hekat’, af Clagett ‘heqat’ og af Imhausen ‘*ḥq3.t*’. Dette er et rummål, der svarer til cirka 4,8 liter (en oversigt over ægypternes mængdemål kan ses i [22] side 17). Jeg vil fremover benytte betegnelsen ‘hekat’.

Kendskab til disse to begreber gør det for eksempel muligt at forstå pMoskva opgave 15. Herunder er oversættelsen af Clagett [5, s. 221-222].

- [Lin. 1] **The calculation of 10 heqat of Upper-Egyptian Grain.**
 [Lin. 2] If someone says to you: “10 heqat of Upper-Egyptian Grain;
 [Lin. 3] [they] are to be made into beer of pefsu 2.
 [Lin. 4] Oh let me know [the amount of]
 [Lin. 5] the beer.” Reckon with this 10
 [Lin. 6] two times. The result is 20. Behold,
 [Lin. 7] the beer [quantity] is 20 1-des-jugs. You will find it right.

Frit oversat går opgaven ud på, at der kommer én person hen til skriveren og fortæller: “10 hekat øvre ægyptisk korn skal laves om til øl af *psw* 2. Fortæl mig mængden af øl.” Vi har fået oplyst $psw_{beer} = 2$ og at der er 10 hekat korn. Erindrer vi Imhausens definition af *psw* ses, at

$$2 = \frac{\text{antal beholdere øl}}{10 \text{ hekat øvre ægyptisk korn}},$$

så ved at gange disse to tal, fås det samlede antal beholdere med øl. I opgavens linje 5-6 udføres denne beregning. Bemærk dog, at der ikke bruges et udtryk for gange, men derimod udtrykket at ‘vi regner 10 to gange’. Bemærk også i sidste linje endnu en sproglig forskel mellem Imhausen og Clagett. Clagett benytter betegnelsen ‘des-jug’, hvor Imhausen benytter ‘vessel’.

Der udføres ikke særlige beregninger i denne opgave, der kan hjælpe med at forstå ægypternes matematiske tankegang, som vi så i pRhind opgave 65. Til gengæld er sproget anderledes i denne opgave. Opgaven er stillet, som om det er en lille historie fra hverdagen. En analyse af sprogbrugen i opgaverne er dog måske mere danskfaglig end historisk, men trods alt stadig et spændende perspektiv.

Opgave 15 i pMoskva er overskuelig, og kræver ikke et indgående kendskab til ægypternes tilberedning af og handel med mad, som dens efterfølger, opgave 16. Inden jeg fortsætter med en analyse af opgave 16 vil jeg fremhæve, at dette er en meget svær opgave og den eneste sekundærlitteratur jeg har fundet, som forklarer opgaven, er Imhausens artikel [18, s. 378-386], som er på engelsk. Hvis eleven har dårlige engelskkundskaber kunne et alternativ være at bede eleven analysere pRhind opgave 69, der findes i en overskuelig oversættelse i Frandsen [7, s. 39] med kommentarer. Denne opgave vil lede til nogle af de samme overvejelser som pRhind opgave 65.

På figur 6.10 ses problem 16 i Moskva matematiske papyrus. Ægypterne læste fra højre mod venstre, og derfor står XXXII under XXXI i oversættelsen nederst i figuren, selvom den står til venstre i hieroglyf-teksten øverst. Ved første gennemlæsning var opgaven uforståelig for mig. Det fremgår ikke klart, hvad der bliver regnet ud, og hvad resultat på $\bar{4} \bar{8}$ hekat betyder. Lad os derfor gennemgå opgaven linje for linje. Alle påstande i denne gennemgang stammer fra Imhausen [18].

Overskriften antyder, at én parameter fastholdes gennem hele opgave: $psw = 2$. Vi skal regne på beholdere med øl, hvor forholdet mellem mængden af øl og antal hekat korn er 2. De første to linjer er opgaveteksten. Det vil sige, at vi i disse linjer får den information, der er nødvendig for at besvare opgave. Det første af opgaveteksten er blot en gentagelse af overskriften. Herefter står der noget med “ $b\bar{s}\bar{3}$ ” og “dates”. Imhausen forklarer, at $b\bar{s}\bar{3}$ er en kornsort, formodentligt en type malt, som er blevet brugt til ølproduktion. (Kornsorten er også nævnt i opgave 15 ovenfor. Clagett benytter blot en anden betegnelse: “Upper-Egyptian Grain”.) “Dates” betyder dadler, så linjen indikerer, at dadler og psw er ingredienser i øllen. Tallet $\bar{2} \bar{4}$ angiver ifølge Imhausen [18, s. 385] forholdet mellem værdien af det $b\bar{s}\bar{3}$, der skal benyttes, og de dadler, der skal tilsættes. Egentligt er tallet $\bar{2} \bar{4}$ ikke nødvendigt at kende for de videre udregninger – i følge Imhausen er “ $\bar{2} \bar{4}$ of $b\bar{s}\bar{3}$ for dates” blot en betegnelse for typen af øl, som opgaven omhandler.

Den næste linje nævner “emmer”, som er en type hvede, der blev brugt til brød- og ølproduktion. I dansk oversættelse står der: ‘udvekslet som emmer, målt til $2 \bar{3}$.’ Det vil sige, at værdien af øltypen “ $\bar{2} \bar{4}$ of $b\bar{s}\bar{3}$ for dates” skal angives i enheden: ‘mængde af emmer’. Med andre ord får vi opgivet en bestemt øltype med $psw = 2$, og vi bliver bedt beregne værdien af denne øltype målt i emmer. Som hjælp angives i opgaven “measured as $2 \bar{3}$ ”. Her er der undertrykt et ord i slutningen af sætningen. I pMoskva er byg (på engelsk ‘barley’) brugt som reference, så hvis der ikke er andet angivet, regnes der i mængden af byg. Hermed skulle der egentligt stå “measured as $2 \bar{3}$ barley”. Det vil sige at

$$1 \text{ hekat emmer} = 2 \bar{3} \text{ hekat byg.}$$

Selvom vi nu har oversat og forklaret selve opgaveteksten, så synes jeg stadig ikke det er helt klart, hvad det egentligt er for nogle udregninger, der skal foretages. Denne opgave er meget indforstået, når vi f.eks. sammenligner med pRhind opgave 65 eller pMoskva opgave 15 ovenfor. Dette kunne tyde på, at der er en relation



XXXI

| Method of calculating beer-vessels of $psw\ 2$ | If you are told beer-vessels of $psw\ 2$, | $\overline{2}\overline{4}$ of $b\overline{3}$ for datesexchanged | as emmer, measured as $\overline{2}\overline{3}$.Then you | calculate the need of these beer-vessels of $psw\ 2$.| Then it results as $\overline{2}\ hq\overline{3}.t$.

Then you calculate it times 2.

| Then 1 results.

Then you divide 1 by $\overline{2}\overline{3}$.

XXXII

| Then $\overline{4}\overline{8}$ results.Then you calculate | $\overline{4}\overline{8}$ of 1.Then $\overline{4}\overline{8}\ hq\overline{3}.t$ result.

| Then you tell him:

Look: It is these.

| What has been found by you is correct.

Figur 6.10: Transkribering og oversættelse af pMosva opgave 16. Figuren stammer fra Imhausens artikel "Egyptian Mathematical Texts and Their Contexts" [18]. Rødt blæk i originaltesten er markeret med understreget i teksten skrevet med hieroglyffer og med fed i oversættelsen. De lodrette streger i oversættelsen markerer linjeskift i den ægyptiske originaltekst.

mellem opgaven og nogle rutiner/daglige handlinger i Det gamle Ægypten, siden det ikke er nødvendigt med flere ord for at forklare opgavens indhold og formål.

Efter opgaveteksten følger en løsningsalgoritme. Denne kan forhåbentligt skabe yderligere klarhed over opgavens formål. Først og fremmest skal vi ‘beregne behovet for disse beholderne med $psw = 2$ ’. Ud fra $psw = 2$ kan vi direkte beregne, hvor meget korn der skal bruges for at brygge én beholder øl:

$$psw_{beer} = 2 = \frac{1 \text{ beholder øl}}{\text{mængden af korn nødvendig for at producere 1 beholder øl}}$$

Derfor er $\bar{2}$ hekat korn nødvendig for at brygge en beholder øl, hvilket også er resultatet angivet i opgavens næste linje. Den indforståede brug af byg som reference indikerer, at korn-henvisningen i psw -værdien er regnet i byg. Vi slog fast tidligere, at øllen brygges af $bšz$ og dadler, så der skal måske slet ikke byg i øllen. Derfor må referencen til byg udelukkende være et spørgsmål om øllens værdi.

I næste linje ganges uden forklaring med 2. For at finde en forklaring på denne faktor 2 kan vi kigge på pMoskva opgave 9. Betragt dette lille udsnit af opgave 9 i Clagetts oversættelse [5, s. 217]

[...]
[Col XV]
[Lin. 1] [First] reckon the grain required [for 1 des-jug of the beer of] pefsu 2. The result is $1/2$.
[Lin. 2] Reckon the grain required [for 1 des-jug of the beer of] pefsu 4. The result is $1/4$.
[Lin. 3] Reckon the grain required [for 1 des-jug of the beer of] pefsu 6. The result is $1/6$.
[Lin. 4] Add them together. The result is $2/3 \ 1/4$.
[Lin. 5] Take $2/3 \ 1/4$ two times, because it was said to him,

[Col XVI]
[Lin. 1] [it is like] $1/2 \ 1/4$ malt-
[Lin. 2] date beer.
[...]

Igen benytter Imhausen og Clagett forskellige betegnelser for det samme, Imhausen bruger betegnelsen “ $\bar{2} \ \bar{4}$ of $bšz$ for dates” og Clagett betegnelsen “ $1/2 \ 1/4$ maltdate beer”. Først kan vi bemærke, at beregningerne i linje 1-3, kolonne XV svarer helt til den beregning, vi lige har betragtet i opgave 16, hvor der tages den inverse værdi til den angivende psw . Disse værdier lægges sammen i linje 4 (forklaringen på dette kræver en analyse af opgave 9, hvilket her udelades for at holde fokus på opgave 16). Så står der, at dette resultat fordobles fordi “it was said to him, [it is like] $1/2 \ 1/4$ maltdate beer”. Dette indikerer, at netop denne type øl har ekstra værdi – faktisk dobbelt så stor værdi som ‘almindelig’ øl. Imhausen forklarer det ved, at der ud over korn også skal dadler i øllen, og værdien af disse indgår ikke i psw -værdien. For at inkludere disse i øllens værdi ganges der med 2 i opgave 16.

Resultatet “1” i linje seks angiver hermed, at værdien af 1 beholder “ $\bar{2} \ \bar{4}$ of $bšz$ for dates” er 1 hekat byg. Så hvis opgaven havde gået ud på at beregne værdien af 1 beholder “ $\bar{2} \ \bar{4}$ of $bšz$ for dates”, så havde vi været færdige nu. Men opgaven beder os angive værdien i emmer. Derfor beregnes, hvor meget vi skal gange med for at få værdien i emmer. Ved at tage den reciprokke værdi af $2 \ \bar{3}$ ($2 \ \bar{3}$ svarer til $\frac{8}{3}$, så det inverse $\frac{3}{8}$ svarer til $\bar{4} \ \bar{8}$) fås

$$\bar{4} \ \bar{8} \text{ hekat emmer} = 1 \text{ hekat byg.}$$

Så ved at gange 1 med $\bar{4} \bar{8}$ fås resultatet, at 1 beholder af øllen “ $\bar{2} \bar{4}$ of $b\bar{s}\bar{z}$ for dates” er $\bar{4} \bar{8}$ hekat emmer værd.

Bemærk at ægypterne her til sidst i opgaven dividerer 1 med $2 \bar{3}$. Her er der igen mulighed for, at eleven selv undersøger, hvordan ægypterne har foretaget denne beregning, og hermed kommer ind på ægypternes divisionsmetoder. Dette er den eneste (relativt) komplicerede beregning, der foretages i opgaven. Hvis det ønskes, at eleven skal lave mere regning, kunne det være en idé at bede eleven betragte pMoskva opgave 9 som optakt til opgave 16. Både fordi opgave 9 er væsentligt bedre forklaret, og fordi det efterfølgende har den fordel, at eleven lettere kan forklare fordoblingen, som sker i opgave 16. Om ikke andet, så tror jeg det kunne være en god idé at tvinge eleven til at beskæftige sig med *psw*-begrebet inden vedkommende påbegynder en analyse af opgave 16.

I pMoskva opgave 16 er den store udfordring at undersøge, hvad der egentlig beregnes. Denne kilde er derfor et eksempel på, hvor vigtig kontekstualiseringen kan være for forståelse af kilders indhold. Imhausen har bl.a. benyttet figuren herunder, figur 6.11, til at undersøge hvordan produktionen af øl foregik, for at kunne forstå kildens reference til den bestemte øltype “ $\bar{2} \bar{4}$ of $b\bar{s}\bar{z}$ for dates”.

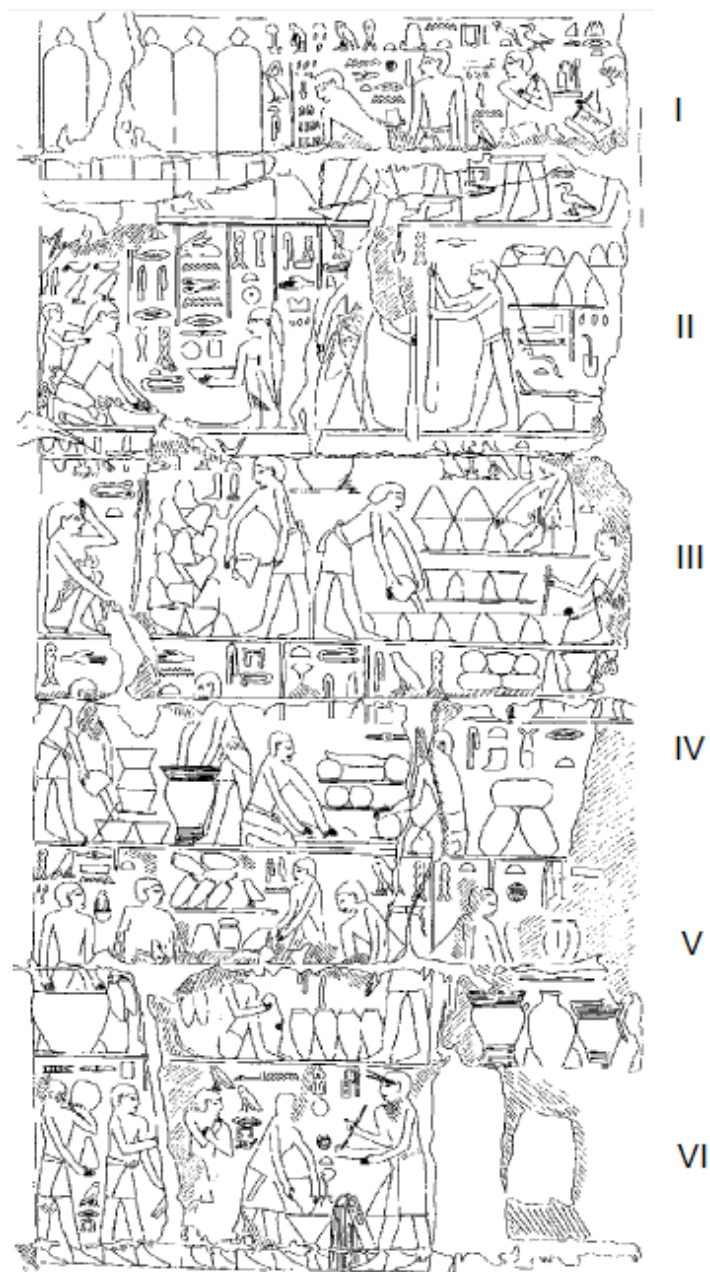
Opgave 16 i pMoskva fortæller noget om handel med øl i Det gamle Ægypten. Først og fremmest viser opgaven et behov for at bestemme værdien af en beholder øl. Dette må betyde, at der handles med øl. Hvis alle bryggede deres egen øl, ville der formodentligt ikke være et behov for at kende værdien af øllet – så ville det blot være et spørgsmål om at distribuere korn. Dette understreger også vigtigheden af begrebet *psw*, da det angiver kvaliteten af brød/øl.

Opgaven tyder på, at ægypterne grundlæggende tænkte på en beholder øl som værende x antal hekat korn værd. Hvis ikke andet er angivet, er værdien beregnet i antal hekat byg. I denne opgave skal værdien beregnes i antal emmer, hvilket tyder på, at handlen ikke altid i praksis foregik med barley, men kunne finde sted med andre kornsorter. Ligeledes er der ikke en direkte korrespondance mellem det betalte korn og det produkt, der bliver udleveret. I opgaven gives et eksempel, hvor der betales med emmer, men øllet, det leveres, er ikke lavet på emmer men derimod $b\bar{s}\bar{z}$ og dadler.

Hvis det er muligt at finde en god historisk kilde om handel, er dette et godt perspektiv til denne opgave, og der kan formodentligt skabes god sammenhæng. Det er desværre ikke lykkedes mig at finde en sådan kilde, men jeg fandt en artikel med titlen: “På klods i det gamle Ægypten: emnet “lån og kredit” var lige så aktuelt i det gamle Ægypten som det er i vore dage” af Henriette Koefoed [25]. Som titlen antyder handler artiklen om, at ægypterne lånte værdier af hinanden og herunder de forpligtelser samfundets højere lag havde overfor samfundets svage. Jeg er i tvivl om, hvorvidt denne artikel er for økonomisk til at blive opfattet som kernefaglig historisk af en historielærer, og jeg har derfor ikke inkluderet den i problemformuleringerne nedenfor.

En anden mulighed er at betragte produktionen af brød og øl. Vi kunne for eksempel betragte billedet vist på figur 6.11, som stammer fra et gravkammer fra omkring 5. dynasti. Det er hermed lavet mange år inden pRhind, så for at kunne sammenligne kilderne, må det antages, at fremgangsmåden i produktionen i hovedtræk er bevaret over de cirka 400 år.

På figuren ses produktionen af brød og øl. Uden forståelse af de ægyptiske tegn, der fremgår af figuren, er det svært at se, hvad der foregår. Imhausen kan læse de ægyptiske tegn, og jeg gentager derfor her blot nogle af hendes betragtninger fra [18, s. 382]. I række I tages kornet ud af kornkammeret. En skriver står ude til højre i billedet og noterer, hvor meget korn der bliver taget. Række II-V viser produktionsprocessen for brød og øl. I række II ses for eksempel hvordan kornet vaskes og kværnes. I række VI afleveres det færdige brød og øl. En skriver noterer hvor meget, der er blevet produceret.



Figur 6.11: Scener vedrørende bagning af brød og brygning af øl fra Nianchchnum og Chnumhotep's grav. Stregtegningen er lavet af Imhausen [18, s. 381]

En elev kunne sagtens komme med flere bud på, hvad der vises på figur 6.11. Måske kan eleven identificere dadler og hermed lave paralleller til pMoskva opgave 16.

I situationen vist på figuren er skriveren med både inden og efter produktion. Jeg kunne forestille mig, at ét af følgende scenarier finder sted:

- i) Skriveren fortæller fra start i hvilken kvalitet, der skal bages/brygges. Hermed ved skriveren nogenlunde hvor meget brød og øl, der kan forventes at komme ud af produktionen, og har hermed til sidst blot en kontrollerende rolle.
- ii) Skriveren udleverer korn. Kvaliteten af brød/øl besluttet af producenterne, og hermed har skriveren til sidst til opgave at fastsætte værdien af det bagte brød og den bryggede øl.

I begge tilfælde er der brug for en måde at afgøre brødets kvalitet på, og derfor kunne man forestille sig, at betegnelsen *psw* har haft en vigtig rolle. Dette ses også i oversigten over matematiske kilder, hvor 'brød og øl'-opgaver fylder en væsentlig del af pRhind og pMoskva.

Jeg vil hermed slutte afsnittet med gennemgang af kilder fra Det gamle Ægypten. Jeg har i ovenstående lavet en grundig behandling af pRhind opgave 65 og pMoskva opgave 16. I forbindelse med analyse af disse opgaver er blandt andet $\frac{2}{n}$ -tabellen, pMoskva opgave 15 og pMoskva opgave 9 inddraget. Derudover har jeg været omkring nogle få historiske kilder, blandt andet pBerlin 10005 og en tegning fra Nianchchnum og Chnumhotep's grav, som har direkte forbindelse til de gennemgængede matematiske kilder, således at der bliver et naturligt overlap mellem fagene matematik og historie. For eksempel viser pBerlin anvendeligheden af pRhind opgave 65 i skriverens hverdag. Tegningen fra Nianchchnum og Chnumhotep's grav viser noget om brød og øl produktion, hvilket er nødvendigt for at forstå pMoskva opgave 16. De matematiske kilder er valgt, så der er forbindelsesårer til historie, og ligeledes er de historiske kilder valgt, så de har forbindelsesårer til matematik. På den måde får velvalgte kilder fagene matematik og historie til at spille sammen, men samtidig bevares relationen til begge fags kernefaglighed.

6.6 Forslag til problemformuleringer med kildebaseret matematikhistorie

På baggrund af ovenstående kildegennemgang har jeg lavet to problemformuleringer, som har til formål at illustrere, hvordan kildebaseret matematikhistorie kan skabe problemformuleringer af samspilstypen 'fælles problemstilling'.

Ud over samspilstypen er målet også, at lave problemformuleringer som kan håndteres af matematikfagligt svage elever. Det er ikke sikkert, at en gymnasielev selv får alle idéer til analysens indhold, og problemformuleringen er derfor et redskab til at guide eleven. Mange af de tidligere stillede problemformuleringer er relativt generelle, men det er også vigtigt at huske, at vejlederne har kommunikation med eleverne både før og efter udleveringen af problemformuleringen, og de har herigennem mulighed for at guide eleverne mundtligt. Derfor kan nedenstående forslag til problemformuleringer umiddelbart se alt for specifikke ud, men det er i denne situation nødvendigt, da der ingen omkransende samtale er med eleverne.

Den første problemformulering omhandler rationsberegning. For at tydeliggøre hvilken fælles problemstilling opgaven skal belyse, er denne skrevet øverst i problemformuleringen. Der er således både en overskrift, der indkredser emnet, og en fælles problemstilling, som fortæller hvilket fokus, opgaven skal have. Hvis lærerne vælger denne opsætning af problemformuleringen, er det vigtigt at gøre eleverne opmærksom på, at de ikke skal starte med at svare på den fælles problemstilling øverst, men at de nedenstående punkter har til formål at belyse problemstillingen.

Første problemformulering

Overskrift: **Rationsberegning i Det gamle Ægypten**

Problemformulering:

Hvordan blev rationsberegning udført og udnyttet i det gamle Ægypten?

- Redegør for den ægyptiske samfundsstruktur i det mellemste rige med særlig fokus på skrivers uddannelse og rolle i det ægyptiske samfund.
- Analysér indholdet i Rhind matematiske papyrus, pRhind, opgave 65 (vedlagt). Kom bl.a. ind på sammenhængen til andre dele af papyrus Rhind (udvælg selv passende opgaver/tabelopslag), pRhinds forfatter og modtagere. Inddrag det matematik, der er nødvendig for at forklare opgaven.
- Diskutér med udgangspunkt i Papyrus Berlin 10005 (vedlagt) relevansen af rationsberegning i det gamle ægyptiske samfund.
- Perspektiver til andre steder i det ægyptiske samfund, hvor matematik finder sin anvendelse (gerne med henvisning til konkrete opgaver i Rhind matematiske papyrus).

Vedlagt:

- Imhausens oversættelse af pRhind opgave 65
- pBerlin 10005, uddrag fra Lund [26, s. 93]

Problemformuleringen indleder med en redegørelse, dog er det specificeret, hvilken periode redegørelsen skal omhandle, og hvilket fokus redegørelsen skal have. Denne begyndelse af problemformuleringen benytter mange tidligere stillede problemformuleringer inden for ægyptisk matematik sig også af, og jeg tror, det skaber en god ramme for opgaven. De to efterfølgende punkter forventes at udgøre opgavens primære indhold. De to punkter henviser til hver deres kilde, hhv. pRhind opgave 65 og pBerlin 10005. Her skal de historiske metoder benyttes og både det matematiske og historiske syn på matematikhistorie skal komme til udtryk for at lave en grundig analyse af kilderne. Det er denne proces, jeg tror er svær for eleverne, hvis de ikke tidligere har arbejdet med matematikhistoriske kilder. Da jeg er en smule i tvivl om, hvorvidt materialet inden for rationsberegning er tilstrækkeligt til at fylde en hel opgave, er der tilføjet et fleksibelt spørgsmål til sidst. Dette giver eleven mulighed for at udfylde de sidste sider, hvis dette mangler i opgaven, men eleven kan også vælge næsten udelukkende at fokusere på rationsberegning, og blot skrive et par linjer om en eller to andre opgaver i pRhind.

Der er i denne problemformulering udvalgt to kilder, som er vedlagt. Der kunne være vedlagt flere kilder, for eksempel omkring skrivers hverdag ved uddrag fra Anastasi [10] eller tekst 3-4 i [8, s. 30-32] eller flere matematiske kilder fra pRhind. Det er dog meningen, at eleverne selv skal kunne finde og indkredse brugen af materiale, så det er vigtigt at bevare elevens muligheder for selv at opstøve materiale og have plads til at bearbejde det i opgaven. Ved behov er der selvfølgelig mulighed for gennem vejledningssamtaler med eleven at henlede opmærksomheden på disse materialer.

Denne problemformulering er centreret om to kilder inden for emnet, og skriverens rolle i samfundet bliver inddirekte en stor del af opgaven. En anden vinkel er at fremhæve skriveren som omdrejningspunkt for opgaven. Dette er forsøgt illustreret i nedenstående problemformulering. Her er fokusområdet skriverens rolle, og 'brød og øl'-opgaver træder mere i baggrunden som et eksempel på skriverens opgaver.

Anden problemformulering

Overskrift: **Skriverens rolle i Det gamle Ægypten**

Problemformulering:

Hvordan var skriverens rolle i forhold til produktion af og handel med brød og øl i Det gamle Ægypten? Hvilke opgaver blev han udsat for og hvordan håndterede han disse?

- Redegør for den ægyptiske samfundsstruktur i det mellemste rige med særlig fokus på skrivers uddannelse og rolle i det ægyptiske samfund. Inddrag kilden "Skolen er bedre end modbydeligt arbejde".
- Karakterisér Rhind matematiske papyrus (pRhind) og Moskva matematiske papyrus (pMoskva) og diskutér, om vi på baggrund af disse kan udtale os om skrivers konkrete arbejdsopgaver.
- Beskriv betydningen af begrebet *psw* og analysér udvalgte opgaver af pRhind og pMoskva indeholdende begrebet. Kom bl.a. omkring pMoskva opgave 16 (vedlagt). Inddrag den matematik, der er nødvendig for at analysere kilderne.
- Diskutér ud fra ovenstående analyse hvilke typer opgaver, skriveren blev stillet overfor i forbindelse med produktion af og handel med brød og øl. Inddrag tegningen fra Nianchchnum og Chnumhotep's grav (vedlagt) i din diskussion.
- Perspektivér til andre opgaver som skriveren varetog i det ægyptiske samfund.

Vedlagt:

- "Skolen er bedre end modbydeligt arbejde" [8, s. 30-32]
- Imhausens oversættelse af pMoskva opgave 16 [18, s. 379]
- Tegningen fra Nianchchnum og Chnumhotep's grav [18, s. 381]

Som nævnt fokuserer denne problemformulering i høj grad på skriveren, som bliver omdrejningspunktet for opgaven. Første punkt med redegørelse ligner det stillet i den første problemformulering, men her er inddraget en af kilderne omkring skriverens rolle i samfundet for at understrege opgavens fokus på skriveren. Dernæst skal eleven betragte de matematiske kilder. Tanken er, at eleverne skal nå frem til, at pRhind og pMoskva er kilder, som vi kan benytte til at beskrive skriverens hverdag. Med et matematisk syn på matematikhistorie er punkt tre det eneste, der omhandler matematikhistorie. Derfor må en matematiklærer med dette syn synes, at denne problemformulering negligerer faget. Med et historisk syn på matematikhistorie er skriverne datidens matematikere, og derfor er hele problemformuleringen en del af matematikhistorie. Jeg forsøger at belyse skriverpositionen både som en vigtig rolle i samfundet og en udøver af matematik, hvormed begge faglærere forhåbentligt kan se deres kernefaglighed i problemformuleringen. Disse to aspekter kommer særligt til udtryk i punkt tre og fire. Igen afsluttes problemformuleringen med et fleksibelt punkt, der kan fylde meget eller lidt alt efter elevens behov.

Man skal være meget opmærksom på, at den fine grænse mellem samfundsstruktur og handel kan få samspilstypen i en problemformulering som denne til at ende i kategorien 'forbindelse via 3. fag', hvis den fælles problemstilling kommer til at ligge inden for økonomi. Det var på grund af denne risiko, at jeg fravalgte at bruge artiklen af Henriette Koefoed [25].

Hvis det lykkes at finde en god historisk kilde om produktion af brød og øl, kan det lade sig gøre at lave en problemformulering inden for 'brød og øl'-opgaver lignende den, der er lavet for rationsberegning. Dette fremhæver jeg for at understrege udfordringen i at finde de gode kilder. Et positivt aspekt ved problemformuleringen

er, at der kan laves mange variationer ved blot at udskifte de involverede kilder, f.eks finde andre opgaver i pRhind eller pMoskva, finde andre kilder om skriveren, eller ændre de supplerende historiske kilder.

Til sidst vil jeg gerne fremhæve, hvordan disse problemformuleringer adskiller sig fra de tidligere stillede.

1. Problemformuleringerne går under samspilstypen ‘fælles problemstilling’, hvilket er fremhævet i opsætningen af problemformuleringerne, hvor den fælles problemstilling står øverst.
2. Problemformuleringerne er opbygget omkring velvalgte kilder. Kilderne er vedlagt for at sikre, at eleven har en god oversættelse.
3. Den matematiske udfordring i problemformuleringerne er matematikhistorisk. Det kræver både et matematisk og et historisk syn på matematikhistorie for at lave gode analyser, der skaber sammenhæng.
4. Emnerne rationsberegning og ‘brød og øl’-opgaver optræder ikke direkte i de tidligere stillede problemformuleringer, som jeg har haft adgang til. Hermed giver disse problemformuleringer inspiration til nye emner.

Kapitel 7

Konklusion og perspektiver

I specialet har jeg undersøgt mange forskellige aspekter af studieretningsprojekter i fagkombinationen matematik og historie og brugen af matematikhistorie i studieretningsprojekter. Data indsamlet og bearbejdet i forbindelse med specialet omfatter

- En spørgeskemaundersøgelse besvaret af 546 gymnasieelever – alle med mulighed for at vælge fagkombinationen matematik og historie i deres studieretningsprojekt.
- 118 tidligere stillede problemformuleringer i fagkombinationen matematik og historie.
- Et interview med fagkonsulenten i matematik, Bodil Bruun.

Derudover har jeg lavet et case-studie af ægyptisk matematik omhandlende, hvordan kildebaseret matematikhistorie kan skabe samspil mellem matematik og historie.

Først og fremmest indledes specialet med et forsøg på at karakterisere matematikhistorie både fra et forskningsmæssigt og et gymnasialt perspektiv. Afsnittene viser en stor bredde af feltet matematikhistorie som forskningsfelt, men viser også problemer med at give en egentlig definition af feltet. Ligeledes fremhæves bekendtgørelsens manglende beskrivelse af, hvordan matematikhistorie skal inddrages i undervisningen. Hvorvidt matematikhistorie inddrages via modul- eller illustrationstilgangen er helt op til læreren.

I efteråret 2014 udførte jeg en spørgeskemaundersøgelse på 546 gymnasieelever i 3.g med matematik på A-niveau. Formålet var primært at skabe et billede af elevernes valgproces samt at karakterisere elevgruppen, der vælger fagkombinationen matematik og historie. Et vigtigt element i valgprocessen er emnevalgets relation til valg af fagkombination. Undersøgelsen viste, at omkring 90% af eleverne allerede har en idé til emne på det tidspunkt, hvor de vælger fagkombination, og for cirka 65% af den samlede elevgruppe har emnet væsentlig indflydelse på deres valg af fagkombination. Et andet element i elevernes valgproces er, hvor de henter deres inspiration fra. Som inspirationskilde til emnet nævner kun 39% af eleverne lærere eller undervisning. De resterende elever finder primært inspiration i interesser, på internettet eller fra andre medier, fra bekendte eller blot ‘sig selv’. Det er således meget forskelligt, hvor inspirationen findes, og overraskende få bliver inspireret gennem undervisning og lærere taget i betragtning af, at lærervejledningerne som f.eks. den i matematik A, lægger op til at lærerne skal inspirere eleverne jævnligt igennem undervisningen. Et tredje aspekt i elevernes valgproces er grundende til fravalg og tilvalg af fagkombinationen matematik og historie. Omkring 31% af eleverne har markeret, at en årsag til fravalg af fagkombinationen matematik og historie er, at de har svært ved at se sammenhæng mellem fagene. Flere af disse elever har kombineret sciencefag med ikke-sciencefag, så begrundelsen er ikke, at disse elever selv

har valgt mere beslægtede fag. I interviewet med fagkonsulentens nævner hun også elevernes problemer med at se forbindelsesårene mellem fagene. Dog er der for de fleste elever ikke tale om et fravalg af fagkombinationen matematik og historie men derimod et tilvalg af en anden fagkombination pga. idé til emne, interesse eller blot faglige styrker.

Et andet mål med spørgeskemaet var at karakterisere elevgruppen, der vælger fagkombinationen matematik og historie. De har vist sig karakteriseret ved følgende:

- Omkring halvdelen af eleverne, der i min undersøgelse har valgt fagkombinationen matematik og historie, går på studieretningen matematik-fysik-kemi, selvom kun en fjerdedel af den adspurte elevgruppe har denne studieretning.
- Ca. 30% af eleverne, der har valgt fagkombinationen matematik og historie, har været tvunget til at vælge matematik som det ene fag til studieretningsprojektet grundet deres studieretning.
- I forhold til elevernes matematikfaglige niveau: Sammenlignes eleverne, der har valgt fagkombinationen matematik og historie, med den resterende elevgruppe, så kan hypotesen om, at de to fordelinger er ens, ikke afvises.

Bemærk, at det sidste punkt fortæller, at vi ikke kan bekræfte fagkonsulentens udtalelse om, at det primært er de svage elever, der vælger fagkombinationen. Hvis vi i stedet for at betragte hele elevgruppen, kun sammenligner med de elever, der har valgt matematik som det ene fag i deres fagkombination, så får vi et andet resultat. Her kan vi afvise hypotesen om, at fordelingerne er ens, og en subjektiv vurdering af fordelingerne viser, at der er en tendens til, at det er de matematikfagligt svage elever, der vælger at kombinere matematik med historie.

Et tredje mål med spørgeskemaet var at få en idé om elevernes forudsætninger for at arbejde med fagkombinationen matematik og historie i deres studieretningsprojekt. I undersøgelsen angiver 37% af eleverne at have oplevet samarbejdsprojekter mellem matematik og historie (så som AT-forløb). Dog fremgår det tydeligt af nogle af besvarelsene, at AT-forløb ikke nødvendigvis har hjulpet dem med at se forbindelsesårene mellem fagene matematik og historie. Derudover viser undersøgelsen, at kun 38% angiver at have oplevet matematikhistoriske forløb i matematikundervisningen. Faktisk er der 5 af de 26 klasser, hvor ingen elever anfører et matematikhistorisk forløb. Eleverne kan selvfølgelig have glemt forløb. I så tilfælde har forløbene formodentligt enten været meget korte eller ikke været italesat af læreren. Det kan selvfølgelig også være tilfældet, at eleverne ikke et matematikhistorisk forløb. Undersøgelsen viser, at 40% af eleverne hverken nævner matematikhistoriske forløb eller samarbejdsprojekter mellem matematik og historie. Der er altså en betydelig del af eleverne, der ikke har haft mulighed for at se forbindelsesårer mellem fagene.

I specialets sidste del har jeg via tidligere stillede problemformuleringer undersøgt samspilstyperne mellem matematik og historie. Jeg har i den forbindelse opstillet en model med fire karakteristiske samspilstyper for problemformuleringer stillet i fagkombinationen matematik og historie (figur 5.2). De fire kategorier er

- ‘Fælles overskrift’ – fagene har kun overskriften til fælles.
- ‘Fælles problemstilling’ – fagene belyser en fælles problemstilling.
- ‘Redskabsfag’ – problemstillingen ligger i ét fag, det andet bliver blot et redskab.
- ‘Forbindelse via 3. fag’ – fagenes samspil ligger indenfor et 3. fag.

Ud fra bekendtgørelsens retningslinjer for studieretningsprojekter samt fagkonsulentens udtalelser har jeg vurderet kategorien ‘fælles problemstilling’ til at være den optimale – den der skal bestræbes.

Efter at have undersøgt hvilken type samspil, der skal tilstræbes i problemformuleringerne, har jeg forsøgt at skabe problemformuleringer med denne samspilstype. Dette har jeg gjort via kildebaseret matematikhistorie. Da jeg primært har fundet engelsk litteratur, der beskriver hvordan matematiske kilder skal håndteres, har jeg indledt arbejdet med at give inspiration til, hvordan gymnasieelever kan læse og forstå kilder. Dette har resulteret i en simpel analysemodel, som med få korrektioner måske kan være behjælpelig både i undervisningen og i forbindelse med studieretningsprojekter.

For at kunne konstruere eksempler på problemformuleringer, har jeg været nødt til at vælge et område af matematikken at fokusere på. Jeg har derfor arbejdet med ægyptisk matematik, da dette emne måske kan tiltale den svage elevgruppe, der vælger fagkombinationen matematik og historie. Jeg har kategoriseret samspillet i tidligere stillede problemformuleringer inden for ægyptisk matematik og har fundet, at de fleste enten kun har fælles overskrift, eller også er problemformuleringen matematikhistorisk i en sådan grad, at historie blot er redskabsfag. Disse problemer har jeg forsøgt at imødekomme ved at benytte kildebaseret matematikhistorie med et udpræget historisk syn på matematikhistorie. Jeg har forsøgt via konkret kildebehandling at illustrere, hvordan kildebaseret matematikhistorie kan skabe sammenhæng i problemformuleringer. Dette er gjort via behandling af både matematiske og historiske kilder. Ligeledes tjener analyserne det formål at illustrere udfordringerne i kildebaseret matematikhistorie. Indholdet behøver ikke at være differential- eller integralregning for at eleverne bliver matematikfagligt udfordrede. Til slut har jeg lavet to konkrete forslag til problemformuleringer ud fra de bearbejdede kilder, som begge tilhører kategorien 'fælles problemstilling'. Forhåbentligt kan disse problemformuleringer føre til opgaver, hvor fagene både bevarer deres kernefaglighed og opnår samspil i så høj grad, at det ikke er muligt at adskille, hvornår der arbejdes matematisk og hvornår der arbejdes historisk.

Studieretningsprojekter og matematikhistorie er begge meget store områder at behandle. Derfor er der også undersøgelser, som er udeladt i dette speciale. Det kunne være interessant at belyse nogle af de problemer, jeg kun kan indikere eksternt via spørgeskemaundersøgelsen. Dette gælder f.eks. elevernes forudsætninger for at beskæftige sig med kildebaseret matematikhistorie i studieretningsprojekter. Ud fra elevernes besvarelser er jeg ikke i stand til at afgøre, hvorvidt de har været udsat for matematikhistoriske forløb, og hvorvidt disse har inkluderet bearbejdelse af kilder. Dette ville kræve en gennemgang af klassernes undervisningsbeskrivelser, samt en klar definition af, hvad der menes med begrebet 'en matematikhistorisk kilde'. Ligeledes er det ikke muligt at udtale sig om indholdet i elevernes AT-forløb og for eksempel undersøge, hvilket samspil der er mellem matematik og historie i disse forløb. Måske er der paralleller mellem samspilstyperne i AT-forløbene og dem, der kommer til udtryk i studieretningsprojekternes problemformuleringer.

Der er mange parametre i elevernes valgproces. Alle parametre for elevernes valg kan ikke klarlægges via et spørgeskema. For at få det fulde indblik ville kvalitative undersøgelser som f.eks. interviews af elever være nødvendige. Det er udenfor dette speciales rammer, og jeg tror også, at der er så stor forskel på elever, at det ville være svært at opnå generelle resultater ved en kvalitativ analyse. En anden mulighed er at undersøge udviklingen i deres valgproces ved at lade eleverne besvare flere spørgeskemaer spredt over en længere tidsperiode. Her er problemet blot, at ved at stille et spørgeskema til eleverne påvirkes både elever og lærere, og alle bliver mere bevidste om spørgeskemaets elementer. Derfor er der stor risiko for at skabe et fordrejet billede af virkeligheden.

I forbindelse med behandling af problemformuleringer kunne det være spændende at undersøge vejledningsprocessen. Hvor meget støtte får eleven til projektet? Er meget af opgavens forventede indhold undertrykt i problemformuleringerne? Her kunne der måske findes svar på, hvorfor nogle problemformuleringer ligger i kate-

gorien ‘fælles overskrift’. Skyldes det manglende kommunikation mellem lærerne eller er det blot fordi at vejledningsprocessen viser eleven, hvor forbindelserne mellem fagene er i relation til den stillede problemformulering. Det har desværre været uden for dette speciales rammer at lave disse kvalitative undersøgelser om samspillet mellem lærere og elev, og mellem problemformulering og opgave.

I det matematikhistoriske analyseafsnit har jeg kun beskæftiget mig med ægyptisk matematik. Som oversigten i kapitel 5 viste, så er der mange matematikhistoriske emner, der allerede nu optræder i problemformuleringerne. Det kunne være spændende at gå i dybden med flere af disse emner og undersøge, hvordan lærerne forventer at eleven griber opgaven an, og om det er muligt at lave en kildebaseret tilgang til emnet.

Jeg har hermed fremhævet resultaterne af mine undersøgelser samt påpeget elementer, der kunne være spændende at beskæftige sig med i relation til dette projekt. Men hvad skal vi bruge det til? Er der overhovedet nogen relation mellem virkeligheden i gymnasiet og dette speciales analyser og resultater? Svaret mener jeg er ‘ja’, og jeg vil i det følgende komme med mine perspektiver på mit arbejde.

Først og fremmest viser spørgeskemaundersøgelsen en uoverensstemmelse mellem elevernes tidspunkt for emnevalg og skolernes struktur, hvor fagvalg kommer før emnevalg. På baggrund af spørgeskemaundersøgelsens resultater vil jeg anbefale, at skolerne revurderer deres håndtering af valg af fagkombination samt emnevalg til studieretningsprojekter. Enkelte elever udtrykker stor frustration over manglende vejledning inden valg af fagkombination. Hvis lærerne og skolens ledelse tror, at eleverne blot vælger deres ynglingsfag og først efter fagvalget tager stilling til, hvilke mulige emner der er indenfor fagkombinationen, så tager de fejl. Nogle elever skriver endda tydeligt, at de først vælger emne og herefter fastlægger emnet fagkombinationen. Et konkret forslag kunne være, at lade eleverne vælge emne og fagkombination samtidigt. Jeg er dog i tvivl om, hvorvidt det vil fungere, at eleven først tildeles vejledere efter emnevalget. En anden løsning kunne derfor være, at flytte nogle af ressourcerne fra vejledning efter valg af fagkombination til inden valg af fagkombination og gøre mere ud af at lave workshops eller caféer for at kvalificere elevernes valg af emne forud for valget af fagkombination. Efter valget af fagkombination kan skolens ledelse tildele vejledere som kontrollerer mulighederne i elevens idé til emne inden dette endeligt fastlægges. Der er således stadig en mulighed for, at vejlederne kan påvirke eleven, hvis de ikke mener at elevens forslag til emne fungerer, men den ekstra vejledning inden valg af fagkombination sandsynliggør, at elevens emneidé kan fungere til studieretningsprojektet. En måde til at imødekomme elevernes ønske om emnevalg tidligt i processen, er at inspirere eleverne lang tid før de skal vælge fag til studieretningsprojekt. Dette kunne for eksempel være ved at lægge små spor ud i den daglige matematikundervisning løbende gennem 2. gymnasieår. I spørgeskemaundersøgelsen nævner under halvdelen af eleverne undervisningen eller lærerne som inspirationskilde til emnevalg i studieretningsprojekt (dette gælder også eleverne, som har valgt fagkombinationen matematik og historie).

Et forløb i matematikhistorie kunne være en oplagt måde at lægge spor ud i undervisningen på. I bekendtgørelsen for matematik A fremgår det, at matematikhistoriske forløb skal indgå i gymnasiets matematikundervisning. I følge elevernes besvarelser og fagkonsulentens udtalelser er det ikke alle lærere, der laver italesatte matematikhistoriske forløb. Jeg har opsummeret fire grunde til inddragelse af matematikhistorie i matematikundervisningen i afsnit 2.2. Én af grundene er, at matematikhistorie kan benyttes i tværfaglige projekter. Alene med henblik på at inspirere eleverne til valg af emne i studieretningsprojekter vil jeg anbefale lærerne at inddrage matematikhistoriske forløb i undervisningen. Mere præcist mener jeg, at de bør tilstræbe modultilgangen til matematikhistorie, for som fagkonsulenten siger, så skal eleverne selv arbejde med stoffet, hvis de skal lære og efterfølgende huske det. Spørgeskemaundersøgelsen viser, at under halvdelen af eleverne kan hu-

ske at have været igennem et matematikhistorisk forløb, så enten er der en stor elevgruppe, der (endnu) ikke har haft et forløb, eller også har forløbet været kort og måske ikke italesat overfor eleverne.

Jeg anbefaler ikke kun modulbaseret tilgang til matematikhistorie for at eleverne kan lære og huske matematikhistorie. Jeg anbefaler det også, fordi det giver mulighed for at arbejde med kildebaseret matematikhistorie. Opgave 65 i pRhind var et stort arbejde at analysere og forstå rent matematisk, fordi ægypterne tænkte og arbejdede på en anden måde end en moderne matematiker. Dette eksempel indikerer, at det kræver tid at lave kildearbejde, næsten uafhængigt af kildens indhold og længde.

En idé kunne også være, at lave et AT-forløb med kildebaseret matematikhistorie. Dette vil sikre, at undervisningen opfylder kravene i bekendtgørelsen. Derudover vil det imødekomme nogle af de didaktiske problemer, der er omkring inddragelse af matematikhistorie i matematikundervisningen. For eksempel virker et matematikhistorisk forløb ofte afkoblet fra den almindelige undervisning. Det tror jeg også ofte er tilfældet med AT-forløb og derfor ville det måske virke naturligt for eleverne, at matematikken i AT-forløbet adskiller sig væsentligt fra dét i undervisningen. Denne idé kræver selvfølgelig, at historielæreren også kan overbevises om, at det kan blive et godt forløb for begge fag. Her tror jeg, at en tæt kommunikation omkring emne og periode allerede inden skoleåret starter kan skabe enighed blandt lærerne.

AT-forløb mellem matematik og historie og matematikhistoriske forløb i matematikundervisningen kunne være med til at skabe sammenhæng mellem fagene. Spørgeskemaundersøgelsen tyder på, at undervisningen ikke har bidraget til at skabe sammenhæng mellem fagene i elevernes bevidsthed. Det er et problem, at gymnasieeleverne har svært ved at se, hvordan fagene matematik og historie kan spille sammen i et studieretningsprojekt. Det gør det svært for dem at træffe et kvalificeret valg af fagkombination. Nogle af eleverne havde endda oplevet AT-forløb med begge fag involveret, men hvor det ikke har hjulpet dem med at se forbindelserne. Figur 5.2 har jeg kun benyttet til at karakterisere problemformuleringer, men det er måske muligt (med korrektioner) at benytte modellen til karakterisering af samspillet mellem matematik og historie i undervisningsforløb. I hvert fald er det vigtigt på en eller anden måde at gøre lærerne bevidste om hvilke samspilsmuligheder, de viser eleverne gennem de forløb, der laves i samarbejde mellem fagene.

Især skal lærere til klasser på studieretningen matematik-fysik-kemi, hvor eleverne er i risiko for at være tvunget til at vælge matematik i studieretningsprojektet, være ekstra opmærksomme på at lave matematikhistoriske forløb, da spørgeskemaundersøgelsen viste, at en væsentlig del af disse elever netop vælger at kombinere matematik og historie. Det er derfor særligt vigtigt at give denne gruppe elever de optimale omstændigheder for at træffe et kvalificeret emnevalg, og de bedste forudsætninger for at lave en god opgave, hvis de skulle vælge fagområdet matematikhistorie.

Jeg håber også, at spørgeskemaundersøgelsen kan være med til at ændre lærernes syn på elevgruppen, der vælger fagkombinationen matematik og historie. Jeg tror, det giver fagkombinationen et dårligt ry, når der blandt lærerne tales om, at det er den fagkombination, som især de svage elever vælger. I stedet bør der fokuseres på, hvordan de svage elever, der vælger fagkombinationen, bedst hjælpes til at skabe et godt projekt på netop deres matematikfaglige niveau. De tidligere stillede problemformuleringer indenfor ægyptisk matematik viser, at denne svage elevgruppe risikerer at få projekter stillet, hvor det er svært at få fagene til at spille sammen. Den svage elev har formodentlig endnu sværere ved at skabe en god sammenhængende opgave ud fra en problemformulering med samspilstypen 'fælles overskrift', end den stærke elev har. Det er derfor vigtigt både at stille en opgave, der matematikfagligt er overskuelig og som samtidig lægger op til et godt samspil mellem fagene.

Til sidst vil jeg fokusere på fordele og ulemper ved inddragelse af kildebaseret matematikhistorie i studieretningsprojekter. Hvert år skal der produceres nye problemformuleringer og disse må ikke være identiske med tidligere stillede problemformuleringer. Dette må skabe udfordringer for lærerne – især når over $\frac{1}{3}$ af eleverne med fagkombinationen matematik og historie vælger området kryptologi. En fordel ved kildebaseret matematikhistorie er områdets størrelse. Der er mange kilder indenfor næsten alle områder af matematik. Jeg synes, den største og sværeste opgave er at finde kilder, der kan benyttes i studieretningsprojekter. Disse kilder skal både være mulige for eleven at læse og forstå, og de skal gerne relatere til samfunds- eller kulturhistorie, så der kommer et direkte samspil med historie. Det har taget mig lang tid at finde gode kilder indenfor det afgrænsede område ‘ægyptisk matematik’, især fordi jeg ønskede gode oversættelser, der lignede de originale kilder i opsætning. Det var for mig også udfordrende at finde historiske kilder fra Det gamle Ægypten. Her har matematiklæreren på gymnasiet en stor fordel i sin medvejleder, historielæreren, der i højere grad er vandt til at finde historiske kilder velegnet for gymnasieelever. Når kilderne først er fundet, kan de give anledning til mange opgaver. For eksempel ved at kombinere dem på forskellige måder. De 89 opgaver i pRhind kan således give anledning til mange problemformuleringer om ægyptisk matematik uden fare for overlap. Jeg håber meget, at lærerne på sigt ser disse muligheder i de matematikhistoriske kilder. Jeg tror dog ikke, det er realistisk at forvente at gymnasielærerne selv finder velegnede kilder. Det er et omfattende arbejde, som kræver en grundlæggende viden om, hvilket materiale der eksisterer. Hvis der er et ønske om at skabe mulighed for kildebaseret matematikhistorie i gymnasiet – både i studieretningsprojekter og i undervisningen, så skal der tilrettelægges en plan for, hvordan der skabes et arkiv af kilder som er tilgængelige for gymnasielærerne. Det er et stort projekt, og jeg tror ikke en sådan samling opstår uden en fokuseret indsats.

Et andet problem med inddragelse af matematikhistorie er de meget forskellige opfattelser af, hvad matematikhistorie er. Hvis matematiklærerne har det matematiske syn på matematikhistorie vil de formodentligt synes, at deres fag bliver underrepræsenteret i problemformuleringerne, hvis der lægges stor vægt på kilderens kontekstualisering. Hvis én lærer synes, at det er en god idé for en elev at lave et kildebaseret matematikhistorisk projekt, så er vedkommende nødt til at tage højde for, at der kan være en censor, som ikke har samme syn på matematikhistorie. I værste tilfælde kan det resultere i stor uenighed om karakteren, hvilket i sidste ende går ud over eleven. Derfor ville det være optimalt med en definition af matematikhistorie i gymnasiet, men ud fra mit analysearbejde tror jeg ikke, det er muligt at lave. Jeg tror mest på, at det er nødvendigt med nogle modige lærere, der tør afprøve idéerne. På den måde spredes kendskabet til denne typer projekter langsomt og med tiden vil lærerne forhåbentlig skabe konsensus om, hvad der definerer matematikhistorie i gymnasiet.

Bilag A

Interview med fagkonsulenten

Transskribering af interview med Bodil Bruun, fagkonsulenten i matematik

Interviewet fandt sted 24. september 2014. I transkriberingen er "øh" og i nogle tilfælde også "altså" udeladt, da dette blot generer læsningen. Ligeledes er sætninger uden afslutning udeladt, fx sætninger som, "vi øh", "så vi skal" og "men det er ikke", hvor fagkonsulenter afbryder sig selv eller jeg afbryder mig selv, og ikke fuldender sætningen. Dette er dog markeret med [...]. Samtalen begyndte øjeblikkeligt og mikrofonen blev derfor tændt midt i en sætning.

Tid: 00:00

Fagkonsulenten: ... og så går de [eleverne] så ind og siger, hvad kan jeg så? Så kan jeg vælge noget med matematik og dansk eller noget med matematik og historie. Og der er sådan en tendens til, at det er nogen af de lidt svagere elever, som vælger den der kombination.

Mie: Og når du tænker svage elever, tænker du så matematikfagligt svage elever?

Fagkonsulenten: Ja. Det er den måde vi ser det fra selvfølgelig. [...] Typisk er det sådan, at faglæreren skal fortælle lidt om, hvilke muligheder der er af samarbejdsprojekter sådan både i matematik og kemi, som nogle af dem måske har løftet til A-niveau i sådan en studieretning der. Men også med dansk og historie selvfølgelig. Vi skal præsentere lidt af hvert og på forskellige niveauer, så de kan sådan føle sig tiltrukket af et eller andet på det niveau, som de nu er på, fordi alle er jo klar over, at hvis de vælger noget som kommer inde fra dem selv, så bliver det et bedre projekt i den sidste ende og de får mere ud af det. Men det er fra det matematikfaglige synspunkt, vi taler, når vi taler med dem i matematik. Historielæreren skal jo gøre det samme, kan man sige, men [...] historielærernes måde at se det på er, at vi ved jo ikke noget om matematik, så det må du snakke med din matematiklærer om. Men de kan sige, at vi kan godt hjælpe til med, hvordan du analyserer en historisk kilde for eksempel. Men vi har en udfordring i forhold til, at historielærerne tænker, at eleverne selv kan finde den historiske kilde, de skal bruge. De har meget lettere ved at sige, men du skal gå ud at finde noget litteratur, som kan bruges til at analysere den her problemstilling, du nu har valgt at beskæftige dig med, hvor vi i matematik siger, at det kan de ikke selv. Vi er nødt til at hjælpe dem, Vi er nødt til at pege på, at det er den kilde du skal bruge og det er den der bog du skal læse i. De er ikke i stand til at vurdere niveauet i den litteratur, de får fat i. Så de kan ikke selv afgøre, om de kan læse det her eller ej. Hvis de går på biblioteket og der er en bibliotekar der hjælper dem, fordi de kommer og siger at "jeg skal vide noget om det og det", så kommer bibliotikaren med en række bøger, som de så låner med hjem uden overhovedet at vide, om det duer til deres niveau og til det som de egentligt skal arbejde med. Det kan de ikke afgøre selv. Så det er matematiklærerens rolle. [...] Det er noget, vi er nødt til at påtage os, og det er noget andre fag ikke forstår.

Mie: Nej, det kræver et tættere sammenspil med eleven og måske også en mere konkret problemformulering, hvis man har matematik indblandet end ved andre?

Fagkonsulenten: Ja. Vi kommer altid sådan med en kuffert med bøger, når vi skal orientere om det her. Så er der forskelligt materiale de kan bladre i, og få gode ideer fra og som man snakker ud fra, for de kan ikke selv finde litteraturen. Og det er i øvrigt ikke kun matematik – historie, det er også matematik – fysik, hvis det var det vi talte om. Men fysiklærerne [...] de kender det godt. De ved det godt. De gør det på samme måde.

Mie: De er vandt til det. Men de har jo også en anden matematikindsigt.

Fagkonsulenten: Ja, ja, det er det de har. Så de kender godt faget og de siger det jo heller ikke fra, ligesom historielærerne gør.

Mie: Tager de sådan lidt afstand fra det.

Fagkonsulenten: Lidt berøringsangste, kan man sige.

Mie: Hvad hvis man kom med en matematisk kilde til sin historielærer og bad om analysehjælp i forhold til kildearbejde. Hvordan håndterer historielærerne det? Har de berøringsangst, hvis kilden er matematisk?

Fagkonsulenten: Ja, det har de. [...] Der er jo også forskel på historielærere, skal man huske.

Mie: Ja, det er klart.

Fagkonsulenten: Hvis man har et godt samarbejde i det hele taget, så kan man også få sådan noget i stand. Men det er ikke nemt. Det er det ikke. Og det betyder, at det typisk er matematiklæreren, der skal være udfarende. Det er aldrig historielæreren, der kommer og siger, kan vi gøre sådan og sådan. Eller normen er sådan.

Tid: 04:30

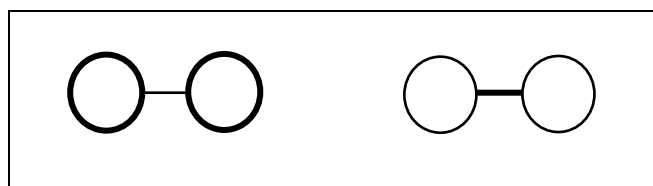
Mie: Har det noget at gøre med, at matematikken ligesom bliver førstevalget for eleverne, fordi de bliver måske tvunget ud i den eller vælger den, hvor historie kan jo på en eller anden måde sjældent være 1. valget, fordi de er tvunget til at kombinere det med et eller andet.

Fagkonsulenten: Det er aldrig et tvunget valg, men det kan jo godt være 1. valget for nogle alligevel. Men det er typisk elever, der står med matematik som det eneste studieretningsfag på højniveau. Så er de udfordrede. Men jeg har også eksempler på elever, som har en rigtig god historisk indsigt, god matematisk indsigt, og som måske har fundet en eller anden interesse i et historisk tema, som de gerne vil behandle. Men det er de dygtige elever, så det er liegsom den anden vej rundt.

Mie: Så der er også en gruppe af de dygtige elever, som vælger matematik og historie.

Fagkonsulenten: Ja, det er der. Og det kommer der nogle rigtigt gode projekter ud af. Så hvis du kan få lov til det, på de der skoler der, at se nogle af dem – vi gemmer dem jo – så vil du se, at der er rigtig stor forskel på, hvad de leverer. Og de dygtige leverer noget, der er rigtigt godt, synes jeg.

Mie: [...] Der er meget med tværfaglighed i de her projekter, og jeg har kigget på lidt af hvert, noget litteratur. Der er sådan lidt, hvis man nu prøver at markere fagene med en cirkel [tegner som vist herunder], så har man lidt sådan to måder at se det på. At enten så har du to meget kraftige cirkler og en lille streg imellem eller du har en meget kraftig linje, og de to cirkler ikke så kraftige. Så når man vælger her, lægges der så meget fokus ude på fagene, altså går man meget op i det her med kernefagligheden i de forskellige fag og knap så meget op i, om der er en god forbindelse mellem fagene, når man skiver sådan et studieretningsprojekt, eller går man mere op i, at det er meget vigtigt at vi har sådan en stærk forbindelse mellem fagene og så kan man godt slække lidt på noget kernefaglighed?



Fagkonsulent: Der er ingen tvivl om, at politisk så er der fokus på forbindelsen. Det er det vi skal. Det er det, vi er forpligtet til. De må ikke lave en parallelsforsøgsopgave, så du har matematik her og historie her. Det skal forbindes, og det er forbindelsen der gør forskellen. Men der er bare rigtigt mange eksempler på det modsatte. Fordi vi er meget fagorienterede. [...] Vores fagsyn er for nogens vedkommende ret snævert og derfor kan det være ret vanskeligt at se forbindelsen til det andet fag. Og så kommer man i højere grad til at fokusere på, at der skal i hvert fald leveres noget indenfor mit fag. Og så bliver det de der kernefaglige kompetencer, der kommer til at fylde for meget. [...] Vores store udfordring i disse projekter, det er lige netop at skabe den der forbindelse.

Mie: Så vi går efter forbindelsen med den kraftige sammenhæng.

Fagkonsulent: Ja, og du vil opleve, når du kommer ud på skolerne, tror jeg, at der er stor forskel på, hvordan man håndterer de her studieretningsprojekter. På nogle skoler er det sådan, at faggrupperne arbejder sammen, når man har fundet ud af, at der er så og så mange elever, der skal skrive i matematik. Så udveksler man idéer, formuleringer, kvalificerer formuleringerne sammen. Og andre steder der foregår det sådan i en-mands-land hjemme ved lærerens eget skrivebord og så sender de lidt til hinanden og udveksler lidt, men det bliver aldrig noget, hvor man sådan får diskuteret sig ind på, hvad problemet egentligt er her. Hvad er det, vi vil have den her elev til at undersøge, hvad er det, han skal blive klogere på, når han laver det her projekt. Og der kan man sige, nogle skoler vælger så at sige at det er ledelsens opgave at sørge for, at de her problemformuleringer, der kommer ud af det, at de rent faktisk lever op til de faglige mål for studieretningsprojektet. Og de faglige mål handler om forbindelsen mellem de to fag. Man skal have en opgaveformulering, som ikke kan besvares med mindre du har de to fag i spil. Og det betyder jo, at så sidder der i ledelserne rundt omkring nogle ledere, som læser alle de her opgaveformuleringer igenem for alle eleverne på skolen, som skal skrive studieretningsprojekt på det tidspunkt. Og de holder særligt øje med lige præcis matematik og historie – hvordan spiller de her ting sammen. Og andre steder gør de ikke. Og derfor vil det også være meget forskelligt, hvilken kvalitet de her opgaveformuleringer de har. Nogle gange har de været igennem en masse møller og andre gange har de ikke været igennem nogle.

Mie: Så meget stor spredning på forskellige gymnasier, hvordan det ser ud. Om vi oplever parallelforløbet, eller de sammenflettende. Hvis nu problemformuleringen ikke ligger op til sammenfletning, kan eleverne så godt opnå en topkarakter på problemformuleringen.

Tid: 09.59

Fagkonsulent: Nej. Det kan de jo ikke, for det er jo de faglige mål, man skal måles på, og de faglige mål handler om forbindelsen mellem de to fag. Altså at de to fag er nødvendige for at besvare den opgaveformulering, der ligger. Vi har faktisk en aftale, det er jo ikke altid sådan noget bliver overholdt, men at når man er censor på de her opgaver, så er man også forpligtet til at sige til den lærer, der nu har lavet opgaveformuleringen, om den halter på nogle punkter eller den ikke gør. Altså man må gerne rose hinanden, men også påpege der hvor man kunne have gjort det bedre på eller anden måde. Det sker ikke altid, men det sker de bedste steder. Og der er rent faktisk også nogle ledere, som får fat i censor og siger: men du var utilfreds med de her formuleringer. Hvordan kunne vi gøre det her bedre? Men det hører til fåtallet stadigvæk. Men altså det er noget, man er opmærksom på, men slet ikke nok kan man sige. Og især i matematik og historie. Der har vi meget de her parallelle spor.

Mie: Ja, det fornemmer jeg, når jeg har set opgaver og har læst kommentarer og sådan noget på det.

Fagkonsulenten: Vi har en rigtig – det er jo bare sådan noget anekdoteagtigt, men alligevel synes jeg, det giver et rigtigt godt billede af, hvad der kan ske – hvor eleven skriver i starten af sin opgave: Jeg kan ikke se, hvordan de her ting, de skal have noget som helst med hinanden at gøre, så nu skriver jeg en matematikfaglig opgave og en historiefaglig opgave, ikke. Og der kan man sige, hvor er vejledningsprocessen henne der? For eleven har jo så fået stukket den her opgaveformulering ud og har åbenbart enten ikke registreret at der ikke var sammenhæng eller også har han fået den bare sådan uden helt at have talt med sine lærer om, hvad er det egentligt, der skal foregå her. Men der skal være en vejledningsproces op til opgaveformuleringen, sådan så der ikke er, hvad skal man sige, store overraskelser i den opgaveformulering, som eleven får. Der skal være lidt ukendt, og det skal de være klar over at der er, men det meste af det skal være kendt, så eleven faktisk allerede før opgaveformuleringen bliver udleveret er på vej det rigtige sted hen, kan man sige. Men der er jo et eller andet i den proces som er gået galt i hvert fald, et eller andet sted. Om det er hos lærerne eller eleven eller vejledningsprocessen eller hvad det er, det er jo svært at sige, men sådan en opgave vil jo aldrig kunne få en topkarakter, for der er tale om to forskellige opgaver.

Mie: Ja, og det er jo ikke det, der bestræbes.

Fagkonsulenten: Nej.

Mie: I sin tid, da jeg skrev studieretningsprojekt, der valgte man hovedfag og bifag, så et fag så at sige vægtede højere end det andet. Er det stadigvæk noget man gør i?

Fagkonsulenten: Ja men altså, det vil udkrystalisere sig undervejs, men det er to ligeværdige fag, eller hvad man skal sige. [...] Typisk opstår problemstillingen et sted, tænker jeg, og [...] så er det det fag der fylder meget i begyndelsen af processen måske, men det kan jo godt udvikle sig til, at det andet fag kommer til at fylde mere undervejs. Og det er derfor, selve vejledningsprocessen er rigtig, rigtig vigtig, fordi altså eleverne har brug for at finde ud af, hvordan de får tingene til at hænge sammen. [...] De har jo ikke bare fordi de har haft historie og matematik i 2 ½ år, så ved de altså ikke, hvor forbindelsesårene er henne. Så det skal de vejledes til at kunne indse. Og så bliver nogle af dem grebet af matematikken og nogle af dem grebet af historien og nogle bliver forhåbentligt grebet af forbindelsen.

Mie: Ja, så målet er egentligt, at de skal gerne vægte lige meget de her to fag, altså nogenlunde, eller er det okay at lave en opgave hvor de 20 sider er matematik og de 5 sider er historie?

Fagkonsulenten: Nej, for sådan nogle opgaver findes ikke, eller de må ikke findes, vel, for du kan ikke dele op på den måde, men man kan godt sige at der er en overvægt til det ene fag. Det kan der godt være. Det ville der ikke være noget mærkeligt i.

Mie: Og det ville også være fint?

Fagkonsulenten: Typisk så udspringer matematikhistoriske opgaver i matematik, men derfor kan de jo godt ende med, at få en en større inddragelse af historie, end vi lige havde set fra starten af.

Mie: Og når du sådan tænker inddragelse af historie i fx en matematikhistorisk opgave, [...] ville det så være nok at have sådan en metodeinddragelse. Altså når man jo analyserer kilder eller sætter ting i

matematikhistorisk kontekst, så bruger du i høj grad historiske metoder. Ville det være nok eller skal der være noget samfundshistorie, noget, altså sådan du ved noget kernehistorisk i en sådan opgave?

Fagkonsulenten: Jeg synes da, der skal være en kernehistorisk del, på den måde forstået, at de skal vide, hvor det problem, de har valgt at beskæftige sig med befinder sig både kulturelt og de lange linjer, hvor i historien opstår det her og hvorfor er det interessant lige præcis på det her tidspunkt. Så der skal være et nuanceret billede af, hvorfor det her er interessant at beskæftige sig med. [...] For mig at se så kan man jo sige at man kunne godt tage en eller anden matematisk problemstilling ud og så behandle den metodisk historisk, men så er der jo en stor del du ligesom mangler i at lave en nuanceret analyse af, hvad du har med at gøre.

Tid: 15:35

Mie: Hvis man sætter det i en matematikhistorisk, videnskabshistorisk kontekst ville det så være tilstrækkeligt eller skal man have en samfunds eller kulturhistorisk kontekst i spil for at historiefaget spiller nok ind?

Fagkonsulenten: Nej, jeg tror godt man kan vælge. Men jeg tror det er vigtigt at have noget der er, altså hvad skal man sige, bringer det op på sådan et mere metaagtigt niveau. [...] Ellers synes jeg det bliver sådan for unuanceret, det man kommer til at arbejde med. Du kan godt sætte dig ned i en eller anden, en lille bitte problemstilling, hvad ved jeg, eller en stor problemstilling, hvor du kun arbejder med et lille udsnit sådan rent matematisk, men hvis ikke du ser den i forhold til det tidspunkt, den har eksisteret på, eller været værdifuld på i forhold til udvikling, så bliver det jo lidt tomt.

Mie: Nej, så passer det jo ikke i forhold til et matematik-historie projekt i hvert fald. Der skal noget, der skal noget historie.

Fagkonsulenten: Jaja, altså det må jo være grundtanken.

Mie: Ja. Okay. Har du nogle sådan lidt mere konkrete eksempler, der sådan arbejder i dit hoved når vi snakker om de her opgaver.

Fagkonsulenten: Jeg tror jeg tænker mest på dem [...] der fylder meget. Altså det er differentialregningens historie. Det fylder rigtigt meget. Det er det mange, der gerne vil arbejde med. [...] Og der kan historielæreren også komme ind med nogle ting som man synes giver mening i forhold til dem. [...] Der er jo nogle, der har arbejdet med arkitektur, altså nogle af de store bygningsværker og hvordan har de indflydet på hinanden, kirkebyggerier og sådan noget for eksempel. Det kan de også sætte ind i en tematisk historisk sammenhæng, som de synes er væsentlig, og også finde nogle kilder, som de synes man kan læse historisk. Fordi for dem er det vigtigt, [...] altså sådan som jeg ser det, historikeren, for dem er det ikke nok at der er en matematikhistorisk kilde. For dem er det også vigtigt, at der er en regulær historisk kilde, som sætter det ind i en sammenhæng i forhold til de lange linjer i historien, kan man sige.

Mie: Ja. Så hvis vi nu prøver at dreje lidt over på noget matematikhistorie, ligesom vi har sådan snakket lidt om det, men hvor gode mener du at elevernes forudsætning er for at arbejde med matematikhistorie i deres studieretningsprojekt? Har de haft tilstrækkelig matematikhistorie i deres matematikundervisning, til at de fx kan fortolke en matematisk kilde som samtidshistorisk set?

Fagkonsulent: Altså det kommer rigtigt meget an på den enkelte lærer. Altså vi er jo sådan meget privatpraktiserende kan man sige. Og selvom det står i lærerplanerne at man skal have et eller andet forløb, så kan jeg lige så godt sige det, som det er, at det har de ikke nødvendigvis alle sammen. Jeg tror desværre, at der er rigtigt mange som tager det ind sådan at det er sporadisk undervejs og siger "så var der i øvrigt også lige den her mand eller den her situation historisk set", så det fylder ikke noget. Det husker eleverne ikke. Altså de skal jo arbejde med det selv for at de forstår, hvad det er. Og altså det med historisk kildekritik, det er vi heller ikke gode til. Det er noget vi skal lære, og jeg tror, hvis du spørger sådan generelt ud på sådan en helt almindelig dansk gymnasieskoles lærerværelse, sådan blandt matematiklærerne, så vil der være kun en lille del af dem, lad os sige 20% måske eller færre, som vil sige at de har haft et egentligt matematikhistorisk forløb. Så man kan sige at eleverne de bliver jo kun klædt på i det omfang læreren lægger op til det. Og det står i lærerplanen at man skal, men det er ikke ensbetydende med, at man gør.

Mie: Så det er faktisk ikke nødvendigvis praksis?

Tid: 20:03

Fagkonsulent: Der kan faktisk sagtens være nogle af de elever, som vi talte om før, som føler sig tvunget ud i det, som vælger det uden at have nogle forudsætninger overhovedet for at gå ind i sådan et forløb. Og det er derfor, at den der vejledning, den bliver jo altså utroligt central for dem, for at man får fagene knyttet sammen og at vi ikke kører i det der parallelspor.

Mie: Så man kan faktisk måske i løbet af vejledningen lære omkring hvordan man håndterer fx matematikhistoriske kilder?

Fagkonsulent: Det er jo ikke optimalt, men det kan være det, man er hensat til. Det kan være den mulighed, man har.

Mie: Okay. Så når du nu sådan snakker om matematikhistorie, der står matematikhistorie i bekendtgørelsen, hvor bred er din forståelse at matematikhistorie? Sådan noget videnskabshistorie, videnskabsteori, ville det også gå under matematikhistorie, eller hvad er det egentligt I tænker, når I siger at der skal være et matematikhistorisk forløb?

Fagkonsulent: Det tænker vi også. Det vil vi også gerne have. [...] Vi er udfordrede af, at rigtigt mange af os, inklusiv mig selv, er uddannet på et tidspunkt, hvor det ikke fyldte noget i uddannelsen. Hvis man ikke selv er opsøgende i forhold til de her aspekter, så har du ikke noget grundlag med dig nogen steder fra. Vi havde, dengang jeg selv startede som gymnasielærer, der havde vi noget der hed aspekterne. Og et af de her aspekter, det var et historisk aspekt. Og der blev lavet kurser i det fra matematiklærerforeningens side og de, der synes det var spændende, tog det ind og lavede forløb, som de også brugte, når de skulle til eksamen. Og andre sprang ligesom de her aspekter over. Man kan sige, det har haft en placering altid, i hvert fald i de sidste 25 år, hvor det har skullet være en aktiv del af undervisningen og derfor også en aktiv del af den enkelte matematiklærers bevidsthed i forhold til udvikling af elevernes fagsyn og sådan noget. Men det har bare ikke fået den rolle, det skulle have. Og jeg tror det handler rigtig meget om, at mange af os gamle, vi er ikke uddannet til det og, jamen du ved det jo selv også, at noget matematikundervisning foregår ved at man går ned i bogkælderens og henter en lærerbog og så starter man på side to og slutter på side 200 og det var så det år, ikke. Og hvis det lærerbogsmateriale ikke tilbyder noget som helst historisk, så har man ikke gjort det. Så har man ikke lavet det med mindre man har haft en særlig interesse i det selv.

Og vi har som matematik lærere, i hvert fald i den tid jeg har været matematiklærer, der har det været "faget med bogen", ikke? Vi har aldrig været ligesom historielæreren eller samfundsfagslærerne eller nogle andre, som har været nødt til at være orienterede om, hvad foregår der? Hvilke tekster kan vi tage ind, som vi synes er interessante? Hvordan perspektiverer vi lige præcis det her? Det har vi aldrig gjort. Vi har sagt, jamen vi har sådan en kulturhistorisk overlevering her, der hedder matematik og den formidler vi så videre. [...] Det er jo bare en dårlig undskyldning, for selvfølgelig burde vi have kunne tage det op men det har bare forsvindende lille betydning, fordi at vi stiller jo ikke eksamensopgaver i det.

Mie: Nej, det er jo det.

Fagkonsulenten: Vi har et uhyggeligt stærkt instrument, der hedder eksamen, og det vi stiller eksamensopgaver i, altså den skriftlige eksamen, det er den der betyder noget. Havde vi stillet opgaver i det, så havde de været nødt til at lære det, men så havde vi også været nødt til at sige, at så er det det her lille område, som du skal have. Vi vil jo også gerne have bredden og især vil vi gerne have bredden i forhold til studieretningsgymnasiet, så man kan lave den toning som gør at det er interessant for lige præcis de elever at vide noget om matematikhistorie. Så det er ikke nogen let ting at få ind,

Mie: Så matematikhistorie er faktisk oplagt i samarbejdsprojekter, altså studieretningsprojekter, eller andre samarbejdsprojekter som fx AT-forløb?

Fagkonsulenten: Ja, nogle steder er det. For nogle studieretninger er det jo mere oplagt end andre. Men altså, man kan jo sige, at den gamle reform, hvor vi havde de der, altså det historiske aspekt, der foregik det jo inde i faget selv. Altså hvor det jo var matematik selv, der stod for det der og fandt materialer og forsøgte at lave noget kildekritik og sådan noget, ikke. Der er jo noget, der har foregået der, fordi læreren har synes, at det var interessant. Det har ikke nødvendigvis været i samarbejde med andre. Altså det der med de faglige samarbejder, det er jo noget der er kommet ind med 2005 reformen.

Tid: 25:13

Mie: Ja, det det. For at springe til noget lidt andet. Når eleverne så står i deres valgproces, hvad tror du så er de primære faktorer der påvirker deres valg af fagkombination?

Fagkonsulenten: Altså der er jo dem der, hvor kravet er matematik. Det er ligesom én side. Og så er der de andre. Og de andre tror jeg, jeg tror de er drevet af både det, at det skal være overkommeligt, så de vælger nogle fag som de er trygge ved og en lærer, som de føler kan levere den vejledning, som de har brug for. Så når de vælger matematik fra, hvis de har muligheden, så kan det være fordi at de synes, at det er for stor en mundfuld rent fagligt for mig at give mig i kast med det, måske er relationen til læreren ikke ret god. Nu kan man sige at på mange skoler, der får man jo ikke nødvendigvis sin egen lærer som vejleder i den der proces. Det er blevet delt meget ud. Men det kan altså sagtens være sådan nogle fuldstændigt ikke-faglige ting der afgør, hvordan de vælger. [...] Nu er der rigtigt mange universiteter, der har været gode til at sige, vi har nogle projekter her, som I kan komme ind og lave forsøg hos os og komme i et rigtigt laboratorium og det tiltrækker også nogle.

Mie: [...] Hvis vi nu tager dem der har tvungen matematik, Hvorfor tror du så nogle af dem fravælger historie som kombinationsmulighed? Tilvælger for den sags skyld.

Fagkonsulent: [...] Nu er jeg selv på den skole, hvor der er mange tokulturelle elever. Hvis de står i valget mellem dansk og historie, så vælger de historie, fordi de er bange for at de ikke har de danskfaglige kompetencer til at kunne formidle det de skal. [...] I matematik og dansk har vi jo udviklet en model der hedder tag et eller andet matematisk emne, som du skal forsøge at formidle til en bestemt målgruppe og det kan man sige, det er jo på en eller anden måde paralelopgaver, men alligevel ikke, fordi de jo så skal lave den her matematikfaglige artikel som de så skal analysere og kommentere bagefter, altså den som de selv har lavet. Så vi synes egentligt, at det er en ret god konstruktion, men den stiller ret høje krav til, at du er i stand til sprogligt at formidle korrekt, altså skrive dansk fagligt korrekt. Det skal de selvfølgelig også ellers, men det er bare på en anden måde. De føler i hvert fald at kravene er højere lige præcis der. Og så bliver historie måske lige præcis et fravalg, måske er begge fag et fravalg for nogle af dem, for de er tvungen ud i matematik og de vil ikke have dansk og så bliver det måske historie og matematik.

Mie [...] Nogle af dem har måske en mulighed for at tage en naturvidenskabelig del. Hvis de nu har studieretningen mat-fys-kemi, så kunne de jo kombinere matematik og fysik men måske tilvælger historie.

Fagkonsulent: Altså de vælger fysik fra? Altså hvis de nu har matA og FysikA, tænker du? [...] Det du tænker er, hvorfor vælger de fysik fra, hvorfor vælger de historie til, hvis de gør det.

Mie: Ja

Fagkonsulent:.. Dem der går det, jeg kan kun huske faktisk at jeg har haft en enkelt sag som har gjort det, og det var fordi, at hun havde en eller anden bestemt idé til, hvordan hun ville arbejde med det. Og nogle tænker det også sådan ret strategisk i forhold til at de måske så kan bruge noget af det samme, når de skal til deres AT-opgave. Så det kan være sådan mange mærkelige ting egentligt, der spiller ind, selvom de ikke kender AT emnet endnu på det tidspunkt.

Mie: Du snakkede også om at lærerne ligesom præsenterede de her emner. Er det også sådan at lærerne de direkte guider og siger, det her, det her kunne måske være en god idé til en fagkombination, det her kunne ikke. [...] Er det fint nok, at de gør det?

Fagkonsulent: Ja, det gør de. Og de, altså de gør det jo ud fra deres egne forudsætninger og det er ikke altid det rigtige kan man sige at gøre. Der er rigtigt mange, som ikke føler sig trygge ved at skulle lave noget sammenfletning med historie. Og som derfor er bange for, at de kommer til at lave noget som paralelopgaver. Så vil de hellere skubbe eleverne et andet sted hen, hvor de er sikre på at de kan lave noget, der hænger sammen. Matematik og fysik for eksempel. [...] Der er forskellige lærere derude, som man siger og nogle de tager udfordringen op og nogle gør ikke. Nogle vælger den nemme løsning. Men det som jeg tror alle gør, det er at de forsøger at hjælpe den enkelte til at vælge noget som er et passende niveau for den elev og [...] matematik-fysik projekterne kan blive store og meget krævene rent fagligt, så der tror jeg også, der er lærere der beslutter internt, at vi skal nok ikke have den og den til at skrive i matematik og fysik. Så er det bedre at vejlede vedkommende et andet sted hen. Så man prøver at guide eleverne, sådan at de faktisk kommer på en hylde, hvor de kan løse opgaven optimalt. Men der er meget forskellig praksis. Så det kan jeg ikke sige at de alle sammen gør på den mest hensigtsmæssige måde.

Mie: Hvad med matematikhistoriske opgaver, kan de henvendes til elever på alle niveauer eller er det en bestemt gruppe, der faktisk er de mest oplagte til at skrive matematikhistorisk?

Fagkonsulent: Nej det synes jeg ikke. Det synes jeg sagtens man kan lave på mange forskellige niveauer. Så jeg synes at, det appelerer til hele den elevgruppe vi har. Så det handler mere om, at de biver vænnet til det i løbet af undervisningen og forstå, at vi er en del af noget større og at der er sådan nogle historiske vingesus, som er vigtige og som de kan blive inspireret af også matematikfagligt. Men det er ikke altid, at de tænker så langt. Altså for dem er det jo også bare en opgave blandt mange andre og noget der skal løses og gøres færdigt. Hvad er mest overkommeligt for mig lige nu. Men altså de spørger også selv, er det noget, altså tror du rent fagligt, at jeg kan klare det her? Og det er jo rigtigt positivt og det skal man jo i hvert fald tage alvorligt og så give dem en opgave, som de rent faktisk kan løse. Det betyder jo også nogle gange, at vi stiller nogle opgaver på et relativt lavt niveau, men som passer til den elev, som ikke får hverken 10 eller 12. Men lærer noget gennem processen og rent faktisk kommer ud med en god opgave på den anden side.

Tid: 33:08

Bilag B

Spørgeskemaundersøgelsen

B.1 Spørgeskemaet

Spørgeskema
Til 3.g elever med matA

Angiv studieretningsfag: _____

Angiv A-niveau fag: Dansk, Historie, Matematik, _____

1. Skal du skrive studieretningsprojekt (SRP) i fagkombinationen matematik og historie?

- ☐ Ja (GÅ TIL SPØRGSMÅL 4)
- ☐ Nej (GÅ TIL SPØRGSMÅL 2)

2. Hvilken fagkombination skal du skrive SRP i? _____

3. Hvorfor vil du ikke skrive SRP i fagkombinationen matematik og historie? (Sæt gerne flere krydser)

- ☐ Jeg synes, at et andet fag/emne er mere spændende.
 - ☐ Jeg er dygtigere til fagene, jeg har i min fagkombination.
 - ☐ Jeg har en idé til emne og min fagkombination passer til dette emne.
 - ☐ Jeg tror ikke, jeg ville blive udfordret nok fagligt, hvis jeg valgte fagkombinationen matematik og historie.
 - ☐ Min matematiklærer har frarådet kombinationen.
 - ☐ Min historielærer har frarådet kombinationen.
 - ☐ Andre har frarådet kombinationen. Hvem? _____
 - ☐ Jeg tror, det ville være svært at lave en sammenhængende opgave med fagkombinationen matematik og historie.
 - ☐ Andre grunde. Hvilke? _____
- _____
- _____

GÅ TIL SPØRGSMÅL 5

4. Hvorfor vil du skrive SRP i fagkombinationen matematik og historie? (Sæt gerne flere krydser)

- ☐ Jeg ville gerne skrive i matematik. Historie var den bedste kombinationsmulighed.
 - ☐ Jeg ville gerne skrive i historie. Matematik var den bedste kombinationsmulighed.
 - ☐ Min matematiklærer anbefalede fagkombinationen.
 - ☐ Min historielærer anbefalede fagkombinationen.
 - ☐ Jeg har en idé til emne og fagkombinationen passer til dette.
 - ☐ Jeg var tvunget til at vælge matematik. Historie var den bedste kombinationsmulighed.
 - ☐ Andre grunde. Hvilke? _____
- _____
- _____

5. Har du allerede nu en idé til emne?

- ☐ Ja (GÅ TIL SPØRGSMÅL 6)
- ☐ Nej (GÅ TIL SPØRGSMÅL 8)

6. Hvorfra har du fået idéen? _____

7. Har du valgt din fagkombination, fordi den passer til din idé om emne?

- ☐ Ja
☐ Nej

8. Har du i gymnasiet oplevet projektsamarbejde(r) mellem matematik og historie (fx AT-forløb)?

- ☐ Nej
☐ Ja. Hvad var emnet/emnerne? _____

Hvis der var andre fag involveret, skriv så her hvilke: _____

9. Har du haft et eller flere forløb inden for matematikhistorie i matematikundervisningen i gymnasiet?

- ☐ Nej
☐ Ja. Hvad var emnet/emnerne? _____

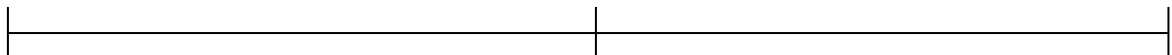
10. Har du hørt eller læst om matematikhistorie andre steder end i matematikundervisningen?

- ☐ Nej
☐ Ja. Hvorhenne? _____

11. Hvor placerer du dig fagligt i matematik i forhold til resten af klassen (markér på linjen).

Klassens
dårligeste

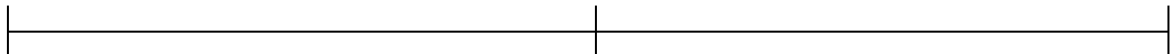
Klassens
bedste



12. Hvor placerer du dig fagligt i historie i forhold til resten af klassen (markér på linjen).

Klassens
dårligeste

Klassens
bedste



13. Kommentarer

14. Hvis jeg må kontakte dig igen, angiv din mailadresse: _____

B.2 Oversigt over deltagende gymnasier

Gymnasium	Antal deltagende elever	Dato for valg af fagkombination	Dato for spørgeskemaundersøgelse
Herning Gymnasium	87	24. september 2014	25. september 2014 26. september 2014
Aarhus Katedralskole	83	29. september 2014	2. oktober 2014
Egaa Gymnasium	106	7. oktober 2014	7. oktober 2014
Silkeborg Gymnasium	98	3. oktober 2014	8. oktober 2014
Viby Gymnasium	66	29. september 2014	9. oktober 2014
Marselisborg Gymnasium	65	3. oktober 2014	10. oktober 2014
Horsens Gymnasium	41	7. oktober 2014	20. oktober 2014

B.3 Rådata for sidste del af spørgsmål 3

Svar angivet under “andre grunde” i spørgsmål 3
Sidste øjeblik
Mente jeg ville kunne lave den bedste SRP om mit ønskede emne i de to fag.
Matematik er konkret og man ved altid om man er på rette vej, da der kun er 1 facit. Historie interesserer mig og derfor en vigtig drivkraft.
Matematik er enten rigtigt eller forkert. Det er godt ved matematik.
Jeg ville helst skrive i fagene historie og matematik. Da jeg synes det virker mest interessant.
Jeg ville egentligt gerne skrive i samf og historie, med det viste sig at mat passede bedre på emnet.
Jeg var usikker på, hvad jeg skulle vælge, og da kryptologi blev anbefalet så lød det spændende.
Jeg tænkte at historie var et godt fag kombineret med matematik og historie et fag hvor man kan skrive meget.
Fagene afhang også af emnevalg

B.4 Rådata for sidste del af spørgsmål 4

Svar angivet under “andre grunde” i spørgsmål 4
Vil relatere mit projekt til min sport som interesserer mig en del
Vil gerne have fysik
Vi er ikke vant til at skulle arbejde med matematik på den måde vi skal i SRP
Valgte fagkombination for at undgå his.
Tror historie er et svært fag at skrive i.
tror generelt SRP med matematik er svært - det kan være svært at finde helt ny matematik, som ikke er en del af pensum.
Synes matematik er svær at inddrage, så man får en rød tråd
Synes matematik er for svært.
Synes ikke det lyder nær så spændende som andre fagkombinationer.

Fortsættes på næste side

Tabel B.2 – Fortsat fra foregående side

Svar angivet under “andre grunde” i spørgsmål 4
Synes det er svært at skrive i matematik, da jeg går tit i stå i nogle opgaver, så jeg har lidt brug for at have lidt mere hjælp til matematik end de andre fag (tænker på beviser og udregninger).
Synes det andet var mere spændende
Synes der er flere emner man kan koble sammen i historie og fys end mat-his.
sutter til mat
Stinker til mat og hader his
SRO-forløbet var med mat og ikke den største succes, så vil prøve noget nyt i andet fag.
Panik
opnå en god kombination samt emne og materialmængde vil være svært.
Nyt matematik er svært at lære sig selv.
Mit studieretningsfag blev egentligt valgt i sidste øjeblik.
Mit emne var ikke godt nok
Min opfattelse er at mange af de spændende emner i den fagkombination allerede er skrevet mange gange.
min matematiklærer sutter
Min matematiklærer gav udtryk for at jeg ikke ville magte fx kryptologi rent fagligt - at jeg ikke var sikker nok i matematik til det.
Min mat.lærer kom med et forslag til noget jeg kunne skrive om tilfældigvis kombineret med dansk, da jeg selv var på bar bund valgte jeg bare det.
Min historielærer har lige fået nyt job, og er derfor ikke til stede til vejledning etc.
Min historielærer er en afskyelig skælet æmon som hader mig.
Matematik virker ikke så oplagt. Det er et dårligt fag til sådan en opgave.
Matematik virker besværligt og svært at finde godt og forståeligt stof.
Matematik fanger ikke min interesse
Matematik er svært i forhold til humanistiske fag
Matematik er svært -> alle de beviser du ved
Matematik er svært
Matematik er sværere end musik, synes jeg
Matematik er ikke min stærke side. Derfor ville jeg finde det for svært/udfordrene med en så stor opgave om det.
mat og his er et fremragende kombi. Jeg var meget splittet, da jeg skulle vælge. Tag bare fys og mat i stedet.
Mat er svært
Mangler en god idé. Vi skifter historielærer om to uger.
Manglede ideerne til noget som jeg ville finde spændende + matematik i en større opgave er meget fjernt fra, hvad vi har oplevet.
Lærerne ser sjældent gode opgaver med mat/his
Lærerne har sagt der ikke var mange gode emner at skrive om.
Kinesisk er sejt! Og der er nogle nemme kilder til mit emne.
kan godt lide historie, men gider kun matematik som et værktøjsmiddel eks. Sammen med naturfag
Jeg ville synes det var alt for svært at skrive i matematik, da jeg i forvejen finder det meget svært i undervisningen.
Jeg ville blive udfordret alt for meget
Jeg vil helst undgå for mange kilder/arbejdet med disse.
Jeg vil gerne udfordres og det gør jeg ikke igennem historie.
Jeg ved ikke hvilke emner der er

Fortsættes på næste side

Tabel B.2 – Fortsat fra foregående side

Svar angivet under “andre grunde” i spørgsmål 4
Jeg var desuden bange for ikke at kunne finde gode kilder.
jeg tror min opgave bliver bedre uden matematik, som jeg ikke er helt super til, men jeg har overvejet historie.
Jeg tror matematik er for besværligt at skulle skrive i i så stor en opgave.
Jeg tror matematik afgrænser emnevalgene, jeg ville ikke have en eneste ide om , hvad jeg skulle vælge.
Jeg tror bare generelt matematik er en for stor mundfuld for mig.
Jeg tror at det er svært i matematik
Jeg synes, matematik er svært at lave en stor skriftligt opgave i.
Jeg synes matematik indskrænker de yderligere perspektiver, da det i SRP-sammenhæng står (for mig) ret selvstændigt.
Jeg synes ikke historie er så spændende at lave store opgaver i, selv om faget er fint.
Jeg synes ikke der var nogle interessante emner - emnerne var svære (har ingen baggrundsviden) de præsenterede emner var få og nørdet (meget specifikke).
jeg synes historie er kedeligt
Jeg synes en anden kombination er bedre
Jeg synes det er svært at skrive en større opgave i matematik.
Jeg synes der er to usexede fag at skrive i.
Jeg synes at engelsk faglig metode er fin, plus at engelsk passer til mit emne i bioteknologi
Jeg mener det er svært at fylde SRP med Matematik.
Jeg kan mindst lide matematik ud af alle mine fag. Jeg finder det kedeligt og for maig er det bare noget som skal overståes.
Jeg kan ikke umiddelbart finde et interessant emne.
Jeg kan ikke lide historie/humaniora
Jeg kan ikke li historie, så det bliver ikke en god opgave hvis jeg skal skrive i det.
Jeg interesserer mig mere for bioteknologi
Jeg interesserer mig generelt mere for emner der er relevante for min alternative fagkombination.
Jeg havde godt overvejet det, da det er meget oplagt, men er god til dansk og vile hellere finde et emne i den fagkombination.
Jeg havde en klar ide om hvad mit emne skulle være og havde derfor næsten allerede valgt på forhånd.
Jeg har ikke tidligere skrevet skriftlige opgave i historie.
Jeg har ikke lyst til at skrive i matematik
Jeg har haft skrevet andre større opgaver i den valgte fagkombination.
Jeg har førhen skrevet projekter i både mat/his og mat/dan og jeg foretrækker musik og dansk. Ydermere synes jeg at nyt er godt.
Jeg har en dårlig historik med historieopgaver
"Jeg har allerede skrevet andre opgaver med historie som fag (på trods af at jeg faktisk hader historie!...)"
Jeg har aldrig skrevet en opgave i historie før.
Jeg hader kildekritik
Jeg følger ikke, at min historielærer ville kunne hjælpe mig igennem en SRP
Jeg følger ikke for matematikfaget. Har det kun pga biotek.
Jeg følger ikke at jeg har styr nok historie til at kunne skrive SRP i det.
Jeg følger bare ikke for det. Kan ikke rigtigt lide min his-lærer. Dårlige associationer.

Fortsættes på næste side

Tabel B.2 – Fortsat fra foregående side

Svar angivet under “andre grunde” i spørgsmål 4
Jeg frygtede det ville live en sludder for en sladder. At der også ville have været mange før mig i samme emne.
Jeg er virkelig dårlig til mat.
Jeg er ringe til matematik
Jeg er meget svig i historie og kildeanalyse og da jeg skrev SRO var matematik delen svær.
Jeg er ikke specielt glad for historie.
Jeg bryder mig ikke om historie
Idræt er fedt
I forhold til mine faglige interesser så passer fagene ikke sammen.
Historie=Ikke godt. Humaniora er ikke min kop te.
Historie siges at være et svært fag, at skrive i.
Historie interesserer mig ikke så meget som de fag, jeg har valgt - biotek og mat.
Historie er farligt tror jeg
Historie er et kedeligt fag! Og vi har en lortelærer i historie..
Historie er bedømmelsesmæssigt mere subjektivt end fysik også en grund man tænker over. Derudover er matematik-historie for mig bedre AT-fag og passer bedre sammen der.
Historie er bare ikke lige mig
Havde overvejet det, men en historielærer frarådede det, da han syntes det emne jeg havde i tankerne var for let (ægyptisk/græsk matematik)
Havde indstillet mig på en super fed idé som passer lige til den fagkombination jeg har valgt.
Har vsært ed at skrive store opgaver son indbefatter matematik
Har større interesse for mat og fys
Har skrevet SRO i matematik og samfundsfag - fik nok at det matematiske efter det og synes samf + his er en god kombi, der supplerer hinanden godt.
har indtryk af at matematik vil være svært at skrive SRP i.
Har forskellige emner i tankerne, hvor fysik og dansk passer bedre sammen. Har f.eks. tænkt mig at skrive en formidlingsartikel.
Hader mat
Føler mig ikke god nok til SRP i matematik
Føler ikke at disse fag kan give et spændende emne.
fordi man kun kan skrive om pest og logistisk vækst. Man kan måske også lave noget statistik, men det er ikke så udfordrende, ellers er der SIR-modellen, som er lidt tør.
for svært og for meget at læse/selvom det skal læses meget til SRP, tror jeg det er mest ved historie.
For mange formler, tal og beregninger
for besværligt
Fik bare en ide hvor matematik og historie ikke passer ind.
Fik bare anbefalet mat/fys så tog den. Har ikke tænkt så meget over det.
Er ikke så stærk i matematik så vil gerne have et fag hvor jeg føler mig nogenlunde sikker.
Er ikke særligt glad for min historielærer, så for at undgå samarbejde med hende.
En sammenhængende opgave ville ikke være interessant.
Emnerne i den fagkombination interesserer mig ikke
Det virker som en tung og kedelig kombination
Det virker nemmere.

Fortsættes på næste side

Tabel B.2 – Fortsat fra foregående side

Svar angivet under “andre grunde” i spørgsmål 4
Det ville være svært at lave en sammenhængende opgave om det emne jeg vil arbejde med, hvis jeg valgte matematik og historie.
Det passede ikke så godt med hvilket emne jeg ville skrive om.
Det gik ikke så godt for dem der skrev SRO med matematik, så derfor ville jeg ikke risikere noget.
Det er kedeligere
Det er ikke de fag, som jeg har nemmest ved
Det bliver nemt redegørende med historie, når man skal gengive hvad man har nået frem til igennem sin analyse og historiske kilder.
Det bliver besværligt at man selv skal til at finde matematiske metoder og lære dem selv.
Det at man i matematik selv skal ud og finde nogle metoder og selv læse dem. Altså at man ikke må bruge noget fra pensum.
Der virker mere overskueligt at skrive i samf - samf har en bedre sammenhæng end mat med andre fag.
Der var ikke så mange forskellige områder i matematik og historie.
Der var ikke data til mit emne i matematik

B.5 Rådata og kategorisering af spørgsmål 6

Svar	u	e	i	a
Workshop med fagene	×			
Vores tur til Seattle, hvor vi kort havde om vaccination	×			
Vores lærer fortalte om det.	×			
Vores fysiklærer havde lagt et dokument op som inspiration, der fandt jeg mit emne.	×			
Vi havde et forløb i historie om Japan og kom så ind under opiumskrigen mellem England og Kina	×			
Vi har kort haft om mit valgte emne i samfundsfag, og jeg har længe gerne ville gå i dybden med det.	×			
Vi har haft om det i AT	×			
Ved at se på gamle opgaver og eksempler på emner.	×			
Ved at se en anden problem-formulering og igennem min historielærer.	×			
Ud fra en brainstorm vi havde på klassen.	×			
Synes det var spændende og min faglærer sagde at det var ok.	×			
Studierejse. Min matematiklærer har fordybet sig en del i mit emne i forvejen	×			
Startede på arbejde med at lokalisere grundvand i geovidenskab og begyndte så at tænke på forurening, hvorved kemi kom i spil.	×			
SRP introduktion	×			
Snakkede om nogle emner i biologi, og synes så det jeg har valgt lød spændende.	×			
Snakkede med min lærer i biologi, hvorefter hun foreslog emnet som en mulighed.	×			

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Snak med vejledere	×			
Snak med lærerne i min valgte fagkombination.	×			
Research og snak med mine lærer. Har været lidt kreativ, da geovidenskab er svært at kombinere.	×			
Research og snak med lærere	×			
Primært fra vores Atg forløb, hvor vi havde om mad og mennesker. Jeg valgt at fokusere på fedme i USA	×			
Pensum	×			
Pas, mig selv måske, har snakket lidt med min lærer om det valgte emne.	×			
Oplæg fra lærerne	×			
Mine lærere hjemmefra	×			
Mine lærere har nævnt emnet som en god kombination mellem de to fag	×			
Min søde matematiklærer Axel	×			
Min musiklærer	×			
Min matematiklærer spurgte, om jeg havde lyst.	×			
Min matematiklærer fortalte mig om emnet.	×			
Min lærer, fra andre som også har skrevet om det.	×			
Min lærer i bioteknologi	×			
Min lærer	×			
Min lærer	×			
Min lærer	×			
Min lærer	×			
Min kemilærer	×			
Min historielærer	×			
Min fysiklærer kom med ideen	×			
Min fysiklærer	×			
Min engelsklærer	×			
Min dansklærer foreslog man kunne lave en filmanalyse, så jeg tænkte på en af min ynglingsfilm, der bl.a. handler om matematik.	×			
Min bioteknologilærer gav os et link til inspiration til valg af emne.	×			
Min bioteknologilærer foreslog emnet, da jeg fortalte om mine ideer.	×			
Min bioteklærer	×			
Min biologilærer og hendes undervisning i emnet.	×			
Mig selv. Overvejelser og erfaringer fra undervisning.	×			
Mest min biologilærer som foreslog emnet inden for biologi. Også fordi DTU tilbød eksperimentelle forsøg, som passede til.	×			
Matematiklærer nævnte dem	×			
Matematiklærer er kommet med ideer. Jeg fandt en af dem spændende.	×			
Lærerne samt egen viden	×			
Lærerne og mig selv	×			
Lærerne gav hjælp til at udforme ideen.	×			
Lærerne	×			

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Kinesisk-lærer talte om fagkombinationer i SRP med kinesisk og etc.	×			
Jeg startede ud med at jeg ville arbejde med det gyldne snit. Dette kunne min matematiklærer dog ikke anbefale, så i stedet foreslog hun, at jeg arbejdede med perspektiv, da det også kunne kobles til billedkunst og menneskesynet.	×			
Jeg spurgte min fysiklærer efter at jeg havde valgt fag.	×			
Jeg kom selv med et forslag til et emne, som jeg synes lød spændende og herefter rettede min lærer lidt i det og vi fandt sammen det endelige emne.	×			
Jeg har snakket med nogle forskellige lærer og set andre opgaveformuleringer, der ligger tæt op af det, jeg gerne vil skrive om.	×			
Jeg har snakket med min fysiklærer.	×			
Jeg har kigget på emner vi har gået igennem i samf, kigget på gamle opgaver og snakket med både samf og historielærere	×			
Jeg har kigget i min biotekbog. Alle emnerne kan kombineres med dansk.	×			
Jeg har haft vejlede samtaler med mine lærere.	×			
Jeg har fået ideen fra vores bio- og his lærer.	×			
Jeg fik ideen fra min matematiklærer. Jeg vidste nogenlunde hvad det skulle være, så det passede mig rigtigt godt..	×			
Jeg fik ideen, da vores dansklærer fortalte om de forskellige fagkombinationer og hvad man kunne skrive om i disse.	×			
Interesse, jeg har valgt et emne vi har arbejdet med i undervisningen, som jeg synes er spændende.	×			
Interesse for tidligere forløb vi har haft i undervisningen.	×			
Interesse for emnet fra undervisning og forelæsninger	×			
Inspireret af et tidligere projekt i matematik.	×			
Inspiration hos andre elever, lærer og specielt ved SRP-markedsrunden.	×			
information fra lærerne	×			
Igennem smuk mu' mine vejledere.	×			
Igangværende AT projekt omkring globalisering	×			
Ideer fra min lærer, som jeg selv byggede videre på.	×			
Ideen kom fra et AT forløb, hvor det var spændende at skrive i fys og his om radioaktivitet.	×			
I samråd med min fysiklærer	×			
I samarbejde med min historielærer - jeg havde en masse ideer og så hjalp han mig med at vælge noget, det var godt at skrive om i historie.	×			
I samarbejde med min historielærer - hun er rigtig engageret.	×			
I geovidenskabstimerne	×			
I gennem min idrætslærer der nævnte mulige emner som fx doping.	×			
Hjælp fra lærerne i SRP-cafe.	×			
Historielærer	×			
Historie	×			

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Har snakket sammen med flere lærere om at finde den helt rigtige sammenhæng mellem mat og kinesisk.	×			
Gamle SRP opgaver og andre skoleopgaver har givet inspiration.	×			
Først tænkte jeg, at jeg ville skrive i mat og engelsk og så som sendt fra himlen fik jeg en idé og så fik jeg et eksempel fra min engelsklærer der bekræftede muligheden.	×			
Fysikundervisningen i relativitetsteori	×			
Fysiklæreren	×			
Fysiklærer	×			
Fra vores Atg forløb hvor mange havde om fedme. Samtidig interesserer jeg mig meget for idræt og sundhed.	×			
Fra vores AT5-forløb	×			
Fra vorer lærer, der gav gode ideer. Havde på forhånd en ide om fag og dette emne var spændende.	×			
Fra undervisningen i skolen	×			
Fra undervisningen + min fysiklærer	×			
Fra tidligere SRP'er og snak på klassen	×			
Fra psykologiundervisningen og fra dansk	×			
Fra min tidligere hitsorielærer	×			
Fra min matematiklærer	×			
Fra min matematiklærer	×			
Fra min lærer	×			
Fra min idrætslærer og på egen hånd. Biologiærer har så efterfølgende bidraget med ideer.	×			
Fra matematiklærer	×			
Fra historie, sygdomme	×			
Fra fysiklærer og matematiklærer	×			
Fra et tidligere forløb	×			
Fra et forløb vi havde med emnet	×			
Fra et forløb i bioteknologi	×			
Fra et foredrag på uni om kernevåben og historie.	×			
Fra et dokument som vores matematiklærer gav os med ideer til SRP emner.	×			
Fra diskussioner i timerne	×			
Fra de tidligere opgaver i 2.g: DHO og AT -> jeg bygger ovenpå den viden jeg har derfra og tager en ny vinkel.	×			
Forslag fra lærer - fremlagt på klassen.	×			
Fordi vi har berørt emnet i undervisningen	×			
Fordi emnet har været en lille del af FysikA pensum og jeg synes det er spændende.	×			
Et AT-forløb, hvor vi havde om mad og mennesker.	×			
Er meget kort blevet præsenteret for emnet i forbindelse med et AT-projekt.	×			
Er blevet inspireret af et emne i kemi og for at kunne få større viden om dette emne kan jeg undersøge det videre i mat/fys.	×			
En opgve i en aflevering	×			

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
En anden SRP elev som tidligere har skrevet dette emne samt mine lærere.	×			
Eksempler fra min historielærer har inspireret mig, samt fanget min interesse.	×			
Efter en dansk aflevering om kønsroller og et oplæg i en bioteknologitime.	×			
Den kom bare frem. Blev inspireret af et fejlet programmeringsprojekt.	×			
Dansklærer	×			
Astronomitimerne	×			
Af min lærer	×			
Vi havde lidt om det i 2.g og synes det var spændende, samtidig har min venindes søster skrevet om det.	×		×	
Vi har set en film om det i bioteknologi og så har jeg nogle personer med sclerose tæt på, som jeg kan blive inspireret af.	×		×	
Ved at læse problemformuleringer fra tidligere år + snakke med klassekammerater.	×		×	
Ved at beskrive min interesser for mine lærere som så koordineret	×		×	
Undervisningen (og en smule ud af personlig interesse)	×		×	
Undervisning, familie og venner, egen interesse og ideer fra tidligere SRP'er.	×		×	
Tidligere opgaver og egne interesser	×		×	
Nogle fra klassen, lærerne	×		×	
Mine veninder fra andre gym og min biotek .lærer	×		×	
Min historielærer og egen interesse	×		×	
Min bioteklærer + min mor	×		×	
Matematiklærer, venner der har kinesisk	×		×	
Mat/fys lærere og egen interesse	×		×	
Lærer samt klassekammerater, interesser derudover.	×		×	
Jeg havde tænkt over det i lang tid og havde snakket med mine lærere, hvor jeg til sidst fandt det emne der vil interessere mig mest.	×		×	
Inspiration fra emner i forbindelse med skole og fritidshobby/interesse.	×		×	
Havde interesse i emnet før + det er noget, vi har haft om i det ene fag (psykologi) og tænkte det kunne være spændende at koble med biologi.	×		×	
Gennem undervisning, personlig interesse for fysikkens påvirkning på histories udvikling.	×		×	
Gennem egen interesse og beskæftigelse med emnet indenfor fagundervisning.	×		×	
Generelt interesse og er kommet på vinklen igennem samtaler med mine lærere.	×		×	
Fra min samfundslærers oplæg omkring emner og fagkombinationer og derefter ud fra egen interesse.	×		×	
Fra min lærer samt en ph.d.-studerende jeg kender.	×		×	
Fra min idrætslærer og min storebror.	×		×	
Fra min fritid samt tidligere skoletimer i fagene.	×		×	

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Fra forløb i samfundsfag om international og udenrigspolitik og så foreslog en af mine veninder det.	×		×	
Egen interesse og råd fra min lærer	×		×	
Ældre årgange. Venner har skrevet om det.			×	
Vil være pilot, så aerodynamik			×	
Via samtale med venner, familie og derefter selvstændig brainstorm.			×	
Venner og egne overvejelser			×	
Var bl.a. til et ideseminar på ATU (du var der :-)) hvor jeg fik en masse ideer, har så valgt ud fra personlig interesse.			×	
Ud fra min interesse. Jeg interesserer mig for det, jeg vil skrive om.			×	
Ud fra min interesse i historie og biologi			×	
Ud fra min fritidsinteresse			×	
Ud fra at det var et emne, der interesserede mig.			×	
Snakket om forskellige ideer med familie.			×	
Snakket med venner			×	
Snakket med klassekammerater, kigget på hvilke materialer, der er.			×	
Snakket lidt om det med venner.			×	
Snakkede med min storesøster			×	
Samtaler m. klassekammerater og fordi jeg synes det var en god fagkombination som alle burde være alvidende i.			×	
Rejse i sommers			×	
"Personligt; sygdommen er i min familie."			×	
Personlig interesse			×	
Nysgerrighed Research + deltagelse i UNF (ungdommens naturvidenskabelige forening) hvor jeg har hørt foredrag om emnet.			×	
Nogle venner som studerer medicin.			×	
Noget der interesserer mig, derfor noget jeg kan relatere til, nemlig alkohol			×	
Mine interesser inden for musikfaget.			×	
Mine interesser			×	
Mine forældre og spændende			×	
Mine egne personlige interesser			×	
Min veninde hjalp mig til at finde på en dansk forfatter jeg kunne skrive om.			×	
Min ven som gik ud af 3.g sidste år			×	
Min sportsgren			×	
Min sport, vil skrive om fysiologi			×	
Min mor der arbejder på uni. Derigennem inspiration.			×	
Min mor arbejder i medicinalindustrien og kunne derfor komme med mange biotek emner.			×	
Min interesse er biologi!			×	
Min hjerne eller mine omgivelser			×	
Min far og andre			×	
Mig selv, familie, venner			×	

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Mig selv + jeg har en ven der lige har skrevet speciale i idræt og biologi.			×	
Mig selv - brainstormede mig frem til emnet, men har siden snakket med mine forældre om det.			×	
Jeg spiller fløjte i Tamburkorps og en dag jeg var til undervisning undrede jeg mig over præcis hvordan lyden blev dannet i røret. Jeg snakkede med min lærer og fik flere ideer til projektet.			×	
Jeg snakkede med mine forældre om emner og så nævnte min far emnet.			×	
Jeg snakkede med min veninde, som har en bekendt der skulle skrive om noget lign.			×	
Jeg snakkede en dag med min mor om hvilket emne jeg vil have og pludselig fik jeg en god ide.			×	
Jeg skriver om diabet, grunden til dette er at min far lider af sygdommen, det er derfor interessant at vide mere om.			×	
Jeg kender en anden som skrev om emnet og 2 andre i de fag = det gik godt			×	
Jeg havde allerede tænkt på at skrive i musik da det fylder en stor del i mit liv, og det kunne være spændende at fordybe mig i en bestemt artist, som jeg har gjort tidligere.			×	
Jeg har stødt på det tidligere og synes det kunne være spændende.			×	
Jeg har snakket med mine venner og familie om hvilke emne der kunne være relevant.			×	
Jeg har snakket med en ven og været ude og se ting omkring emnet.			×	
Jeg har interesseret mig for det. Jeg ville gerne skrive i de to fag og emnet passede godt.			×	
Jeg har i længere tid været interesseret i emnet			×	
jeg har altid interesseret mig for emnet, og nu får jeg lov at fordybe mig i det.			×	
Jeg finder bare emnet interessant.			×	
Jeg er meget interesseret i Historie og Renæssancen, hvor videnskaben og matematik bryder frem.			×	
Jeg elsker at analysere litteratur og specielt digte. Nyere digtere, som jeg ønsker at skrive om, spiller ofte sammen med sociologiske teorier.			×	
Interesse. Det er der min hovedinteresse ligger, så det var rimeligt oplagt.			×	
Interesse, familie og venner			×	
Interesse udenfor skolen og ved samtale med min far.			×	
Interesse - vil skrive om rygning - tilsætningsstoffer.			×	
Inspiration fra venner og frivilligt arbejde			×	
Inspiration fra én anden SRP og interesse fra emnet.			×	
Impulsiv indskydelse, som er tæt bundet med mine planer for fremtidige studier.			×	
Igennem min træning			×	
Igennem en af mine venners store brødre.			×	
Igennem egen interesse			×	

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Hjemmefra			×	
Har undersøgt flere emner og netop dette interesserer mig.			×	
Gennem min mors job			×	
Gennem interesse			×	
Gennem egen erfaring. Undringer jeg gjorde mig under sport.			×	
Generel nysgerrighed jeg har haft på forhånd og nu var der chance for at blive klogere på det.			×	
Fritidsinteresser			×	
Fritid. Jeg har lavet/kver projekter der relaterer til emnet.			×	
Fra venner af og egen interesse			×	
Fra mine interesser og en sommerskole om fysik jeg deltog i (i dette år).			×	
Fra min mors arbejde			×	
Fra min interesse inden for fysikken			×	
Fra min hobby			×	
Fra min egen fritidsinteresse.			×	
Fra mig selv, jeg vil skrive om soulmusikken som er en genre jeg rigtig godt kan lide og så racismen i USA			×	
Fra en klassekammerat			×	
Fra egne interesser			×	
Fra egen interesse for området			×	
Fra andre som har tænkt sig at skrive i matematik og fysik.			×	
Fra andre elever ved at høre hvad de gør			×	
Forældre og egne holdninger			×	
Fordi jeg har været dernede og undersøgt lidt på afrikas musik og derfor vil skrive om det.			×	
Fik den af vores rektor da jeg var et smut i Kina			×	
Familie og venner			×	
Familie			×	
Familie			×	
Et par andre elever			×	
Et emne der interesserer mig og har selv erfaring med det.			×	
En veninde			×	
En ven der skrev i det pågældende emne.			×	
En ven			×	
En ven			×	
En klassekammerat			×	
En jeg kender på uni havde en god ide og hun kan vejlede mig også.			×	
En interesse som kan belyses af begge fag			×	
En god kammerat			×	
En generel interesse for emnet via min opvækst.			×	
En anden fra klassen			×	
En af mine venner havde snakket med sin lærer om kinesisk og matematik og fortalte mig om det.			×	
Emnet har altid interesseret mig, så fra mig selv.			×	
Egne oplevelser og gennem snak med forældre.			×	
Egne interesser			×	

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Egen interesse			×	
egen interesse			×	
Det omhandler noget, jeg interesserer mig for og har indsigt i på forhånd. Men har fået ideen fra interesser.			×	
Det lægger tæt på mig i familien. Det er noget, der interesserer mig.			×	
Det er noget, jeg længe har synes var spændende og gerne vil have mere viden om.			×	
Det er noget som altid har interesseret mig.			×	
Det er en interessant problemstilling, som virkelig interesserer mig og måske skal jeg arbejde med den på længere sigt.			×	
Derhjemme fra			×	
Den påvirker min hverdag og jeg kunne godt tænke mig at læse mere om den, så tænkte den nemmeste måde var SRP.			×	
Den passer til min hverdag og de udfordringer samt det spændende den sker i dem.			×	
Da jeg selv har diabetes synes jeg det er meget oplagt at gå mere i dybden med dette.			×	
Andre personers forslag til min SRP			×	
Almen interesse om emnet forinden			×	
Af egne interesser. Kombinationen af noget der er spændende og der er nok at skrive om.			×	
Via det som mine lærer har fortalt om mulige emner. Har selv søgt på emner, jeg synes er spændende.	×	×		
Vejledning - og hjælp/inspiration fra internettet.	×	×		
Ved at søge op nettet og snakke med mine lærere.	×	×		
Tv/internettet (dr3-programmer). Lidt fra undervisningen i matematik	×	×		
Timer i skolen, nettet, andre elever	×	×		
Søgt på nettet, spurgt vejledere til råds.	×	×		
Søgt på nettet og snakket med mine faglærere for at høre om der var materiale.	×	×		
Spurgt min lærer lidt til råds og ellers undersøgt på nettet.	×	×		
Skole og medierne	×	×		
Samråd med lærerne, samt ideer fra muligheden om at komme til Aarhus Universitet og lave forsøg	×	×		
Samfundsfag undervisningen, verdenssituationen og nyhederne.	×	×		
Mine lærere, internettet, tidligere opgaver	×	×		
Mine lærere, EMUs hjemmeside	×	×		
Min matematiklærer og internettet	×	×		
Mig selv, nettet og hjælp fra min lærere.	×	×		
Jeg har været på nettet og kigget på andre tidligere elevers emner og er dermed blevet inspireret.	×	×		
Jeg har snakket med min biologilærer og søgt på nettet efter emner i denne fagkombination.	×	×		
Jeg har googlet lidt rundt for at finde inspiration og været til SRP cafe, hvor jeg snakkede med lærere som gav ideer.	×	×		

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Internettet samt vejledning af bioteknologilærer.	×	×		
Internettet og lærerne på skolen	×	×		
Hjemmesider og lærer	×	×		
"Har søgt på nettet efter SRP historie biotek og har ved at kigge på gamle opgaver samt hjemmesider med forslag fået ideen."	×	×		
Har spurgt mine lærere efter at jeg havde kigget på forskellige blogge og debatindlæg om SRP og min fagkombination.	×	×		
Gennem mine faglærer (især historie) - idet jeg er bunden til at skrive SRP i mat/ eller kem. Desuden viden erfarede fra nettet.	×	×		
Fysiklæreren og AU's hjemmeside	×	×		
Fysik undervisning og internettet	×	×		
Fra nettet og min lærer. Jeg har også læst en andens opgave i historie og matematik.	×	×		
Fra min dansklærer og lidt fra internettet	×	×		
Fra en hjemmeside med alle mulige emner og deres fagkombinationer samt fra min historielærer, som anbefalede emnet.	×	×		
Fik en hjemmeside af læreren, hvor man kunne vælge de fag, man ønskede at skrive i, og der dukkede passende emner op.	×	×		
Et link min historielærer har givet klassen	×	×		
Både inspiration fra lærer og nettet	×	×		
AT, nettet, sociale medier og lign.	×	×		
Søgning på nettet samt samtaler med min matematiklærer. Samtaler med min mor.	×	×	×	
SRP-café, kammerater og internettet	×	×	×	
Overvejelser, der langsomt blev indkredset til emnet. Overvejelserne kommer fra tv-udsendelser, internettet, samfundsfagsundervisningen og personlige oplevelser.	×	×	×	
Jeg har søgt på nettet og snakket med andre samt været til vejledning.	×	×	×	
Interesse og oppe i medierne + viden fra timerne i skolen.	×	×	×	
Fra universiteternes sider, snak med venner jeg kender der læser og fra mine lærere der har sagt god for min ide.	×	×	×	
Fra søgning på nettet, tidligere forløb og egen interesse.	×	×	×	
Andre SRP-opgaver, venner, samfundet, socialemedier	×	×	×	
Undersøgt nettet, snakket ideer med familie og kæreste, ud fra interesse!		×	×	
Ud fra søgning på nettet og fra venner		×	×	
Ud fra interesser og lidt søgen på nettet efter ideer til SRP-emner		×	×	
Tv, aviser og interesse		×	×	
Teatret + nettet		×	×	
Så en film, plus jeg har interesse for emnet.		×	×	
Søgte rundt på nettet og brianstormede med venner.		×	×	
Søgt lidt på emnet, som så fængede min interesse - jeg ønsker at skrive om hårde stoffer.		×	×	
Snak med familie om ideer samt research på nettet		×	×	

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Research på nettet og min interesse for koffein kom gennem min træning hvor jeg tager pre-workout, som indeholder koffein.		×	×	
På nettet og derhjemme		×	×	
Nettet, venner og familie.		×	×	
Mine forældre, projekt forskerspirer og nettet.		×	×	
Min hobby og nettet		×	×	
Jeg kiggede rundt på hjemmesider med emner + nogle af mine venner sagde, at det kunne være en god idé.		×	×	
Jeg kan godt lide sport og følger med i alle skandalerne om doping.		×	×	
Jeg har undersøgt lidt forskelligt på nettet og derudover har jeg bare fulgt det jeg interesserer mig for.		×	×	
Jeg har undersøgt det på nettet og hørt fra venner, som har skrevet SRP, hvad der var interessant og så har jeg tænkt, hvad der kunne være spændende at skrive om.		×	×	
Jeg har søgt på nettet og hørt andre, der har skrevet SRP før i tiden.		×	×	
Jeg har søgt på nettet efter tidligere SRP emner. Jeg startede med at tænke på, hvad der interesserer mig.		×	×	
Jeg har søgt på diverse undervisningshjemmesider og spurgt forældre til råds.		×	×	
Jeg har dels undersøgt på nettet for at se hvad andre har skrevet om, jeg har snakket med min familie og mine venner.		×	×	
Interesser, inspiration fra familie og nettet.		×	×	
Interesse og søgen på nettet		×	×	
Har søgt en masse på nettet og snakket med andre		×	×	
Google og interesse		×	×	
Gennem noget research på nettet og ideer fra min familie.		×	×	
Fra nettet og andre personer, samt fagbøger.		×	×	
Fra internettet, studie-sider på nettet, egen interesse.		×	×	
En fra min klasse nævnte emnet for mig og derefter søgte jeg inspiration på studienet.		×	×	
Egen interesse - doping. Doping-omtale i medierne, Tour de France, EMU-hjemmesiden.		×	×	
Bekendte og søgning på nettet		×	×	
Aarhus Universitets hjemmeside om tilbud om studieretningsprojekter.		×		
Aarhus Universitets hjemmeside og nyhederne		×		
Aarhus Universitets hjemmeside		×		
Aarhus Universitets hjemmeside		×		
Aarhus Universitet giver mulighed for at kunne komme derop og lave et SRP-forsøg.		×		
www.google.dk -> SRP dansk matematik -> 1.000.000 gode ideer		×		
Ved at søge på nettet, undersøgte diverse muligheder indenfor min fagkombination.		×		
Ved at søge på nettet		×		

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Ved at søge på nettet		×		
ved at søge mig frem på nettet		×		
Ved at se på andre SRP formuleringer online		×		
Undersøgelse af fagkombination på nettet.		×		
Tænkt over det og søgt på nettet.		×		
Søgte lidt rundt på nettet og fandt dette emne spændende.		×		
Søgte lidt på internettet		×		
Søgte efter inspiration på nettet, og så dukkede emnet op, og det lød rigtig spændende.		×		
Søgt på nettet og ramte plet		×		
Søgt på nettet		×		
Søgt efter SRP i kemi på nettet		×		
Søgning på nettet og i bøger, samt ud fra mit udgangspunkt i biotek/dansk som fagkombination.		×		
Søgning på nettet + fundet inspiration fra andre SRP-opgaver		×		
Studienet (andres opgaver), studievejleder		×		
SRP-forløb på AU		×		
Research på nettet		×		
Nyhedsmedier og videnskab.dk, Naturvidenskabelige - populærevidenskabelige artikler		×		
Nyheder, nettet		×		
Nettet, Youtube, biobøger		×		
Nettet, inspiration fra hvad andre folk har skrevet om med samme fagkombination.		×		
Nettet		×		
Nettet		×		
Nettet		×		
Nettet		×		
Nettet		×		
Nettet		×		
Litteratur		×		
Kiggede rundt omkring på nettet samtidig med at jeg vendte og drejede emnerne oppe i hovedet.		×		
Kiggede på nettet		×		
Jeg var på nettet og googlede lidt forskelligt, derudover vidste jeg på forhånd, at jeg gerne ville skrive i biologi.		×		
Jeg så en film, som handlede om pirateri samt de gange det har været i medierne.		×		
Jeg så en dokumentar om emnet i tv		×		
"Jeg søgte på nettet på SRP idéer matematik fysik."		×		
Jeg søgte på nettet efter problemformuleringer		×		
Jeg skriver om Ebola virussen. Ideen fik jeg fordi det er så aktuelt i medierne.		×		
Jeg skriver om ebola fordi det er meget aktuelt.		×		
Jeg skal lave forsøg på kbh universitet, så emnet kommer derfra.		×		
Jeg har valgt emner ud fra universiteternes tilbud, da jeg skal lave noget eksperimentelt.		×		

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Jeg har tænkt på nettet, da jeg gerne vil lave et forsøg på uni. Mit forsøg danner grundlag til mit emne.		×		
Jeg har søgt på nettet. Jeg synes biologi og matematik er spændende. Jeg søgte efter emner med disse 2 fag.		×		
Jeg har søgt på nettet omkring emner der kunne bruges til mat. Dansk, og hermed fået inspiration.		×		
Jeg har søgt på internettet efter emner, jeg synes vil være spændende.		×		
Jeg har søgt hjælp til SRP-forsøg på uni. Dette emne var et af de forsøg jeg kunne søge ind på.		×		
Jeg har søgt efter nogle romaner på nettet og har fundet et emne, jeg synes er spændende.		×		
Jeg har set på muligheder til emne hvor man kan få hjælp til at lave et forsøg på Aarhus Universitet		×		
Jeg har lavet lidt research på internettet for at få inspiration til emnet.		×		
Jeg har kigget på tilbud om forsøg på AU.		×		
Jeg har kigget på nettet og set, hvad andre har skrevet om.		×		
Jeg har hørt om det i medierne fordi det er et emne, som er noget aktuelt nu.		×		
Jeg har fået inspiration fra Aarhus Universitet, da de gik adgang til et forsøg i kemi omkring dette emne.		×		
Jeg har draget inspiration fra andre opgaver på nettet.		×		
Jeg fik ideen til mit emne da jeg kiggede på nogle forsøg man kunne lave på uni.		×		
Jeg fik ideen fra nettet af.		×		
Jeg fik ideen da jeg så en disney film (mit emne handler om disney)		×		
Jeg faldt over en bog, som handlede om dette.		×		
Internettet/en masse søgning på nettet på f.eks kemisk instituts hjemmeside, da jeg skal have et forsøg med i kemi.		×		
Internettet og historier fra dagligdagen		×		
Internettet		×		
Internettet		×		
Internettet		×		
Internettet		×		
Internetartikler		×		
Illustreret videnskab		×		
Igennem Syddansk Universitet der har tilbudt en øvelse, der var super spændende emnemæssigt.		×		
Ideen kom fra mit valg af fag. Ved at søge på mulige emner.		×		
Har søgt på nettet og undersøgt materialer om hvad der lød spændende.		×		
Har søgt på google		×		
Har kigget lidt frem og tilbage på nettet og fundet inspiration. Havde lidt en ide i forvejen.		×		
Har benyttet mig af Aus tilbud om syntese og spektroskopiske-metoder. Hvilket giver bedre forudsætninger for at lave et godt forsøg.		×		

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Fra mig selv i refleksion samt internettet.		×		
Fra internettet, hvor jeg har været inde og se hvilke emner andre elever fra andre skoler har skrevet om med fagkombinationen matematik og fysik.		×		
Fra Espergærde gymnasie portal, videreudviklet den selv.		×		
"Fra en populærvidenskabelig artikel læst i JP-uddraget Newton."		×		
Fra at læse forskningsartikler på nettet.		×		
Fandt inspiration på internettet		×		
En gammel avisartikel		×		
En film		×		
En dokumentar		×		
En dokumentar		×		
En bog jeg fandt på biblioteket		×		
En artikel jeg fandt på nettet gav mig en indlysende idé -> og der var bio/idræt mest oplagt.		×		
EMUs hjemmeside		×		
Det er spændende (igennem nyheder)		×		
Det er fra mine rejser i litteraturen online og off		×		
Da jeg har læst en bog omkring emnet, samt set en dokumentar serie i fjernsynet, der behandler emnet.		×		
Aus tilbud om studieretningsforløb		×		
Aus hjemmeside		×		
ved ikke				×
Ved at tænke og vurdere hvor der er mest stof at skrive om.				×
Tænke tænke tænke derefter fundet frem til det.				×
Tror selv, jeg fandt på det				×
Tilfælde den idé faldt bare lige ned i turbanen på mig.				×
Synes den er rimelig oplagt indenfor mit valg af fag				×
Samfundet -> de gamle SRP'er				×
Research osv., tanker, ideer fra gamle elever				×
Primært fra egne tanker. Det var en relativt impulsiv beslutning.				×
Pervitin i feltrationer under 2. verdenskrig elelr pesten i 1600-tallet.				×
Mig selv				×
Mig selv				×
Mig selv				×
Mig selv				×
Mig selv				×
Mig selv				×
Kemiske våben i vietnamkrigen				×
Jeg tænkte mig om og kom på den.				×
Jeg synes emnet er spændende og relevant og passede godt ind i fagene.				×
Jeg kiggede først på mine faglige styrker og prøvede derefter at finde et emne, hvor jeg kunne udnytte dem.				×
Jeg hørte hvad en tidligere elev skrev om og fik inspiration derfra.				×

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
Jeg har selv fundet på den				×
Jeg har læst lidt om emne-muligheder og blev interesseret i et emne.				×
Jeg har lavet en del undersøgelser om forskellige emner og mente at den ide jeg fandt frem til, var mest spændende, udfordrende og fangende				×
Jeg har fået ideen fra en tidligere elev				×
Jeg er selv kommet på ideen.				×
Igennem mine tanker omkring de fag jeg er bedst til og hvilke emne der bedst ville passe til den kombination.				×
havde været inde på emnet tidligere				×
Havde hørt om andre som har skrevet i samme emne og det lød spændende.				×
Har undersøgt en masse emner og til sidste fundet frem til det jeg synes var mest spændende.				×
Har set på tidligere opgaver				×
Har hørt et lille oplæg om et emne og derfor kom jeg på denne idé.				×
Har blot søgt og fundet frem til, hvad der er interessant for mig og derfra valgt fag.				×
Fra tidligere elever				×
Fra andre der også har skrevet om det emne i SRP				×
Fra andre der har skrevet om emnet i SRP.				×
Fordi jeg vidste noget om emnet og fagkombinationen passede.				×
Fordi jeg tænkte at det kunne være spændende efter at have hørt et foredrag om emnet.				×
Fordi der for tiden sker rigtigt meget på internationalt plan. Både med USA og konflikt rundt omkring i verden + det er sjovt hvordan USA's udenrigspolitik har ændret sig.				×
Faldt over det og tænkte det kunne være spændende.				×
Et foredrag om exoplaneter				×
Et bachelorprojekt på uni				×
En elev der skrev SRP sidste år skrev om emnet og jeg synes det lød spændende				×
En der skrev SRP sidste år.				×
Emma Watsons tale i FN om kvinderettigheder.				×
Egen undersøgelse				×
Dødlige indsprøjtninger				×
Det lød spændende og interessant, og det var en masse god idrætsfysiologi inden over emnet.				×
Deprissioner				×
Den har jeg fået af mig selv				×
Den dukkede bare op i mit hoved				×
Brainstorming. Ville have skrevet omkring holocaust... men det fungerede ikke.				×
Brainstorm				×
Blanding af tidligere 3.g'ers emner og egen research.				×
Andre elevers opgaver. Altså tidligere				×

Fortsættes på næste side

Tabel B.3 – Fortsat fra foregående side

Svar	u	e	i	a
?				×

B.6 Rådata fra spørgeskema, spørgsmål 8

I spørgeskemaets spørgsmål 8 skal eleverne svare på, hvorvidt de i gymnasiet har oplevet samarbejdsprojekter mellem matematik og historie (fx AT-forløb). Svarer eleverne ja, bliver de bedt angive hvilket emne. Ligeledes bliver de bedt angive eventuelt involveret 3. fag. Nedenstående tabel viser rådata fra elevernes beskrivelse af emne i 1. søjle. I 2. søjle er elevernes besvarelse af 3. fag angivet.

Svar på 'hvilket emne', spg 8	Evt. 2. fag
Emne 1	Ekstra fag 1
"Vores studietur havde temaet Barcelonas udvikling og arkitektur (bl.a. Gaudi)"	
Vi var på studietur til Barcelona med mat og his. Arkitektur og byens historie.	
Vi skulle lave et spil. Vores emne var pesten.	
Vi havde om pesten	
Vi arbejdede med arkitektur i Rom.	
Verdensbilleder. Her indgik matematik til at beskrive solsystemet.	
Verdensbilleder, i 1.g	fys, eng
Verdensbilleder (dog oldtidskundskab frem for historie, men historiefagets metoder blev hovedsageligt anvendt.)	
Verdensbilleder	Engelsk og fysik
Verdensbilleder	fys
Verdensbilleder	fys
Verdensbilleder	fys
Tur til Firenze - om de store naturvidenskabelige mænd.	
Studieturen til Barcelona, arkitektur og historie fokuserede vi på.	
Studietur, historisk arkitektur	
Studietur, arkitektur-forløb	
Studietur til Borea	
Studietur til Barcelona om geometri og historiske begivenheder + arkitektur (Gaudi)	
Studietur til Barcelona med Gaudis arkitektur som emne	
Studietur til Barcelona - hvor vi havde om Gaudis arkitektur	
Studietur til Barcelona - arkitektur og merkanti udvikling blandt andet.	Idræt, en smule
Studietur - geometri og historisk arkitektur	
Snadhed, erkendelse og argumentation	fys, fil
Sanhed, erkendelse og argumentation	fys, fil
Sandhed, erkendelse, argumentation	fysik, filosofi
"Sandhed, erkendelse og argumentation; AT forløb om metoder"	fil, fys

Fortsættes på næste side

Tabel B.4 – Fortsat fra foregående side

Svar på 'hvilket emne', spg 8	Evt. 2. fag
sandhed, erkendelse og argumentation	fys, fil
Sandhed, erkendelse og argumentation	fys, fil
Sandhed, erkendelse og argumentation	fil fys
Sandhed og erkendelser	
Sandhed og erkendelse.	
Sandhed og erkendelse - rigtigt kedeligt AT-forløb (ligesom alle andre)	fys. Fil
Sandhed og erkendelse - AT-forløb	
Sandhed og erkendelse	fys, fil
Sandhed og erkendelse	fys, fil
Sandhed og erkendelse	fys, fil
Sandhed og erkendelse	fys, fil
Sandhed og erkendelse	fys, fil
Sandhed og erkendelse	fil, fys
Sandhed og erkendelse	fys, fil
Sandhed og erkendelse	fil, fys
Sandhed og erkendelse	fil, fys
Sandhed	fil, fys
Renæssansen. Arkitektur	
Renæssancens videnskabsmænd, hvor nogle bl.a. var matematikere	Fysik
Renæssancens arkitektur (ovaler og det gyldne snit)	
Renæssancen/arkitektur	
Renæssancen. Der manglede en rød tråd, og fagene arbejdede dårligt sammen.	"Matematik på krig var bedre, men for kort."
Renæssancen og deres matematikere	
Renæssancen og arkitektur	
Renæssancen i Italien	
Renæssancen i AT	Fysik
Renæssancen - vi arbejdede med elipser	
"Renæssancen - heriblandt søjler, det gyldne snit mm"	
Renæssancen	Ata Euklids Aksiomer
Renæssancen	
Renæssancen	Fysik
Renæssancen	dansk
Renæssancen	dan
Renæssancen	dan
Renæssancemennesket	Fysik
Renæssance-geometri (Peters kirke)	
Renæssance og geometri	
Renæssance i Italien	
Renæssance arkitektur AT	
Renæssance - bygninger og matematisk struktur	
Renæssance	
Renæssance	
Pythagoræernes matematik (dog med matematik A og oldtidskundskab C officielt)	old

Fortsættes på næste side

Tabel B.4 – Fortsat fra foregående side

Svar på 'hvilket emne', spg 8	Evt. 2. fag
Pythagoræerne	Oldtidskundskab
Pythagoras/ægyptisk matematik	
Pythagoras og axiomisk matematik	
Pythagoras lærersætning	
Pestepedimien og den udbredelse	
Pesten i middelalderen	
Pesten	
Pest/sir-modellen	
Pest/epidemi-modeller (SIR - modellen)	
Pest/den sorte død	
Pest/den sorte død	
Pest, udbredelse af pest og så historisk betydning.	
Pest og SIR-modellen	
Pest og SIR-modellen	
Pest AT1	
Pest AT1	
Pest -> epidimimodeller (SIR)	
Pest (matematik: SIR-modellen)	
Pest (kort forløb, hvor vi lærte lidt om SIR-modellen -> vi sfsluttede med at lave et spil)	
Pest (i AT1)	
Pest (+ det gyldne snit)	
Pest - det var vores første AT-forløb	
Pest	
Pest	
Pest	
Pest	
Pest	
Pest	
Pest	
pest	
pest	
pest	
Pest	
Pest	
Pest	
Noget om hvornår noget er sandt. Vi havde matematiske beviser og undersøgte en historisk sag.	
noget gammeldags matematik	
Napoleonstrekanten	
Napoleonstrekant	
Napoleons trekanten	
Matematik i arkitektur = studietur til Barcelona	
Kendte matematikere og deres historiske samtid.	
Kan ikke huske det	
Jeg har tidligere arbejdet med et emne indenfor matematik og fysik fik 12.	
Jakobstav	

Fortsættes på næste side

Tabel B.4 – Fortsat fra foregående side

Svar på 'hvilket emne', spg 8	Evt. 2. fag
Jacobstav	
Jacob staven	Alle fag ud over 1. g valgfag
Ja, i et AT om epidemier	bit
Italienske matematikere og renæssancen	
Italienske matematikere	
"I et AT-forløb der hed Hvornår er det sandt?, Kennedy-mordet i historie og bevisførelse i matematik."	fysik
"I Ata havde vi om hvornår er det sandt? med Kennedy-mordet og bevisførelse/pythagoras i matematik."	sam
I 1.g arbejdede vo med pesten/den sorte død i mat og his.	
I	Engelsk, samf, dan
Hvprnår er det sandt? Mat: Epikur, Pythagoras etc., His: Kennedy-mordet.	Bio, kem (DNA)
Hvornår er det sandt? Matematik: beviser, Historie: Den hermaneutiske spiral.	fys
Hvornår er det sandt? (Kennedy-mord og Pythagoras)	
Hvornår er det sandt? - hvordan argumenterer man for at noget er sandt i de forskellige fag?	Fysik, engelsk
Hvornår er det sandt?	Biologi
Hvornår er det sandt?	kem
Hvornår er det sandt?	fys
Hvornår er det sandt?	
Hvornår er det sandt (AT). I matematik behandlede vi i Euklid og i historie. Kennedy-mordet.	bio, kem
Hvornår er det sandt	Biologi
Historie/krig beskrevet med matematik geometri og figurer	
"Gennem AT-forløb; Hvornår er det sandt?"	kemi-historie, dansk-historie
Gaudi + gotisk arkitektur (vi var i barcelona)	
Første AT forløb om pest	
Forskellige AT-forløb bla. Mat i renæssancen.	
fibonacci-tal bl.a.	
Fibonaccital	
Fagenes metoder	fys
Euklids aksiomer	
Euklid og noget med Ægypten	
Euklid i mat og Kennedymordet i historie	
Et AT forløb i 1. g. Noget med matematiker i et tov lavet i gamle dag... Renæssancen arkitektur.	
Erkendelse, argumentation og sandhed.	
Epidimier	bit
Epidemier	
Epidemier	bit
Epidemier	bit, his
Enigma	
Enigma	

Fortsættes på næste side

Tabel B.4 – Fortsat fra foregående side

Svar på 'hvilket emne', spg 8	Evt. 2. fag
Emnet var pesten	
Emnet var pest	
"Emnet hed hvornår er det sandt? hvor vi arbejdede med kildekritik i historie og bevisførelse i matematik"	
"Det var vores første AT-forløb og emnet var Pest."	
Det var med Jakobsstaven, hvor man skulle måle højden af bygningen.	
Det gyldne snit og fibonacci-tal	
Det gyldne snit og fibonacci	
Det gyldne snit + Fibonacci-tallene + AT om metoder + AT om Renæssancens naturvidenskab.	dan
Det gyldne snit	
"Det første AT-forløb med titlen Hvornår er det sandt? i form af kennedy-mordet og pythagoras."	
Det drejede sig om pest, hvor der var mange der døde under epidemien.	
Den sorte død anno 1347	
Demokrati, deltagelse og kommunalvalg	dan
Da Vince og matematik i renæssancen	
Bygningskunst/arkitektur i renæssancen	drama
AT-forløbet var med matematik og historie, hvor vi var i Firenze på studietur	
AT-forløb: Arkitektur	
AT-forløb i 1.g (det første). Renæssance med Euklids elementer og historiske materialer/bygninger, hvor disse elementer indgår.	Billedkunst
Ata - hvornår er det sandt?	bit
"Ata - hvornår er det sandt?. Pythagoras sætning og Kennedy mordet."	
"AT1, hvor emnet var pest."	
AT1 hvor vi havde om pesten og sir-modellen. Synes det var svært at se kombinationen med historie og matematik.	
AT om pest	
AT- Kennedy, pythagoras (Hvornår er det sandt?)	dan
AT- Hvornår er det sandt? Vi arbejdede med JFK-mordet (his) og Pythagoras sætning samt beviser (mat)	bit (Amagermanden)
"AT forløb om arkitektur i Renæssancen."	
AT emne i sandhed og erkendelse	
AT da vi skulle på studietur til Barcelona. I historie var det meget basic og i matematik snakkede vi om arkitektur og bygninger.	
At (almen studieforberedelse)	bio
Arkitektur, muligvis noget om udvikling af videnskaben i renæssancen.	
Arkitektur og historie om Barcelona -> Vi var på studietur i 2.g til Barcelona.	
Arkitektur i renæssancen (AT-forløb)	
Arkitektur i renæssancen	
Arkitektur i Renæssancen	

Fortsættes på næste side

Tabel B.4 – Fortsat fra foregående side

Svar på 'hvilket emne', spg 8	Evt. 2. fag
Arkitektur i Renæssancen	
Arkitektur	
Arkitektur	
Arkitektur	
Arkitektur	
Arkitektur	
"Hvornår er det sandt?". Om matematisk bevisførelse og historisk kildekritik	Kem → DNA oprensning
"Hvornår er det sandt?" - bevisførelse i forskellige fag - AT."	bio
"Hvornår er det sandt?"	kem, bio

B.7 Rådata fra spørgeskema, spørgsmål 9

I spørgsmål 9 bliver eleverne spurgt, om de har oplevet forløb inden for matematik-historie i deres matematikundervisning. Svarer de ja, skal de angive hvilke. Elevernes rådata på dette spørgsmål ses i tabellen nedenfor. Hvert felt svarer til én elevs besvarelse. Enkelte elever har skrevet to emner i deres besvarelse og dette er markeret ved et linjeskift indenfor samme felt.

Svar på 'hvilket emne', spg 9
Ældre græsk matematik skulle jeg mene. Fibonacci-spiraler?-tal?
Ægyptisk matematik
Vores studietur var meget om matematikhistorie
Videnskaben i Renæssancen
Vi skulle se hvordan en mand havde lavet et bevis for en formel og følge hans historie dertil.
Vi ser ofte på gamle matematikere
Vi havde om Enigma maskinen, men det var ikke med fokus på historie, da det var i forbindelse med AT forløb mellem Bioteknologi og Engelsk.
Vi har snakket lidt om gamle matematikere, men ikke meget Fibonacci
Vi har nogle gange haft baggrund i matematik, Toricelli's Horn.
Vi har haft noget om Euklid under det gyldne snit.
Vi har haft lidt om renæssancens matematikere, men er ikke sikker på det var i den fagkombination.
Vi har haft lidt om det gyldne snit.
Verdensbilleder med fysik
Verdensbilleder - sammen med fysik "Vi havde et forløb i matematik, som hed matematikhistorie - om integraler."
Vejen frem til integralet
Ved ikke helt hvad der mende s med matematikhistorie. Vi havde i forbindelse med studietur om matematik i spansk arkitektur.
Udvikling af videnskaben, men der var mest fokus på historie og fysik
Tangentbestemmelse matematisk set
Tangentbestemmelse historisk set
Tangentbestemmelse historisk set
Tangentbestemmelse historisk set

Fortsættes på næste side

Tabel B.5 – Fortsat fra foregående side

Svar på 'hvilket emne', spg 9
Tangentbestemmelse historisk set
Talsystemer, fermats sidste sætninger
Talsystemer i fortiden
Talsystemer i fortiden
Talsystemer
talsystem igennem tiden
Tallenes historie (primært det arabiske talsystem) og matematik under oldtiden.
Tal og regning i det gamle Ægypten.
Tal historie
Tal fra oldtiden
Studietur til Paris
Romertal, babylonsk, talsystemer
Romertal og andre emner jeg ikke kan huske
Romertal + andet jeg ikke kan huske
På vores studietur
Pythagoras
Pythagoras
Pyramider (geometri)
Polynomiers division
Polynomiers division
Polynomiers division
Polynomiers division
Polynomiers division
Polynomiers division
Polynomiers division
Polynomiers division
phi, djævlens tal
Perspektivering
Perspektiv
Perspektiv
Overemner var "Det gode argument". Det handlede om, hvad matematik i grunden er.
Opstandelsen af forskellig matematik - aksiomer, calculus mm.
Oplæg om personer hist og her
Oldtidsmatematik
Når folk ikke afleverer deres afleveringer skal de fremlægge om en historisk matematiker og alt de stod for.
Noget med Grækenland og matematikkerne
noget med et bevis
Noget med de første definitioner/sætninger og grækernes matematik
Noget med argumentation
Et om fibonaccital
Newton vs. Leibnitz
Newton vs Leibnitz
Newton og Leibniz - calculus
Newton og Leibnis
Newron og Leibniz
Nej, men min matematiklærer er god til at knytte historiske bemærkninger 2 lektioner om mat i Arabien.

Fortsættes på næste side

Tabel B.5 – *Fortsat fra foregående side*

Svar på 'hvilket emne', spg 9
Napoleonstrekanter
Napoleons trekanter
Napoleons trekanter
Måleredskaber og masse andet
Meget indirekte (Pythagoras osv.) Vi har set en film om Fermats sidste sætning.
Matematik og renæssancen
generelt matematikhistorie
Matematik og muhammed
Matematik i renæssancen
Matematik i oldtiden i forbindelse med AT-forløbet om pythagoræernes matema- tik.
Matematik i oldtiden (grækerne)
Mat i oldtiden - ... Fermats sætning
lidt om det gyldne snit
Lidt om aksiomer og sådan
Leibniz og Newton om hvem der opfandt calculus.
Leibniz vs Newton - hvem har opfundet differentialregning.
Leibniz og Newton, differential og integralregning
Leibniz og Newton, differential og integrale
Leibniz og Newton - calculus
Leibniz og Newton
Leibniz eller Newton → hvem der var opstander af differential- og integralregning.
Leibniz og Newton
Leibiz og Newton
Kun en lille smule - omhandlede arkitektur
Kort om beviset af Fermats sidste sætning.
Kampen mellem Newton og Leibniz.
Jeg kan ikke huske, hvilket emne vi har haft det i, men vi har haft matematikhi- storie.
Jakobstaven
Jakobstaven
Jakobstaven
Jakobstaven
Jakobstaven
Jakobstaven
Jakobstaven
Jakobstaven
Jakobstaven
Jakobstaven
Jakobstav
Jakobsstaven
Ja, omkring arealbestemmelse og integralregning
Italienske matematikere
Sandsynlighedsregning
Italiensk matematik i forbindelse med AT og studietur.
Integralregningens historie
Euklids elementer
Integralregning
i forhold til vores studietur til paris

Fortsættes på næste side

Tabel B.5 – *Fortsat fra foregående side*

Svar på 'hvilket emne', spg 9
I forbindelse med studieturen til Paris, men jeg kan ikke huske hvem, måske sartre?
Højde og afstandsmåling
Hvornår er det sandt?
Hvordan man har udviklet arealbestemmelse gennem tiden.
Hvordan formler opstod og lign. Leibnitz vs. Newton
Hvem har opfundet calculus, opstandelsen af forskellig matematik.
Hurtig gennemgang af matematikkens historie
Historisk tangentbestemmelse
Lidt trigonometri
Historisk tangentbestemmelse
Historisk tangentbestemmelse
Historisk set (tangentbestemmelse)
Gyldne snit og fibonaccital
græk matematik - pythagoræerne
Gode gamle pythagoras
God argumentation i matematik
Geometri: pyramider
Geometri, jakobsstaven
Geometri og ægypterne
Gammel matematik fx ægyptisk
Gammel matematik (fx ægyptiske tal)
Gamle talsystemer, Fermats sidste sætning
Gamle Grækenland
Galileo og fibonacci
Fibo-tal, det gyldne snit
Fibonaccital, det gyldne snit
Fibonaccital og det gyldne snit
Fibonaccital og det gyldne snit
Fibonacci-tal (meget lidt historie)
Fibonacci-tal
Fibonacci-tal
Fibonacci-tal
Fibonaccital
fibonaccital
Fibonaccital
Fibonaccital
Fibonaccital
Fibonaccital
Fibonaccis tal
Fibonacci, det gyldne snit
fibonacci, det gyldne snit
Fibonacci tal, det gyldne snit, pythagoras
Fibonacci tal osv
Fibonacci tal + det gyldne snit
Fibonacci tal
Fibonacci og det gyldne snit
Fibonacci
Fibonacci
fibonacci

Fortsættes på næste side

Tabel B.5 – Fortsat fra foregående side

Svar på 'hvilket emne', spg 9
Fermats sidste...
Fermats sidste sætning. Historien om hvordan man fik bevist dem.
Fermats sidste sætning.
Fermats sidste sætning.
Fermats sidste sætning
Fermats sidste sætning
Evolution med krabbedata
Euklids matematik
Euklids elementer
Euklids aksiomer
"Euklids elementer"
Spilteori
Euklid -> det gyldne snit
"Et forløb i AT, omkring emnet Hvornår er det sandt?."
Enigma og 2. verdenskrig
Differentialregning Leibniz vs. Newton
Det gyldne snit, pythagoras
Det gyldne snit, men kort forløb
Det gyldne snit, men det var kun i matematikundervisningen
Det gyldne snit, fibonacci
Det gyldne snit og renæssancen
Det gyldne snit og fibonacci-tal
Det gyldne snit
Det gyldne snit
Det gyldne snit
Det gyldne snit
Det gyldne snit
Det gyldne snit
Det gyldne snit
Det gode argument
Det gamle grækenland
Det gamle grækenland
Det gamle grækenland
Der har været meget kort om søjler i AT-undervisningen.
Billedkunst/dask
Bevis af Fermats sidste sætning
Ate forløbet i Firenze
AT: Hvornår er det sandt? (Sundhedsbegreber indenfor hovedområder)
"AT: dansk og mat. Det gode argument."
Også noget på studietur, men det var uden faglærere på.
AT mellem dansk og historie, hvor vi lærte at argumentere (en masse historiske beviser)
At kigge tilbage på konflikten mellem Leibniz og Newton. Differential og integral-regning
Andrew Wiles
Andrew Wiles

B.8 Rådata fra spørgeskema, spørgsmål 10

I spørgsmål 10 skal eleverne svare på, om de har hørt/læst om matematikhistorie andre steder end matematikundervisningen. Svarer eleverne ja til dette, bliver de bedt angive hvorhenne. Rådata for disse svar er angivet i nedentående tabel.

Svar på 'hvorhenne', spg 10
Youtube
Youtube
Youtube
Wikipedia
Wikipedia
Wikipedia
Wiki i ny og næ
Videoer på Youtube
Videnskabelig artikel
Videnskab.dk, UNF foredrag
Vi var til et foredrag om matematik på universitetet (vist nok...)
Vi snakkede om det i en kemiblok.
Vi havde et forløb i mat, hvor vi hørte om det.
Vi har haft noget matematikhistorie i fysik og i AT om matematik og oldtidskundskab.
TV dokumentar
tv
tv
Studietur til Paris
Studietur til Italien på Galileimuseum.
Studietur
SRP-sammenhæng
Set Tv-udsendelser
Samtlige hjemmesider
Rundt omkring
På youtube/numberphile. Fx at de gamle grækere brugte geometri til mange ting.
På uni til ..dag
På studieturen i 2.g
På nettet ved overvejelser omkring SRP.
På nettet omkring algebra
På nettet og set en dokumentarer på DR
På nettet og i bøger. Det indgik i mine SRP-overvejelser.
På gader og stræder
Online, primært
Oldtidskundskabsundervisningen + egen interesse for at læse om det på nettet osv. Havde også om det i folkeskolen.
Oldtidskundskab, Fysik
Oldtidskundskab
Numberphile på youtube
nettet, universitetsspecialer, forskningsartikler
Nettet, bøger, etc.
Nettet, bøger
Nettet om fx Newton vs. Leibnitz mest på Wikipedia
Nettet - læser om matematik i min fritid.

Fortsættes på næste side

Tabel B.6 – Fortsat fra foregående side

Svar på 'hvorhenne', spg 10
nettet
Nettet
Nettet
Nettet
Nette. Jeg er aktiv på en del forums.
Minimal, men på nettet, for at undersøge om jeg ville kunne skrive SRP om mit emne.
Min veninden Nadia fra staten
Min fritid på nettet
Min far
Min bror skrev SRP om opdagelsen af pi.
Matematikcamp 2013 og 2014 (UNF)
Man kender godt nogle af de gamle matematikere i forvejen.
Man har tit hørt om den græske matematik
"Lidt. En bog der hed.. Det kan jeg ikke huske. Lidt i forhold til SRP A History of Mathematics eller sådan noget."
Lidt om udvikling af binær talsystem i forhold til computing.
Lidt i sammenhæng med fysik. På nettet.
Lidt i fysik
Lidt i fysik
Kan ej huske. Rundt omkring
Jeg læste om det på nettet, da jeg søgte på SRP-emner.
Jeg havde hørt om det af venner hver gang vi snakkede om matematik og SRP.
Jeg har en bog om esoterisk matematisk historie som er meget spændende
internettet i min søgen på SRP-emner
Internettet
Internettet
Internettet
Internettet
Interesse
Inde på nettet, dokumentarfilm osv.
Illustreret videnskabs hjemmeside. Reddit.
Illustreret videnskab, oldtidskundskab, internettet
I starten tænkte jeg på at vælge kin/mat hvor jeg ville fokusere på matematikken i kina. Videnskab.dk. De samme beviser i Europa blev opdaget mange år før i Kina.
I fysikundervisningen præsenteres matematikere fra antikken.
I fysik havde vi om Newton, Einstein osv.
I forbindelse med studietur havde vi et forløb om enigma.
i forbindelse med studietur
I forbindelse med SRP
I filosofi
i et forløb med ble.. Park
I dokumentarserier, samt i andet undervisning
i AT
Hovedsageligt på internettet
Hobby
Hjemmesider, dokumentarfilm
Hjemmesider med inspiration til SRP-emner
Hjemme

Fortsættes på næste side

Tabel B.6 – Fortsat fra foregående side

Svar på 'hvorhenne', spg 10
Historieundervisningen meget kort
Historieundervisningen
Har læst om det på nettet i forbindelse med SRP
Grækerne mm
Gennem venner
Fysik, undersøge selv (nettet, bøger)
Fra venner som overvejede at skrive SRP i matematik og historie.
Forskellige steder, svært at sige bestemte steder.
Forskellige bøger og internettet
Forskellige bøger
Folkeuniversitetet
Folkeskolen og internettet
Folkeskolen - dokumentarforløb
Folkeskolen
Folkeskolen
Familie
Et AT forløb om Enigma
Engelskundervisningen
En fremlæggelse om Enigma
En fra min omgangskreds læser matematik og havde rådet mig til at skrive SRP om RSA kryptering og Enigma.
En AT-fremlæggelse om Enigma og 2. verdenskrig
DR2dok
Dokumentar på tv
Diverse internetsider
diverse dokumentarer, nettet generelt, artikler osv.
Div. Dokumentar
Discovery Channel
Derhjemme
Da jeg googled SRP emner så jeg kinesisk matematik og vores mat som et emne.
Bøger lånt på biblioteket
Bøger
Bøger
Bøger
AT-forløb
AT
Andre undervisninger
Andre SRP-opgaver

B.9 Rådata fra spørgeskema, spørgsmål 13

Kommentarer (spørgsmål 13)
Øv! Troede undersøgelsen handlede mere om matematik.
Vil skrive i enten i cubakrisen/spilteori, 2. verdenskrig kryptologi, græsk matematik.
Vi har nogle rigtig dygtige og rigtig dårlige elever, så jeg synes jeg ligger imellem

Fortsættes på næste side

Tabel B.7 – Fortsat fra foregående side

Kommentarer (spørgsmål 13)
Vi er en dygtig klasse
Spg 11: Er det hvor jeg vil placere mig selv eller hvad mine karakterer sider?
Kemi > matematik
Jeg viser stor forståelse i både matematik og historie.
Jeg ved ikke hvor gode de andre er. Valgte historie pga. stærk kritik af produkt/synopsis i et AT-forløb.
Jeg ved at fagene er rigtigt svære at skrive i - jeg har nemlig i SRO skrevet i matematik og jeg har hørt at der er mange krav i historie.
Jeg tror, jeg laver flere fejl
Jeg synes begge fag er fine.
Jeg ser ikke frem til SRP, da jeg ikke føler vi har fået nok hjælp/vejledning til valg af emne og fag. Jeg er stadig meget i tvivl om min fagkombination samt emne - og nu er det for sent at vælge om.
Jeg kan godt lide historie. Bare ikke det vi har i undervisningen
Jeg havde overvejet mat + his, men jeg var mere interesseret i fysik end historie.
Jeg er meget ked af at skulle lave SRP, jeg er i tvivl om hvorvidt jeg ville have valgt denne studieretning eller overhovedet gået på gymnasiet, hvis jeg havde vist vi skulle lave opgaven. Jeg synes, kravene for hvilke fag man kan vælge og hvor meget opg
Jeg er ikke den bedste i klassen. Jeg kunne få bedre karakter, men jeg klarer mig ikke dårligt.
Jeg er desværre ikke fanget af de to fag - de forekommer mig lidt kedelige og uselvsikærelige. . . -> men jeg skal jo igennem dem hvoraf min motivation ligger til bunds i.
I forhold til min klasse er jeg klart bedst til historie.
I forhold til klassen, men vi har generelt et højt niveau.
Hvorfor fokus på matematikhistorie?
Har først valgt kombination dernæst emne.
Er ikke super stærk fagligt i mat, men er god til de hummansistiske fag
Er ikke den bedste til matematik i klassen. Mener selv jeg er en af de dårligste.
Dårlige mat.lærer
Det kan være svært at finde relevante emner i de to fag sammen.
Alle kan finde ud af historie, men ingen gider.

Bilag C

Statistisk behandling af hypotese om fagligt niveau

I spørgeskemaet måles elevernes faglige selvtillid ved en markering på en linje. I afsnit 4.2 har jeg valgt en læsning af linjen, der giver fire disjunkte kategorier: under middel (um), middel (mi), over middel (om) og toppen (to). Betragtes fordelingen i disse kategorier for elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie sammenlignet med hele elevgruppen, ser de umiddelbart meget ens ud (se tabel C.1). Vi ønsker derfor at teste, om de to fordelinger er ens. De elever, der ikke har angivet niveau, indgår ikke i nedenstående undersøgelse.

Multinomialfordelte data er karakteriseret ved følgende [1, s. 301]:

- (a) The experiment consists of n identical trials,
- (b) Each trial may result in precisely one of k events, $B_1, \dots, B_j, \dots, B_k$,
- (c) The probability of each of the k events is the same in all n trials,
 $P(B_1) = \pi_1, \dots, P(B_j) = \pi_j, \dots, P(B_k) = \pi_k$,
- (d) The outcomes of the n trials are stochastically independent.

Der er foretaget n identiske forsøg (i dette tilfælde er der uddelt 546 identiske spørgeskemaer, som 546 forskellige elever har besvaret). I spørgeskemaet spørges til elevernes niveau og som forklaret ovenfor, vil hver elev falde i præcis én af de fire kategorier. Sandsynligheden for at en elev vil ende i en bestemt kategori er den samme i alle forsøg. Det sidste punkt i ovenstående er imidlertid ikke så åbenlyst opfyldt. I spørgeskemaet bedes eleverne netop om at evaluere deres niveau relativt til resten af klassen, dvs. et udsnit af forsøgspersonerne. Så internt i hver enkel klasse er der en vis afhængighed af besvarelsene. Grunden til, at det alligevel antages, at dette er en multinomialfordeling, er, at intet forhindrer eleven i markere niveauet præcis, hvor eleven vil. Placeringen af den enkelte elev er derfor ikke betinget af andre elevers placering.

For statistisk at behandle dataene skal elevantallene benyttes frem for procentsatserne (jf tabel C.2 og C.3).

Vi fokuserer først på tabel C.2. Lad x_{ij} betegne indgangene i matricen bestående af tallene markeret med fed i tabel C.2. Lad $x_{i\cdot}$ betegne summen af den i 'te række og $x_{\cdot j}$ summen af den j 'te søjle. Lad ligeledes n betegne størrelsen af det totale datasæt ($n = 542$).

Niveau (matematik)	Har valgt mat-his	Har ikke valgt mat-his
Under middel	23,1%	20,6%
Middel	21,2%	17,6%
Over middel	52,9%	51,6%
Toppen	3,8%	10,2%

Tabel C.1: De to disjunkte datasæt: 2. søjle giver fordelingen for elever, der har valgt fagkombinationen matematik og historie. 3. søjle giver fordelingen for dem, som ikke har valgt matematik og historie. Procentangivelserne giver en idé om, at de to fordelinger er ens.

Antal elever	Um	Mi	Om	To	sum
Ikke mat-his	101	86	253	50	490
Mat-his	12	11	27	2	52
Sum af søjle	113	97	280	52	542

Tabel C.2: De to uafhængige datasæt. Yderste søjle og nedeste række summerer hhv. den respektive søjle og række.

For at teste uafhængigheden benyttes $-2 \ln Q$ -testen. Før testen kan benyttes skal de forventede frekvenser beregnes. Disse findes ved

$$e_{ij} = \frac{x_{i.} \cdot x_{.j}}{n}, \quad i = 1, 2, \quad j = 1, \dots, 4$$

og kravet er, at $e_{ij} \geq 5$ [1, s. 317]. Lad os beregne den mindste forventede frekvens for tabel C.2.

$$e_{24} = \frac{52 \cdot 52}{542} = 4,99$$

Denne forventede frekvens er lige under det krævede, hvilket umiddelbart er et problem. Da de resterende forventede frekvenser er større end 5, kan vi benytte Cochran's regel (http://www-users.york.ac.uk/~mb55/msc/applbio/week7/chi2_text.pdf).

The conventional criterion for the test to be valid is usually attributed to the great statistician W. G. Cochran. The rule is this: the chi-squared test is valid if at least 80% of the expected frequencies exceed 5 and all the expected frequencies exceed 1.

Da kun én ud af 8 forventede frekvenser er under 5, så tillader Cochran's regel at vi kan fortsætte udregningerne. For at undersøge hypotesen, beregnes først $-2 \ln Q(\mathbf{x})$ [1, s. 321]:

$$\begin{aligned} -2 \ln Q(\mathbf{x}) &= 2 \left[\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 x_{ij} \ln(x_{ij}) - \sum_{i=1}^2 x_{i.} \ln(x_{i.}) - \sum_{j=1}^4 x_{.j} \ln(x_{.j}) + n \ln(n) \right] \\ &= 2,96531 \end{aligned}$$

Ud fra dette beregnes sandsynligheden for hypotesen.

$$p_{obs}(\mathbf{x}) = 1 - F_{\chi^2(3)}(-2 \ln Q(\mathbf{x})) = 0,397$$

Almindeligvis forkastes hypotesen hvor $p_{obs}(\mathbf{x}) \leq 0,05$. Men med ethvert meningsfuldt konfidensinterval kan denne hypotese ikke forkastes. Vi kan altså ikke forkaste hypotesen om at fordelingerne er ens.

I stedet vælger vi nu at teste fordelingerne for de elever, der har matematik i deres fagkombination, i forhold til dem, som har valgt matematik og historie. Dvs. elever, der enten har valgt matematik og dansk, matematik og fysik osv. Igen ses bort fra elever, der ikke har angivet niveau. Tallene, som beregningerne er foretaget ud fra ses i tabel C.3. Gennemføres beregningerne på dette datasæt præcis som det ovenstående, fås $p_{obs}(\mathbf{x}) = 0,000$. Vi kan således forkaste hypotesen om at disse fordelinger er ens.

Antal elever	Um	Mi	Om	To	Sum af række
Ikke mat-his	5	18	80	27	130
Mat-his	12	11	27	2	52
Sum af søjle	17	29	107	29	182

Tabel C.3: De to uafhængige datasæt. Ikke mat-his dækker over elever, der ikke har matematik og historie, men har matematik i deres fagkombination. Yderste søjle og nedste række summerer hhv. den respektive søjle og række.

Bilag D

Uddrag af Borchardt [2, s. 114-115]

Dette er en transkribering af pBerlin 10005 lavet af L. Borchardt i 1902/3. Transkriberingen viser, at Lunds oversættelse [26, s. 93] ligger tæt på den originale kilde.

»Berechnung der zu diesem Tempel gebrachten Einkünfte«	Brote Stück	Bier Sd ³ -Krüge	Hpnw-Krüge
»Liste der täglichen Einkünfte«	390	62	172
»Vom Tempel des Sobk von Krokodilopolis wurde gebracht«	20	1	—
»Zusammen«	410	63	172
»Aufstellung(?), nachdem davon geopfert worden«			
»Ausgegeben an die Totenpriester«	340	28	56 $\frac{1}{2}$
»Zusammen«	340	28	56 $\frac{1}{2}$
»Rest«	70	35	115 $\frac{1}{2}$
»Aufstellung (? Verteilung?) dieses Restes«	Teile(?) :		
»Erster und Tempelvorsteher«	1 10 : 16 $\frac{2}{3}$	8 $\frac{1}{3}$	2[7] $\frac{2}{3}$
»Vorsteher der Laienpriesterabteilung, der in diesem Monat Dienst hat«	1 3 : 5	2 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{5}$ + $\frac{1}{10}$
»Hauptvorlesepriester«	1 6 : 10	5	16 $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{10}$
»Tempelschreiber, der in diesem Monat Dienst hat«	1 1 $\frac{1}{3}$: 2 $\frac{1}{6}$ + $\frac{1}{18}$	1 $\frac{1}{9}$	3 $\frac{2}{3}$ + $\frac{1}{45}$
»Gewöhnlicher Vorlesepriester, der in diesem Monat Dienst hat«	1 4 : 6 $\frac{2}{3}$	3 $\frac{1}{3}$	11 $\frac{1}{15}$
»Wtw-Priester, der in diesem Monat Dienst hat«	1 2 : 3 $\frac{1}{3}$	1 $\frac{2}{3}$	5 $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{30}$
»Ini-ist-3-Priester, der in diesem Monat Dienst hat«	1 2 : 3 $\frac{1}{3}$	1 $\frac{2}{3}$	5 $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{30}$
»Ibh-Priester, der in diesem Monat Dienst hat«	3 2 : 10	5	16 $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{10}$
»Königlicher Priester, der in diesem Monat Dienst hat«	2 2 : 6 $\frac{2}{3}$	3 $\frac{1}{3}$	11 $\frac{1}{15}$
»Mdw«	1 1 : 1 $\frac{2}{3}$	2 $\frac{2}{3}$ + $\frac{1}{6}$	2 $\frac{2}{3}$ + $\frac{1}{10}$
»Thürhüter«	4 1 $\frac{1}{3}$: 2 $\frac{1}{6}$ + $\frac{1}{18}$	1 $\frac{1}{9}$	3 $\frac{2}{3}$ + $\frac{1}{45}$
»Thürhüter, der nachts Dienst hat«	2 1 $\frac{1}{3}$: 1 $\frac{1}{9}$	1 $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{18}$	1 $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{90}$
»Tempelarbeiter«	1 1 $\frac{1}{3}$: 1 $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{18}$	1 $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{36}$	2 $\frac{2}{3}$ + $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{180}$
»Zusammen«	70	35	115 $\frac{1}{2}$

Zur Übersetzung ist nicht viel zu bemerken. Einzelne Ausdrücke wie »Einkünfte«, »Aufstellung« und ähnliche sind natürlich nicht genügend präzisiert, ihr Sinn aber ist in keiner Weise zweifelhaft, und das genügt für das Verständnis

Litteratur

- [1] Preben Blæsild and Jørgen Granfeldt. *Statistics with applications in Biology and Geology*. Chapman & Hall/crc, 2003.
- [2] L Borchardt. Besoldungsverhältnisse von priestern im mittleren reich. *Zeitschrift für ägyptische Sprache und Altertumskunde*, pages 113–117, 1902.
- [3] WF Bynum, EJ Browne, and R Porter. *Dictionary of the history of science*. London [etc.]: Macmillan, 1981.
- [4] Ronald Calinger. *A contextual history of mathematics*. Prentice Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, 1999. To Euler, With the assistance of Joseph E. Brown and Thomas R. West.
- [5] Marshall Clagett. *Ancient Egyptian science: a source book. Vol. 3*, volume 232 of *Memoirs of the American Philosophical Society*. American Philosophical Society, Philadelphia, PA, 1999. Ancient Egyptian mathematics.
- [6] Kristian Danielsen and Henrik Kragh Sørensen. Vækst i nationens tjeneste. hvordan verhulst fik beskrevet logistisk vækst, 2014.
- [7] Jesper Frandsen. *Ægyptisk matematik*. Systime, 1996.
- [8] Peter Frederiksen, Knud Olsen, and Olaf Søndberg. *Grundbog til historie*. Systime, 2008. Fra oldtiden til enevældens samfund.
- [9] Michael N Fried. Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science & Education*, 10(4):391–408, 2001.
- [10] Alan Henderson Gardiner. *Egyptian hieratic texts*. Georg Olms Verlag, 1964.
- [11] Glyptoteket. Gravskatte, maj 2015.
- [12] Ivor Grattan-Guinness. *The Fontana history of the mathematical sciences: the rainbow of mathematics*. 1997.
- [13] Bjørn Grøn, Bjørn Felsager, Bodil Bruun, and Olav Lyndrup. *Hvad er matematik? A, B, C*. L& R Uddannelse, 2011-2013.
- [14] Undervisningsministeriet Gymnasieafdelingen. Matematik a- stx. vejledning / råd og vink, 2010.
- [15] Luke Hodgkin. *A history of mathematics*. Oxford University Press, Oxford, 2005. From Mesopotamia to modernity.
- [16] Annette Imhausen. *Ägyptische Algorithmen*, volume 65 of *Ägyptologische Abhandlungen [Egyptological Proceedings]*. Harrassowitz Verlag, Wiesbaden, 2003. Eine Untersuchung zu den mittelägyptischen mathematischen Aufgabentexten. [An investigation on middle-Egyptian mathematical texts].

- [17] Annette Imhausen. Calculating the daily bread: rations in theory and practice. *Historia Math.*, 30(1):3–16, 2003.
- [18] Annette Imhausen. Egyptian mathematical texts and their contexts. *Sci. Context*, 16(3):367–389, 2003.
- [19] Uffe Thomas Jankvist. Den matematikhistoriske dimension i undervisning-generelt set. *MONA: Matematik og Naturfagsdidaktik*, 3(3):70–90, 2007.
- [20] Kasper Bjering Jensen. Tværfaglige samspil mellem matematik og historie i gymnasiets studieretningsprojekt (srp). *MONA: Matematik og Naturfagsdidaktik*, 2010.
- [21] Ditte Jørgensen. Undervisning og matematikkens historie. er danske matematikundervisere i gymnasiet rustet til at inddrage matematikhistorie i undervisningen? Master’s thesis, Syddansk Universitet, april 2013.
- [22] Victor Katz, editor. *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2007. A sourcebook.
- [23] Victor J. Katz. *A history of mathematics*. 2009. An introduction, 3rd edition.
- [24] Morris Kline. *Mathematical thought from ancient to modern times*. Oxford University Press, New York, 1972.
- [25] Henriette Koefoed. På klods i det gamle ægypten: emnet “lån og kredit” var lige så aktuelt i det gamle ægypten som det er i vore dage. *Papyrus*, pages 22–29, 2004.
- [26] Jens Lund. *Regn med en skriver*. Munksgaard, 1997.
- [27] The British Museum. The rhind mathematical papyrus, februar 2015.
- [28] Henning Olsen. *Guide til gode spørgeskemaer*. Socialforskningsinstituttet København, 2006.
- [29] Rasmus Østergaard. Om srp i historie og matematik. *LMFK-bladet*, nr. 6, november 2008.
- [30] Gay Robins and Charles Shute. *The Rhind mathematical papyrus*. British Museum Publications, Ltd., London, 1987. An ancient Egyptian text, With a note by T. G. H. James.
- [31] William Kelly Simpson and George Andrew Reisner. *Papyrus Reisner I-II*. Museum of fine arts, 1963/1965.
- [32] Jacqueline Stedall. *The history of mathematics*, volume 305 of *Very Short Introductions*. Oxford University Press, Oxford, 2012. A very short introduction.
- [33] John Stillwell. *Mathematics and its history*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 1989.
- [34] Rudi Thomsen. *Da Ægypten var en verdensmagt*. Gyldendal, 1974.
- [35] Constantinos Tzanakis and Yannis Thomaidis. Classifying the arguments and methodological schemes for integrating history in mathematics education. *Crossroads in the history of mathematics and mathematics education (The Montana Mathematics Enthusiast Monographs in Mathematics Education, Vol. 12, pp. 247–295)*. Charlotte: IPA, 2012.

- [36] Undervisningsministeriet. Stx-bekendtgørelsen, bek nr. 776, Maj 1999.
- [37] Undervisningsministeriet. Stx-bekendtgørelsen, bek nr. 776, Juni 2013.
- [38] Undervisningsministeriet. Stx-bekendtgørelsen, bek nr. 776, Juni 2013.
- [39] Undervisningsministeriet. Stx-bekendtgørelsen, bek nr. 776, Juni 2013.
- [40] Undervisningsministeriet. Stx-bekendtgørelsen, bek nr. 776, Juni 2013.
- [41] Benjamin Wardhaugh. *How to read historical mathematics*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2010.

Recent RePoSS issues

- #18 (2012-1) **Henrik Kragh Sørensen**: "Making philosophy of science relevant for science students" (Talk)
- #19 (2012-8) **Helge Kragh**: "Newtonianism in the Scandinavian Countries, 1690–1790" (Book chapter)
- #20 (2012-9) **Helge Kragh**: "Har Naturvidenskaben en Fremtid?" (Book chapter)
- #21 (2013-6) **Helge Kragh**: "Empty space or ethereal plenum? Early ideas from Aristotle to Einstein" (Article)
- #22 (2014-7) **Helge Kragh**: "Jørgen From (1605–1651): Et Billede fra Dansk Astronomi- og Lærdomshistorie" (Article)
- #23 (2014-8) **Nils Randlev Hundebøl**: "Big ambitions and supercomputing: A case of industry engagement in climate modeling" (Preprint)
- #24 (2014-8) **Julie Louise Hørberg Kristensen**: "Jagten på en god oplevelse i zoologisk have" (Masters thesis)
- #25 (2014-9) **Allan Lyngs Kjærgaard**: "Offentlig støtte til forskning og udvikling i industrien fra 1940'erne til 1990'erne" (Masters thesis)
- #26 (2014-10) **Julie Nørgaard Hostrup**: "Når discipliner mødes: Et casestudie af faglig integration i nanoforskning" (Masters thesis)
- #27 (2014-10) **Kristian Danielsen, Morten Misfeldt and Henrik Kragh Sørensen**: "Picks Sætning: Inspiration til undervisning om eksperimenterende udforskning i matematik med et videnskabsteoretisk sigte" (Preprint)
- #28 (2014-11) **Mads Goddixsen**: "Philosophical Perspectives on Interdisciplinary Science Education: An Introduction" (Book chapter)
- #29 (2014-12) **Hanne Andersen**: "Responsible Conduct of Research: Why and How" (Preprint)
- #30 (2014-12) **Hanne Andersen**: "Responsible Conduct of Research: Collaboration" (Preprint)
- #31 (2014-12) **Mads Ingersgaard Jørgensen**: "Evolution, kognition og religion: Religiøse idéer i evolutionært og kognitivt perspektiv" (Masters thesis)
- #32 (2015-10) **Mie Johannesen**: "Studieretningsprojekter i matematik og historie: Kvalitative og kvantitative undersøgelser samt en konstruktiv matematikhistorisk tilgang til gode samspil" (Masters thesis)

This list is up-to-date as of October 2, 2015. The full list of RePoSS issues can be found at www.css.au.dk/reposs.

RePoSS (Research Publications on Science Studies) is a series of electronic publications originating in research done at the Centre for Science Studies, University of Aarhus.

The publications are available from the Centre homepage
(www.css.au.dk/reposs).

ISSN 1903-413X

Centre for Science Studies
University of Aarhus
Ny Munkegade 120, building 1520
DK-8000 Aarhus C
DENMARK
www.css.au.dk



Faculty of Science
Department of Science Studies

AARHUS UNIVERSITET

